أساسيات
ديناميك المنشآت والهندسة الزلزالية

مع تطبيقات على تصميم المنشآت البيتونية المسلحة

الدكتور المهندس محمد أحمد السمارة

الطبعة الأولى ٢٠٠٦

حقوق الطباعة والنشر محفوظة للمؤلف

جميع حقوق التأليف والطباعة والنشر محفوظة للمؤلف
ولا يجوز طبع أي جزء من هذا الكتاب أو خزنة بواسطة أي نظـــام لخـــزن المعلومات أو نقله على أية هيئة أو بأية وسيلة سواء كانـــت الكترونيـــة أو شرائط ممغنطة أو غير ذلك أو اية طريقة معلومة أو مجهولة إلا بإذن كتابي صـــــــــــــــريح مـــــــــــــــن الناشـــــــــــــــر

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

شهد ديناميك المنشآت تطوراً كبيراً خلال العقود الثلاث الأخيرة بسبب التطور الهائل الذي شهدته الحواسيب حيث أصبح ممكناً معالجة الجوانب الرقمية بيسر معقول. لذلك قمنا في هذا الكتاب بتقديم أساسيات ديناميك المنشآت والهندسة الزلزالية اللازمة للمهندسين الذين يقومون باستخدام البرمجيات في التحليل الديناميكي.

ولقد خصصنا الباب الأول بفصوله الإحدى عشر لتغطي أساسيات ديناميك المنشآت في نمذجة الجمل وحيدة ومتعددة درجات الحرية لاستخراج المعادلات التفاضلية الحاكمة لتصرفها ومن ثم مناقشة حلول هذه المعادلات وذلك من خلال أمثلة بسيطة لتوضيح وترسيخ الأفكار النظرية.

أما في الباب الثاني فقمنا بإعطاء مقدمة عن علم الزلازل الهندسي لبيان طبيعة الهزات الأرضية وكيفية حدوثها ومن ثم تناولنا تحليل المنشآت تحت تأثير الهزات الأرضية بطرائق التحليل الديناميكي و بالطريقة الستاتيكية المكافئة المستخدمة في كودات التصميم الزلزالي كالكود السوري أو الكود الأمريكي UBC97 و تم شرح متطلبات الكود من خلال أمثلة بسيطة لتوضيح الأفكار والمبادئ.

وبغية إعطاء الكتاب جانباً تطبيقياً أفردنا باباً ثالثاً خاصاً بتصميم المنشآت الخرسانية المسلحة لمقاومة أفعال الزلازل حيث قمنا بتطبيق المبادئ والطرق المقدمة في البابين الأول والثاني مع شرح وافٍ لمتطلبات واشتراطات الكود على سلوك هذه المنشآت وتصميم عناصرها، ولتوضيح المفاهيم قمنا بتحليل وتصميم بناء كامل خطوة خطوة مع شرح مفصل لمتطلبات الكود الأمريكي ACI318M-

02 الأكثر استعمالاً في البرمجيات الحاسوبية المتوفرة و الذي يعتبر أساساً للكـــود السوري.

أخيراً أرجو الله أن أكون قد وفقت في إعداد هذا الكتاب ليكـــون مفيـــداً لزملائـــي المهندسين وأخوتي الطلبة وأن يضيف لبنة في صرح المكتبة العربية.

دمشق في 24 صفر 1427 هـ / 23 آذار 2006 م

المؤلـــف

د.م محمد أحمد السمارة

البـــاب الأول

ديـنـــاميـــك المنشآت

الفصل الأول

العلم والفن في ديناميك المنشآت

1-1 مقدمة

إن القاسم المشترك بين عربة نقل سريعة تسير على طريق وطائرة نفاثة تطير عبر عاصفة ومنصة لاستخراج النفط في عرض البحر هو كونها جميعاً منشآت معرضة لأحمال ديناميكية.

* **تعاريف**

- الديناميك (Dynamics): يعني التغير مع الزمن.
- الحمل الديناميكي (Dynamic load): هو الحمل الذي تتغير شدته أو اتجاهه أو نقطة تطبيقه مع الزمن.
- الاستجابة الديناميكية لمنشأ (Response): هي مجموعة الانتقالات والتشوهات والاجهادات المتغيرة مع الزمن والناتجة عن حمل ديناميكي.
- الحمل الديناميكي الموصوف (Prescribed): هو الحمل المعرف أو المحدد كتابع للزمن.
- التحليل المحدد (Deterministic analysis): هو تحليل المنشأ تحت تأثير حمل ديناميكي موصوف.
- الحمل الديناميكي العشوائي (Random): هو الحمل الديناميكي الذي مخططه الزمني غير معروف بشكل كامل ولكن يمكن تحديده بشكل احصائي.

* **متى تصبح التحريات الديناميكية ضرورية؟**

تختلف مسائل ديناميك المنشآت عن مسائل المنشآت الساكنة بأمرين:

الفصل الثاني

النماذج الرياضية للجمل وحيدة درجة الحرية

Mathematical Models of SDOF Systems

2-1 مقدمة

سوف نتناول في هذا الفصل طرق النمذجة الرياضية للجمل وحيدة درجة الحرية (Single Degree of Freedom SDOF) . وكما سنرى لاحقاً أن النموذج الرياضي لهذا النوع من الجمل سيكون عبارة عن معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية. وسنستخدم إما قوانين نيوتن أو مبدأ الانتقالات الوهمية لاشتقاق المعادلة التفاضلية الخاصة بالجمل ذات الثوابت المجمعة.

وسوف نطور مبدأ الانتقالات الوهمية لصياغة النماذج الرياضية للجمل المستمرة بشكل تقريبي بحيث يتم اشتقاقها على شكل نماذج رياضية بثوابت مُعممة وبدرجة حرية وحيدة (SDOF Generalized-parameter model).

إذاً في نهاية هذا الفصل سنكون قادرين على:

أولاً: استخدام قوانين نيوتن لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة وحيدة درجة الحرية.

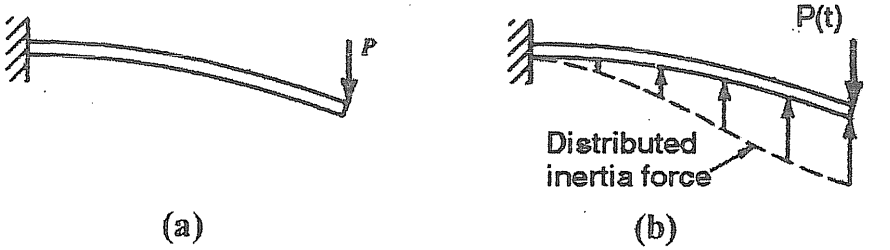
ثانياً: استخدام مبدأ الانتقالات الوهمية (Virtual displacement principle) لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة وحيدة درجة الحرية.

ثالثاً: استخدام مبدأ الانتقالات الوهمية مع نمط مفروض للانتقالات لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة ذات ثوابت مُعممة ودرجة حرية وحيدة.

- الطبيعة المتغيرة للإثارة أو الحمل مع الزمن.
- الدور الذي يلعبه التسارع في مسائل الديناميك.

يبين الشكل (1-1a) جائزاً ظفرياً تحت تأثير حمل ساكن P حيث تعتمد الانتقالات والاجهادات فيه على هذا الحمل، كما يبين الشكل (1-1b) جائزاً ظفرياً مشابهاً يخضع لحمل ديناميكي P(t)، إن تسارع كتل هذا الجائز يولد قوى العطالة الموزعة (Inertia forces) المبينة.

تصبح التحريات الديناميكية ضرورية عندما يصبح تأثير قوى العطالة على التشوهات والإجهادات في المنشأ كبيراً.



الشكل (1-1): جائز ظفري تحت تأثير
(a) حمولة ستاتيكية، (b) حمولة ديناميكية

1-2 تحليل السلوك الديناميكي للمنشآت

قبل البدء بعرض أفكار وطرق التحليل الديناميكي للمنشآت، لابد من ترسيخ بعض المفاهيم منها:

* **النموذج التحليلي (Analytical model)**

هو نموذج تمثيلي للجملة الانشائية يشبه الجملة الحقيقية ولكن تحليله الرياضي أسهل. ويتألف هذا النموذج من:

- مجموعة من الفرضيات لتبسيط الجملة الانشائية الحقيقية.

- مجموعة من الأشكال (الرسومات) لتوضيح النموذج التحليلي.
- قائمة من الثوابت التصميمية (أبعاد ، نوع المواد ، ....).

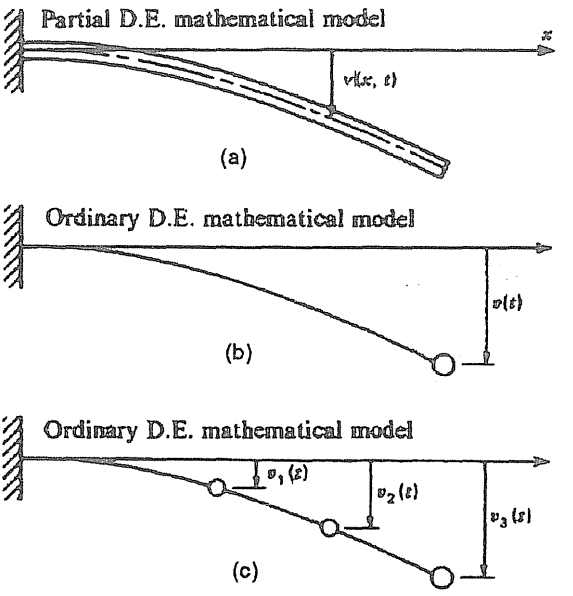
* **عدد درجات الحرية (Degrees of freedom)**

هو عدد الانتقالات التي يجب أخذها بعين الاعتبار لتمثل أثر قوى العطالة الأساسية.

تصنف النماذج التحليلية إما إلى نماذج مستمرة (Continuous models) أو إلى نماذج غير مستمرة (مجزأة) (Discrete- parameter models). يبين الشكل (1-2a) نموذجاً مستمراً لجائزظفري حيث يتضح أن لهذا النموذج عدداً لامتناهياً من درجات الحرية كما يبين الشكلان (1-2b,c) نموذجين غير مستمرين لنفس الجائز يسمى مثل هذين النموذجين عادةً بالنماذج ذات الكتل المجمعة (Lumped mass) وذلك بسبب تجميع كتلة المنشأ بعدة نقاط ولهذا فإن عدد درجات الحرية للنموذج غير المستمر محدود. ويعتمد اختيار النموذج التحليلي بشكل كبير على السلوك الانشائي المراد تمثيله بأمانة.

* **النموذج الرياضي (Mathematical model):**

نسمي مجموعة المعادلات التفاضلية التي تصف تصرف النموذج التحليلي بالنموذج الرياضي، يتم اشتقاق هذه المعادلات بتطبيق قوانين الفيزياء (قوانين نيوتن – قوانين الاجهادات والتشوهات....) على النموذج التحليلي الذي تم اختياره ليناسب الغاية المرجوه من التحليل الديناميكي.



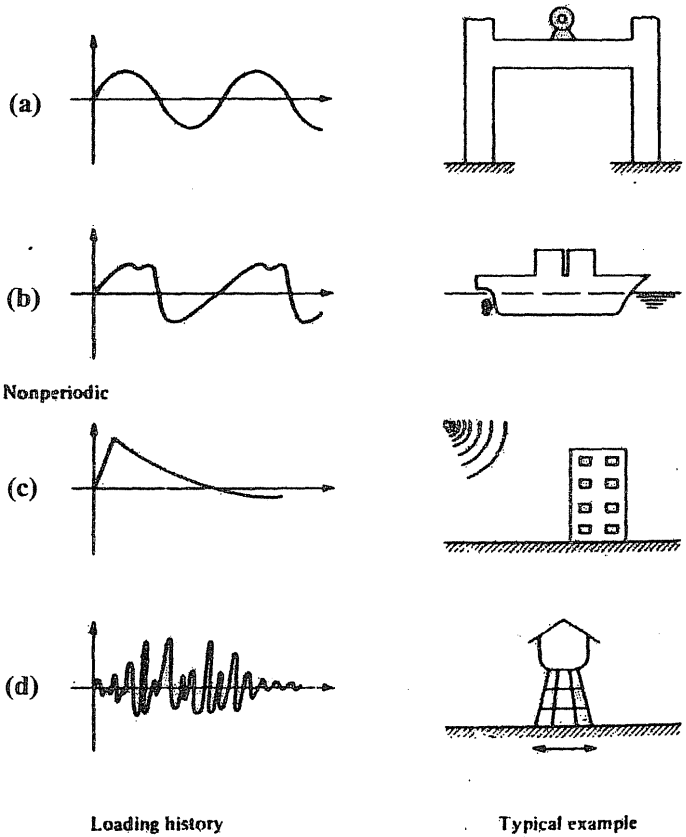
الشكل (2-1): النماذج التحليلية لجائز ظفري

1-3 أنواع الأحمال الموصوفة Types of prescribed loadings

غالباً ما تتعرض المنشآت إلى نوع أو آخر من الأحمال الديناميكية خلال عمرها ، ومن المناسب أن يتم تقسيم الأحمال الديناميكية الموصوفة أو المحددة إلى النوعين الرئيسيين التاليين:

- أحمال دورية (Periodic loadings): هي الأحمال التي لها نفس التغير مع الزمن بشكل متتالٍ على عدد كبير من الدورات كما هو مبين في الشكلين (1-3a,b) وأبسط الأحمال الدورية هو الحمل ذو التغير الجيبي مع الزمن.
- أحمال غير دورية (Nonperiodic loadings): هي الأحمال التي لاتتغير بشكل دوري مع الزمن، وهذه الأحمال إما أن تكون على شكل

نبضة ممتدة على فترة زمنية قصيرة مثل الأحمال الناجمة عن الانفجارات، أو أن تمتد على فترة زمنية أطول نسبياً كتلك التي تنجم



الشكل (3-1): أنواع الأحمال الموصفة

الفصل الثاني

النماذج الرياضية للجمل وحيدة درجة الحرية

Mathematical Models of SDOF Systems

2-1 مقدمة

سوف نتناول في هذا الفصل طرق النمذجة الرياضية للجمل وحيدة درجة الحرية (Single Degree of Freedom SDOF) . وكما سنرى لاحقاً أن النموذج الرياضي لهذا النوع من الجمل سيكون عبارة عن معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية. وسنستخدم إما قوانين نيوتن أو مبدأ الانتقالات الوهمية لاشتقاق المعادلة التفاضلية الخاصة بالجمل ذات الثوابت المجمعة.

وسوف نطور مبدأ الانتقالات الوهمية لصياغة النماذج الرياضية للجمل المستمرة بشكل تقريبي بحيث يتم اشتقاقها على شكل نماذج رياضية بثوابت مُعممة وبدرجة حرية وحيدة (SDOF Generalized-parameter model).

إذاً في نهاية هذا الفصل سنكون قادرين على:

أولاً: استخدام قوانين نيوتن لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة وحيدة درجة الحرية.

ثانياً: استخدام مبدأ الانتقالات الوهمية (Virtual displacement principle) لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة وحيدة درجة الحرية.

ثالثاً: استخدام مبدأ الانتقالات الوهمية مع نمط مفروض للانتقالات لاشتقاق المعادلة التفاضلية لحركة جملة ذات ثوابت مُعممة ودرجة حرية وحيدة.

2-2 عناصر النماذج ذات الثوابت المجمعة

Elements of lumped-parameter models

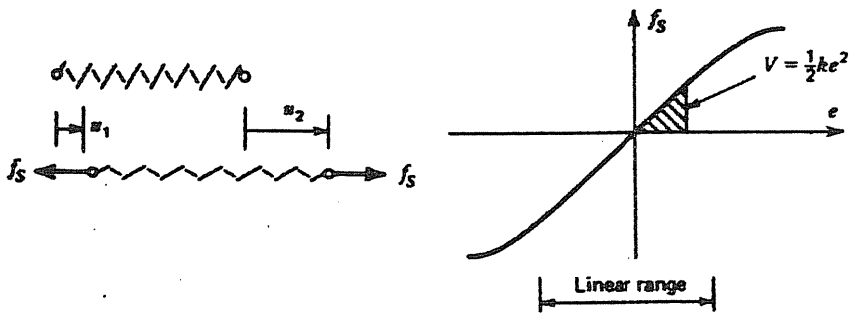
إن العناصر التي يتألف منها نموذج منشأ ذو ثوابت مجمعة هي تلك التي تربط بين القوى والانتقالات، القوى والسرع، القوى والتسارعات. وتسمى المركبة التي تربط بين القوى والانتقالات بالنابض (Spring). يبين الشكل (2-1) نموذجاً تحليلياً لنابض ذي كتلة مهملة ومخططاً للقوة في النابض f_s بدلالة تغير طوله: $e = u_2 - u_1$

إن العلاقة بين قوة النابض وتغير طوله خطية في المجال المرن وتكتب على النحو التالي:

$$f_s = ke \qquad (2\text{-}1)$$

يسمى الثابت k بثابت النابض ويختزن النابض في المجال المرن طاقة تشوه (كامنة) قدرها:

$$V = \frac{1}{2}ke^2 \qquad (2\text{-}2)$$



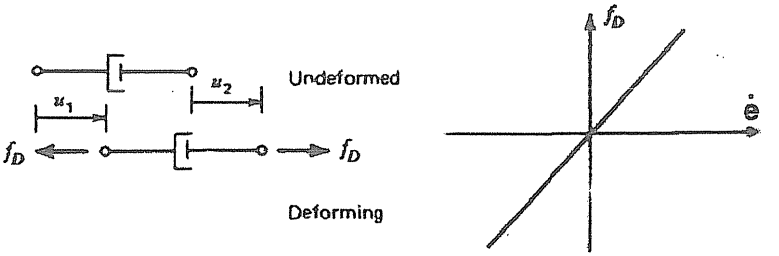
الشكل (2-1): الطاقة الكامنة في النابض

تلما النابض واسطة لتخزين الطاقة الكامنة، هناك وسائط لتبديد الطاقة من المنشأ متشوه، هذه الوسائط تدعى ميكانيكيات التخميد (Damping mechanisms). على الرغم من أن بحوثاً كثيرة قد أجريت لتحديد التخميد رياضياً إلا أنه من

الصعب تحديد طبيعته الدقيقة في المنشآت. وتم اعتماد عدة نماذج تحليلية للتخميد وكان أكثرها شيوعاً في ديناميك المنشآت هو نموذج المكبس الخطي اللزج (Linear viscous dashpot) حيث يمكن كتابة القوة الناجمة عن التخميد وفقاً لهذا النموذج على الشكل التالي:

$$f_D = c\,(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \qquad (2\text{-}3)$$

حيث يسمى الثابت c بمعامل التخميد اللزج (Coefficient of viscous damping) يتضح من هذه العلاقة أن قوة التخميد تابع خطي للسرعة النسبية بين طرفي المكبس. ويوضح الشكل (2-2) قوة التخميد في المكبس.



الشكل (2-2): مخمد خطي لزج

تكتب معادلة الحركة لكتلة نقطية (ذرة) متحركة بتطبيق قانون نيوتن الثاني كمايلي:

$$\Sigma f = m\,a \qquad (2\text{-}4)$$

حيث m هي كتلة الذرة المتحركة و a تسارعها مقاساً بالنسبة لجملة مرجعية.

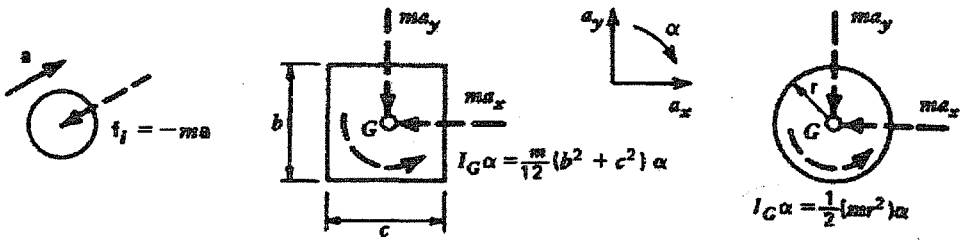
يستخدم مبدأ دالمبير كثيراً في ديناميك المنشآت لكتابة معادلة الحركة وذلك بتطبيق قوى تخيلية على المنشأ تسمى قوى العطالة (Inertia forces) مقدارها:

$$f_I = -m\,a \qquad (2\text{-}5)$$

تكتب المعادلة (2-4) باستخدام هذه القوى على النحو التالي:

$$\Sigma f' = f_I + \Sigma f = 0 \qquad (2\text{-}6)$$

ويبين الشكل (2-3) قوى العطالة لذرة ولجسمين صلبين في حالة حركة عامة.

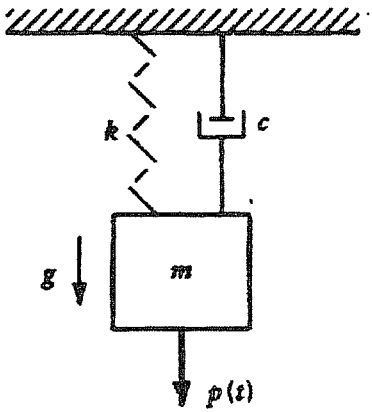


الشكل (2-3): قوى العطالة

2-3 تطبيقات قوانين نيوتن على النماذج ذات الثوابت المجمعة

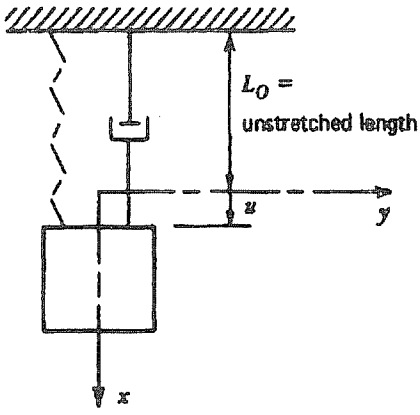
سنقوم في هذه الفقرة باشتقاق معادلات الحركة لبعض النماذج ذات الثوابت المجمعة وذلك باستخدام قوانين نيوتن أو مبدأ دالمبير المكافئ وذلك بغية شرح الطريقة التي يتم من خلالها استنباط النموذج الرياضي لجملة وحيدة درجة الحرية.

مثال (2-1)

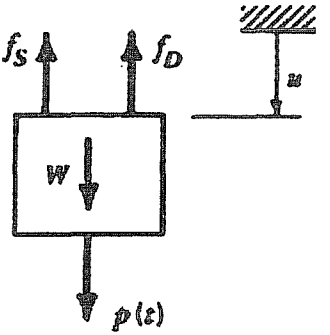


استخدم قوانين نيوتن لاشتقاق معادلة الحركة للجملة البسيطة المبينة جانباً. بفرض أن الحركة شاقولية وأن النابض ذو ثابت قدره k وباهمال مقاومة الهواء وكتلة النابض وأي تخميد داخلي في النابض مع العلم أن القوة الخارجية المطبقة على الكتلة هي $p(t)$.

الحـــل:



- نختار جملة الإحداثيات والانتقال u كدرجة حرية وبحيث يكون المحور x منطبقاً على محور الحركة ومبدأ الإحداثيات في الموقع الذي يكون فيه النابض غير مشدود.



- نرسم مخطط الجسم الطليق للكتلة في وضع ما من الحركة.
- نطبق قانون نيوتن الثاني بفرض الاتجاه الموجب نحو الأسفل

$$+\downarrow \sum F_x = m\,\ddot{u} \qquad (1)$$

ونحدد القوى على الطرف الأيسر من المعادلة (1) بمساعدة مخطط الجسم الطليق

$$p - f_S - f_D + W = m\,\ddot{u} \qquad (2)$$

- نحدد هذه القوى بدلالة متحولات الحركة أي:

$$f_S = ke = ku \qquad (3)$$

$$f_D = c\dot{e} = c\dot{u} \qquad (4)$$

حيث $u = 0$ تقابل الوضع غير الممتط من النابض

- نعوض المعادلات (3) و(4) في المعادلة (2) ونعيد الترتيب فينتج:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = W + p(t) \qquad (5)$$

يتضح أن هذه المعادلة هي معادلة تفاضلية خطية من المرتبة الثانية ذات أمثال ثابتة ويمكن تبسيطها بكتابة الانتقال u بدلالة الانتقال الساكن الناتج عن الوزن الذاتي

u_{st} والانتقال النسبي u_r مُقاساً من وضع التوازن الساكن أي:

$$u_{st} = \frac{W}{k} \qquad (6)$$

ليكن انتقال الكتلة مقيساً بالنسبة لوضع التوازن الساكن هو u_r وبالتالي:

$$u = u_r + u_{st} \qquad (7)$$

وباعتبار u_{st} ثابتة لذا يمكن كتابة المعادلة (5) على الشكل التالي:

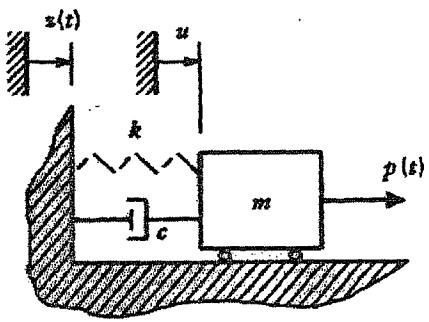
$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + ku_r = p(t) \qquad (8)$$

إذاً وزن الكتلة يمكن اختصاره إذا تم قياس انتقالها بالنسبة لوضعية التوازن الساكن.

تعتبر المعادلة (8) في المثال (1-2) معادلة أساسية في ديناميك المنشآت وسنهتم كثيراً في حلها وتطبيقها على المسائل الإنشائية ذات درجة الحرية الوحيدة أو متعددة درجات الحرية.

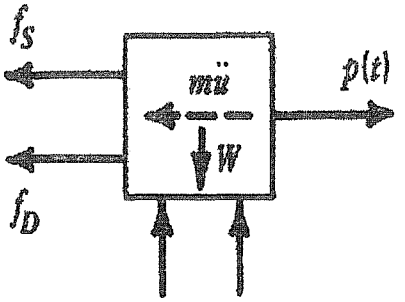
لم نبين في المثال (1-2) قوة العطالة المطبقة على الكتلة بل اكتفينا بتطبيق قانون نيوتن الثاني مباشرة، وفي المثال القادم (2-2) سوف نبين كيفية استخدام مفهوم مبدأ قوى العطالة أو ما يسمى مبدأ دالمبير.

مثال (2-2)



استخدم مبدأ دالمبير لاشتقاق معادلة الحركة للكتلة m المبينة جانباً وبفرض أن ثابت النابض هو k وأن معامل التخميد اللزج هو c وأن إثارة المسند معلومة $z(t)$ وأن النابض غير مشدود عندما $u = z = 0$

الحـــل:



- نرسم مخطط الجسم الطليق للكتلة موضحاً عليه قوى العطالة بالإضافة للقوى الحقيقية.

- نكتب معادلة التوازن الديناميكي.

$$\sum F_x = 0 \qquad (1)$$

من مخطط الجسم الطليق يتبين:

$$p - f_s - f_D - m\,\ddot{u} = 0 \qquad (2)$$

- نعوض القوى بمتحولات الحركة.

$$m\ddot{u} + c\left(\dot{u} - \dot{z}\right) + k\left(u - z\right) = p \qquad (3)$$

يجب الملاحظة أن قوة النابض وقوة التخميد مرتبطتان بحركة الكتلة النسبية مع المساند المتحركة. يمكن كتابة المعادلة (3) بحيث تكون كل المقادير المعلومة على الطرف الأيمن.

$$\boxed{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = c\dot{z} + kz + p} \qquad (4)$$

هذه المعادلة هي معادلة الانتقالات الفعلية للكتلة منسوبة لوضعها الأصلي.

أحياناً يفضل صياغة هذه المعادلة بدلالة الانتقالات النسبية

$$w = u - z \qquad (5)$$

بطرح $m\ddot{z}$ من طرفي المعادلة (3) ينتج

$$\boxed{m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = p - m\ddot{z}} \qquad (6)$$

إذاً حركة القاعدة تؤدي إلى إضافة قوى عطالة معاكسة $p_{eff} = -m\ddot{z}$ للقوى المطبقة.

يمكن توسيع قوانين نيوتن لتغطي حركة الأجسام الصلبة في المستوى، لذا يمكن كتابة:

$$\sum F = ma_G \qquad (2\text{-}7)$$

حيث a_G هو شعاع تسارع مركز كتلة الجسم، كما أن هناك حاجة لإحدى معادلات العزم التالية:

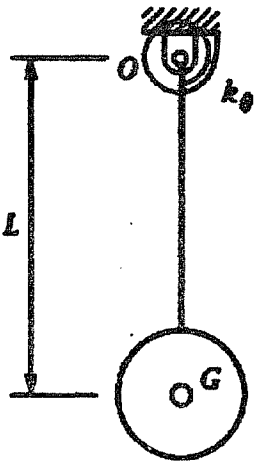
$$\sum M_G = I_G\alpha \qquad (2\text{-}8)$$

حيث تم أخذ العزم حول مركز الكتلة G وأن α هو التسارع الزاوي. وأن I_G هو عزم عطالة الكتلة حول G *انظر الشكل (2-3)*. هذه المعادلة عامة تستخدم في معظم الحالات. *ويمكن استخدام المعادلة التالية عوضاً عنها:*

$$\sum M_O = I_O\alpha \qquad (2\text{-}9)$$

حيث O هو المحور الذي يدور حوله الجسم الصلب. هذه المعادلة صحيحية فقط في حال كون محور الدوران ثابت.

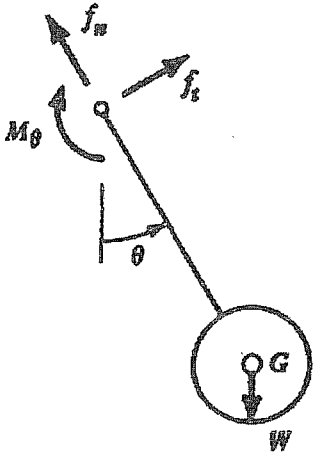
مثال (2-3)



يمكن تمثيل محرك طائرة ووسائط تعليقه على الجناح كجسم صلب موصول إلى جائز صلب مهمل الكتلة كما هو مبين في الشكل جانباً وذلك من أجل دراسة حركته الجانبية، تم تقييد جائز التعليق بواسطة نابض دوراني مرن وظيفته تطبيق عزم إرجاع على الجائز بشكل متناسب مع زاوية الجائز مع الشاقول، يتمتع هذا النابض بثابت صلابة دوراني قدره k_θ ولكتلة المحرك عزم عطالة دوراني قدره I_G حول محور مار في مركز ثقله.

اشتق معادلة الحركة الجانبية للمحرك مهملاً تأثير التخميد.

الحـــــل:



- نرسم مخطط الجسم الطليق للكتلة في وضع ما من الحركة ونحدد إحداثي الانتقال (درجـــة الحرية) كما في الشكل أدناه.
- تُكتب معادلة الحركة باستخدام معادلة توازن العزوم (2-9) لأن المسألة مسألة دوران حول محور ثابت مع فرض الاتجاه الموجب عكس عقارب الساعة:

$$\sum M_O = I_O\ddot{\theta}$$

من مخطط الجسم الطليق ينتج:

$$-M_\theta - WL\sin\theta = I_O\ddot{\theta} \qquad (1)$$

- تكتب علاقة القوى بالانتقالات بالنسبة للنابض

$$M_\theta = k_\theta\,\theta \qquad (2)$$

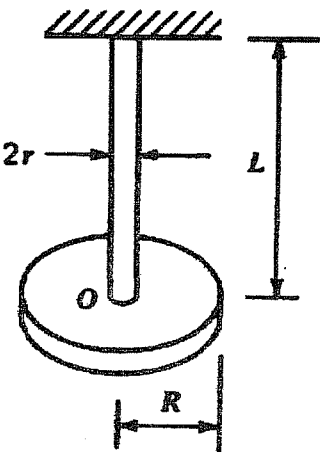
- بدمج هذه العلاقة مع العلاقة (1) وتبسيط العلاقة الناتجة بحساب عزم عطالة الكتلة من نظرية المحاور المتوازية $I_O = I_G + mL^2$ ينتج:

$$\left(I_G + mL^2\right)\ddot{\theta} + k_\theta\theta + WL\sin\theta = 0 \qquad (3)$$

كمثال أخير على استخدام قوانين نيوتن مباشرةً أو استخدام قوى العطالة في معادلات التوازن الديناميكي وذلك لاشتقاق معادلة الحركة لجملة وحيدة درجة الحرية سنحل المثال التالي:

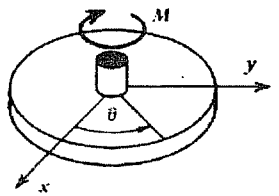
مثال (4-2)

قرص منتظم ثقيل معلق بعمود اسطواني مهمل الوزن. اشتق معادلة نوسان الفتل للقرص مهملاً تأثير التخميد علماً أن عمود التعليق مصنوع من مادة ذات معامل قص G.



الحـــــل:

- نرسم مخطط الجسم الطليق للقرص في وضعية ما للحركة ونحدد درجة الحرية (الإحداثي الانتقالي).



- نكتب معادلة الحركة وذلك باستخدام المعادلة (9-2) معتبرين الاتجاه الموجب عكس عقارب الساعة.

$$\sum M_O = I_O \alpha \qquad (1)$$

من مخطط الجسم الطليق ينتج:

$$-M = I_O \ddot{\theta} \qquad (2)$$

- نكتب علاقة القوى بالانتقالات بالاستفادة من علاقات مقاومة المواد حيث يمكن كتابة العلاقة بين عزم الفتل M وزاوية الدوران في نهاية عمود التعليق على الشكل التالي:

$$M = \left(\frac{GJ}{L}\right)\theta \qquad (3)$$

حيث $J = \frac{\pi}{2}^{4}$ ، $I_0 = \frac{1}{2}mR^2$

- بدمج العلاقتين (2) و (3) ينتج:

$$\boxed{\frac{1}{2}\left(m\,R^2\right)\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi\, r^4 G}{L}\right)\theta = 0} \qquad (4)$$

نلاحظ أن هذه العلاقة لها الشكل: $m_\theta \ddot{\theta} + k_\theta \theta = 0$

والتي هي مشابهة لتلك الناتجة في المثال السابق.

2-4 تطبيقات مبدأ الانتقالات الوهمية على النماذج ذات الثوابت المجمعة

إذا كانت الجملة الإنشائية معقدة وتحتوي على عدد من الكتل ذات الحجم المحدود قد يكون من الصعب كتابة معادلات التوازن بين كل القوى المطبقة مباشرةً باستخدام قوانين نيوتن، في هذه الحالة يُستخدم مبدأ الانتقالات الوهمية كبديل لصياغة معادلات الحركة.

يمكن صياغة مبدأ الانتقالات الوهمية على النحو التالي: " إذا خضعت جملة متوازنة تحت تأثير مجموعة من القوى إلى انتقال وهمي فإن مجموع العمل الذي قامت به مجموعة القوى يساوي الصفر" مع العلم أن الانتقال الوهمي هو انتقال صغير تخيلي يطبق على الجملة وينسجم مع قيودها.

إذاً بتطبيق هذا المبدأ يمكن اشتقاق معادلة الحركة لأي جملة وفق الخطوات التالية:

- تحدد القوى المؤثرة على كتل الجملة بما فيها قوى العطالة.
- يطبق انتقال وهمي مقابل كل درجة حرية.
- يُجمع العمل الذي تقوم به القوى ويساوى بالصفر.

يمكن كتابة مبدأ الانتقالات الوهمية رياضياً على النحو التالي:

$$\delta W' \equiv \delta W_{\substack{real \\ forces}} + \delta W_{\substack{inertia \\ forces}} = 0 \qquad (2\text{-}10)$$

من المفيد أن ندرج فيما يلي بعض التعاريف التي تستعمل في ديناميك المنشآت لها علاقة بالعمل الوهمي وبمعادلة حركة أي جملة.

- الاحداثيات المعممة (Generalized coordinates):

هي مجموعة من الاحداثيات الانتقالية (درجات الحرية) غير مرتبطة خطياً وكافية لوصف الشكل المتشوه للجملة $q_i (i = 1,2,...N)$

- القوة المعممة (Generalized force) (Q_i):

هي المقدار الذي يضرب بـــ δq_i عند حساب العمل الوهمي الناجم عن δq_i أو بتعبير آخر Q_i هو العمل الناتج عندما $\delta q_i = 1$ و $\delta q_j = 0$ عندما $j \neq i$.

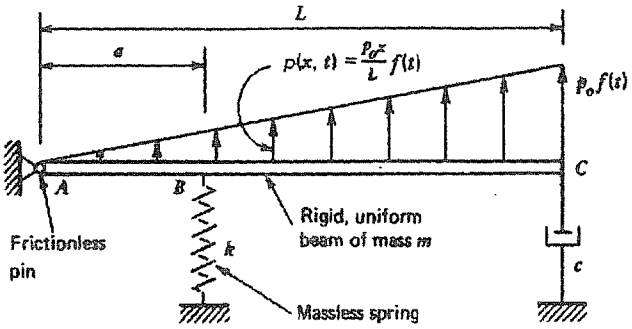
مما تقدم يمكن كتابة معادلة العمل الذي تقوم به القوى المعممة على الشكل:

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} Q_i \, \delta q_i \qquad (2\text{-}11)$$

لشرح مبدأ العمل الوهمي وتطبيقاته في اشتقاق معادلات الحركة، سنتناول الأمثلـــة التالية:

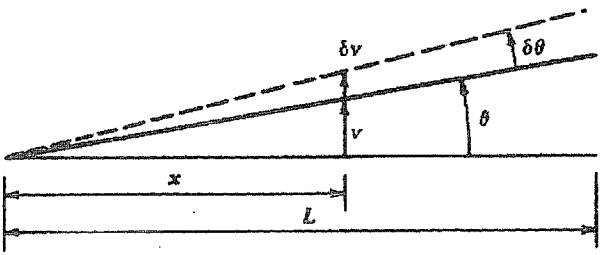
مثال (2-5)

اشتق معادلة الحركة للجملة المبينة أدناه وذلك باستخدام مبدأ الانتقالات الوهمية مهملاً وزن الجملة ومعتبراً أن دوران الجائز صغير وأن كتلته الكلية m.



الحـــــل:

- نرسم الجملة في وضعية تشوه ما وكذلك في وضعية انتقال وهمي إضافية، ونكتب بعض علاقات التشوه:

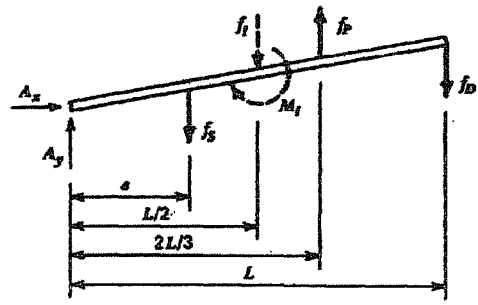


$$v(x,t)=x\tan\theta(t) \qquad (1)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة عندما تكون θ صغيرة كما يلي:

$$v(x,t)=x\,\theta(t) \quad , \quad \delta v(x,t)=x\,\delta\theta \qquad (2a,b)$$

- نرسم على الجسم المزاح للجائز كل القوى التي يمكن أن تنتج عملاً بما فيها قوى العطالة.



- نكتب معادلة العمل الوهمي:

$$\delta W' = 0 \qquad (3)$$

من المعادلة (2b) ومخطط الجسم الطليق نكتب:

$$\delta W' = -f_s(a\,\delta\theta) - f_I\left(\frac{L\,\delta\theta}{2}\right) - M_I(\delta\theta) + f_p\left(\frac{2L\,\delta\theta}{3}\right) - f_D(L\,\delta\theta) = 0 \qquad (4)$$

- نكتب القوى بدلالة متحولات الحركة:

$$f_s = ka\theta \;,\quad f_I = (mL/2)\ddot{\theta} \;,\quad M_I = (mL^2/12)\ddot{\theta}$$
$$f_p = (p_0 L/2) f(t) \;,\quad f_D = cL\dot{\theta} \qquad (5)$$

- بدمج المعادلات (4) و (5) ينتج:

$$\left[\left(\frac{mL^2}{3}\right)\ddot{\theta} + (cL^2)\dot{\theta} + (ka^2)\theta - \frac{p_o L^2 f(t)}{3}\right]\delta\theta = 0 \qquad (6)$$

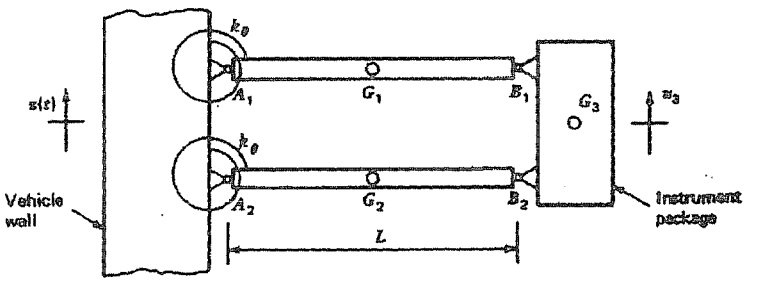
باعتبار $\delta\theta \neq 0$ يتم اختصارها وتنتج معادلة الحركة كما يلي:

$$\boxed{\left(\frac{mL^2}{3}\right)\ddot{\theta} + (cL^2)\dot{\theta} + (ka^2)\theta = \frac{p_o L^2}{3} f(t)} \qquad (7)$$

مثال (2-6)

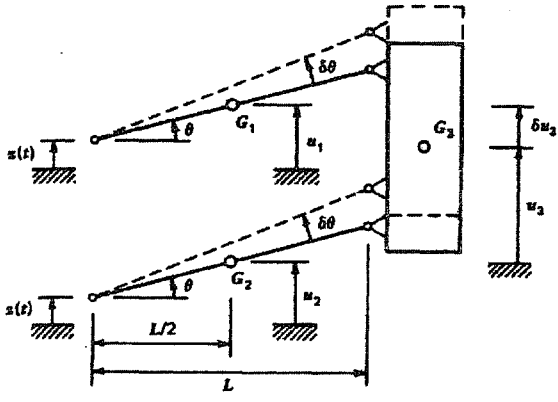
صندوق آلة ذو كتلة قدرها M موصول بجدار عربة متحركة بواسطة ذراعين (جائزين) صلبين كتلة كل منهما m كما هو مبين في الشكل أدناه.

استخدم مبدأ الانتقالات الوهمية لاشتقاق معادلة حركة الصندوق مهملاً تأثير الوزن الذاتي وقوى التخميد وفارضاً أن زواية دوران الذراعين صغيرة.



الحـــــل:

- نرسم الجملة في وضعية تشوه ما وكذلك في وضعية انتقال وهمي إضافية، ونكتب بعض علاقات التشوه الضرورية مع ملاحظة أنه لا يوجد أي تفاضل وهمي للانتقال z نظراً لكونه تابعاً محدداً للزمن z(t). وتجدر الملاحظة أيضاً أنه يمكن كتابة حركة كل من G_1 و G_2 و G_3 بدلالة الانتقال z والدوران غير المعروف θ. إذاً على الرغم من أن الجملة تتألف من عدة أجسام صلبة فهي جملة ذات درجة حرية واحدة.

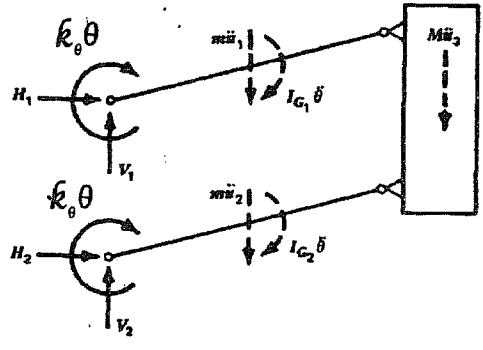


يمكن كتابة علاقات حركة الجملة من أجل قيم صغيرة لـ θ و $\delta\theta$ كما يلي:

$$u_1 = u_2 = z + \left(\frac{L}{2}\right)\theta \quad , \quad \delta u_1 = \delta u_2 = \left(\frac{L}{2}\right)\delta\theta \qquad (1)$$

$$u_3 = z + L\theta \quad , \quad \delta u_3 = L\delta\theta$$

- نرسم القوى التي تنتج عملاً بما فيها العطالة على مخطط الشكل المتشوه للجملة.



- نستخدم معادلة العمل الوهمي (2-10) أي:

$$\delta W' = 0 \qquad (2)$$

$$-(2k_\theta\theta)\delta\theta - m\ddot{u}_1\,\delta u_1 - I_{G1}\,\ddot{\theta}\delta\theta - m\ddot{u}_2\,\delta u_2 - I_{G2}\,\ddot{\theta}\,\delta\theta - M\ddot{u}_3\,\delta u_3 = 0 \qquad (3)$$

- بدمج العلاقات (1) و (3) ينتج:

$$2k_\theta\theta\delta\theta + 2m\left[\ddot{z} + \left(\frac{L}{2}\right)\ddot{\theta}\right]\left[\left(\frac{L}{2}\right)\delta\theta\right] + 2\left[\left(\frac{1}{12}\right)mL^2\right]\ddot{\theta}\,\delta\theta + M\left(\ddot{z} + L\ddot{\theta}\right)\left(L\delta\theta\right) = 0 \qquad (4)$$

أو

$$\left[\left(M + \frac{2m}{3}\right)L^2\ddot{\theta} + 2k_\theta\theta + (m+M)L\,\ddot{z}\right]\delta\theta = 0 \qquad (5)$$

باعتبار $\delta\theta \neq 0$ يمكن اختصار هذه المعادلة وكتابتها على شكل معادلة الحركة التالية:

$$\boxed{\left(M + \frac{2m}{3}\right)L^2\ddot{\theta} + 2k_\theta\theta = -(m+M)L\,\ddot{z}} \qquad (6)$$

يتضح من المثالين السابقين أن تطبيق مبدأ العمل الوهمي على جملة ذات درجة حرية واحدة يقود إلى معادلة عمل وهمي واحدة من الشكل:

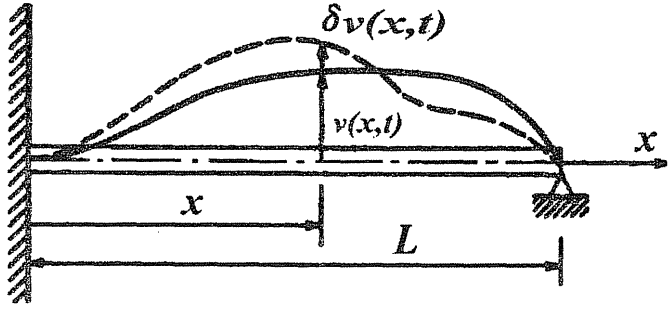
$$\left[\,F(\ddot{q}, \dot{q}, q, t)\,\right]\delta q = 0 \qquad (2\text{-}12)$$

أي أن العبارة داخل القوسين المتوسطين يجب أن تساوي الصفر نظراً لأن δq عبارة عن انتقال صغير وليس بالضرورة مساوياً للصفر. إذاً هذه العبارة هي المعادلة التفاضلية لحركة الجملة.

2-5 تطبيق مبدأ الانتقالات الوهمية على النماذج المستمرة :

طريقة النمط المفروض The assumed mode method

عندما تتعرض جملة ما كتلك المبينة في الشكل (2-4) إلى إثارة ما تابعة للزمن ستتشوه، أي أن المحور السليم سيرسم منحنياً متغيراً مع الزمن. إذاً افتراض أنها جسم صلب لن يؤدي إلى نموذج تحليلي مناسب لأن هذا الفرض لن يسمح لها بالتشوه. لهذا من المناسب أن يتم تطوير مبدأ الانتقالات الوهمية ليغطي النماذج ذات الثوابت المعممة الممثلة للجمل المستمرة بطريقة تمكننا من أخذ التصرف المرن للجمل بالحسبان ولو بشكل تقريبي. تسمى هذه الطريقة بطريقة النمط المفروض.



الشكل (2-4): الانتقالات الوهمية والشروط الهندسية المحيطية

وقبل الاستمرار لا بد من بعض التعاريف:

- الشروط الهندسية المحيطية (Geometric boundary conditions) هي قيود محيطية مفروضة على حركة أو انتقالات أو تشوهات الجملة.
- الانتقالات الوهمية لجملة مستمرة: هي تغيرات تخيلية صغيرة على توابع الانتقالات تتم وبشكل منسجم مع الشروط الهندسية المحيطية.

- التابع المسموح (Admissible function): هو تابع يحقق شروط الجملة الهندسية المحيطية وله مشتقات من مرتبة لا تقل عن تلك التي تظهر في علاقات طاقة تشوه الجملة.
- النمط المفروض أو تابع الشكل (Assumed mode or shape function): هو تابع مسموح يستخدم كتقريب لتشوهات جملة مستمرة.

يوضح الشكل (2-4) هذه التعاريف حيث $v(x,t)$ هي انتقالات المحور المرن وأن الشروط الهندسية المحيطية هي:

$$v(0,t)=v'(0,t)=v(L,t)=0 \qquad (2\text{-}13)$$

كما يبين المنحني المنقط انتقال وهمي محتمل $\delta v(x,t)$ يحقق الشروط الهندسية المحيطية أي:

$$\delta v(0,t)=\delta v'(0,t)=\delta v(L,t)=0 \qquad (2\text{-}14)$$

يجب الملاحظة أن $\delta v(x,t)$ ليست تابعاً للزمن بنفس المعنى كالانتقال $v(x,t)$ بل يعني تغيراً ما لشكل الجملة بالنسبة لشكلها في الزمن (t) .

سوف نستخدم فيما يلي نمط تشوه واحد للحصول على نموذج ذي ثوابت معممة ودرجة حرية واحدة لجملة مستمرة. وعليه يمكن كتابة معادلة منحني الانتقال بشكل تقريبي على النحو التالي:

$$v(x,t)=\psi(x)v(t) \qquad (2\text{-}15)$$

حيث:

$\psi(x)$ هو تابع مسموح به ويفضل استخدام تابع يشبه شكل منحني الانتقالات المتوقع.

$v(t)$ يسمى بالانتقال المعمم (Generalized displacement) لنموذج ذي درجة حرية واحدة وهو تابع للزمن ويحدد بحل المعادلة التفاضلية للحركة.

من المفضل بالنسبة للجمل المستمرة استخدام الطاقة الكامنة في معادلة العمل الوهمي كبديل لعمل القوى المحافظة أي:

$$W_{con} = -\delta V \qquad (2\text{-}16)$$

حيث:

δV هو التغير في الطاقة الكامنة عندما تقوم القوى المحافظة (المرجعه) المطبقة على الجملة بالانتقال عند تطبيق انتقال وهمي على الجملة. وبالتالي يمكن كتابة معادلة العمل الوهمي على الشكل التالي:

$$\delta W' = \delta W_{nc} - \delta V + \delta W_{inertia} = 0 \qquad (2\text{-}17)$$

حيث:

δW_{nc} هو عمل القوى غير المحافظة.

$\delta W_{inertia}$ هو عمل قوى العطالة.

نكتب علاقتي طاقة التشوه (الطاقة الكامنة) في قضيب خاضع لتشوهات محورية $u(x,t)$ وفي جائز معرض لسهوم $v(x,t)$ على النحو التالي:

$$V_{axial} = \frac{1}{2}\int_O^L AE\,(u')^2\,dx \qquad (2\text{-}18)$$

$$V_{bending} = \frac{1}{2}\int_O^L EI\,(v'')^2\,dx \qquad (2\text{-}19)$$

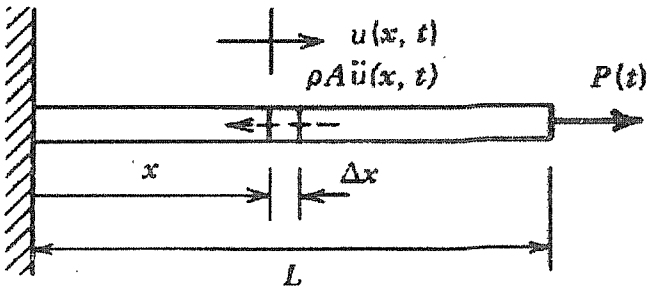
وبالتالي يمكن كتابة δV كما يلي:

$$\delta V_{axial} = \int_O^L (AEu')\,\delta u'\,dx \qquad (2\text{-}20)$$

$$\delta V_{bending} = \int_O^L (EIv'')\,\delta v''dx \qquad (2\text{-}22)$$

مثال (2-7)

تم تطبيق قوة محورية $p(t)$ في نهاية قضيب منتظم ومرن. اختر تابعاً بسيطاً كي تمثل الانتقالات المحورية $\psi(x)$ واستخدمه مع طريقة النمط المفروض لاشتقاق معادلة الحركة لنموذج القضيب ذي درجة الحرية الوحيدة.



الحـــــل:

- نختار التابع $\psi(x)$ بحيث يحقق الشروط المحيطية الهندسية:

الشرط المحيطي الوحيد للمسألة هو:

$$u(0,t)=0 \qquad (1)$$

إذاً تابع الشكل $\psi(x)$ يجب أن يُحقق:

$$\psi(0)=0 \qquad (2)$$

أبسط تابع يُحقق الشرط المحيطي هو $\psi(x)=x$ ولكن من المفضل أن يكون لابعدياً وقيمته تساوي الواحد عندما $x=L$ ولهذا نختار

$$\boxed{\psi(x)=\frac{x}{L}} \qquad (3)$$

إذاً تُكتب معادلة الانتقال المحوري كمايلي:

$$u(x,t)=\left(\frac{x}{L}\right)u(t) \qquad (4)$$

حيث $u(t)$ هو الانتقال المعمم الذي يمثل انتقال رأس القضيب كتابع للزمن.

- نطبق معادلة العمل الوهمي:

$$\delta W' = \delta W_{nc} - \delta V + \delta W_{inertia} = 0 \qquad (5)$$

$$\delta W_{nc} = P\,\delta u(L,t) = P\,\delta u \qquad (6)$$

من العلاقة (2-20) ينتج:

$$\delta V = \int_0^L (AEu')\,\delta u'\,dx = AE\int_0^L \left(\frac{u}{L}\right)\left(\frac{\delta u}{L}\right)dx = \left(\frac{AEu}{L}\right)\delta u \qquad (7)$$

إن قوة العطالة موزعة على طول القضيب وتساوي$(-\rho A\ddot{u})$ ومنه يمكن كتابة عمل قوة العطالة كما يلي:

$$\delta W_{inertia} = \int_0^L (-\rho A\ddot{u})\,\delta u\,dx = -\left(\frac{\rho A\ddot{u}\,\delta u}{L^2}\right)\int_0^L x^2\,dx = -\left(\frac{\rho AL}{3}\right)\ddot{u}\,\delta u \qquad (8)$$

- بتعويض العلاقات (6) و (7) و (8) في (5) ينتج:

$$\left[P - \left(\frac{AE}{L}\right)u - \left(\frac{\rho AL}{3}\right)\ddot{u}\right]\delta u = 0 \qquad (9)$$

وباعتبار أن δu لايساوي الصفر تنتج المعادلة التفاضلية للنموذج ذي الثوابت المعممة ودرجة الحرية الوحيدة:

$$\left(\frac{\rho AL}{3}\right)\ddot{u} + \left(\frac{AE}{L}\right)u = P(t) \qquad (10)$$

يجب الملاحظة أن المعادلة (10) لها الشكل المألوف $m\ddot{u} + ku = p(t)$ الذي تم اشتقاقه في أمثلة النماذج ذات الثوابت المجمعة.

لقد بينا في المثال السابق كيف أن اختيار ما لتابع التشوه $\psi(x)$ قد قادنا إلى معادلة تفاضلية عادية لتمثل النموذج الرياضي لجملة مستمرة ذات درجة حرية واحدة. ويجب أن نتذكر دائماً أن المعادلة (10) قد تم اشتقاقها بالاعتماد على المعادلة (4) التي هي فقط معادلة تقريبية للحركة التي سيخضع لها القضيب تحت تأثير $P(t)$.

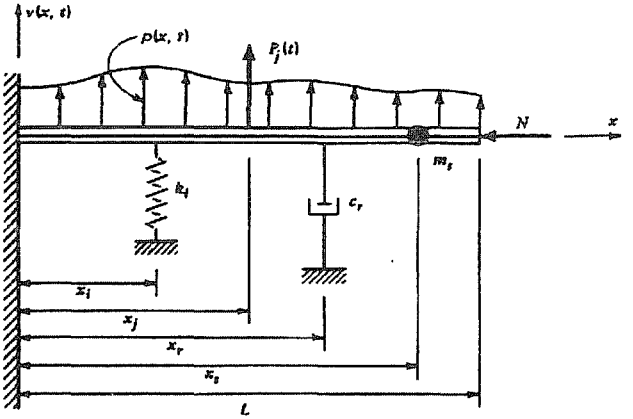
مثال (2-8)

حدد قيم p, k_G, k, m للجملة المبينة أدناه والتي يمكن كتابة معادلة حركتها كما يلي:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + (k - k_G)v = p(t)$$

مستخدماً نمطاً مفروضاً للحركة من النوع: $v(x,t) = \psi(x)\bar{v}(t)$

فارضاً $\psi(L) = 1$ وأن القوة المحورية N ثابتة وأفقية وأن تأثير الوزن الذاتي مهمل



الحـــل:

- نستخدم معادلة العمل الوهمي

$$\delta W' = \delta W_{nc} - \delta V + \delta W_{inertia} = 0 \qquad (1)$$

- نحدد قيمة m من قوى العطالة

$$\delta W_{inertia} = \int_O^L (-\rho A \ddot{v}) \delta v \, dx - m_s \ddot{v}(x_s, t) \delta v(x_s, t) \quad (2)$$

بتعويض $\ddot{v}$, δv في العلاقة (2) ينتج:

$$\delta W_{inertia} = -\left[\int_O^L \rho A \psi^2(x) dx + m_s \psi^2(x_s) \right] \ddot{v} \, \delta v \quad (3)$$

أو

$$\delta W_{inertia} = -m \ddot{v} \, \delta v \quad (4)$$

$$\boxed{m = \int_O^L \rho A \psi^2 \, dx + m_s \psi_s^2} \quad (5)$$

تدعى m بالكتلة المعممة

- نحدد c من المكبس اللزج

$$\delta W_{damping} = -c_r \dot{v}(x_r, t) \delta v(x_r, t) \quad (6)$$

أو

$$\delta W_{damping} = -c \dot{v} \, \delta v \quad (7)$$

$$\boxed{c = c_r \psi_r^2} \quad (8)$$

يدعى c بمعامل التخميد اللزج المعمم

- نحدد k من النابض الخطي والجائز المرن من المعادلة (2-2) ينتج:

$$\delta V_{spring} = k_i e_i \, \delta e_i = k_i v(x_i, t) \delta v(x_i, t) \quad (9)$$

ومنه $$\delta V_{spring} = k_i \psi_i^2 \, v \, \delta v \quad (10)$$

من المعادلة (2-21) ينتج

$$\delta V_{bending} = \int_o^L EI v'' \, \delta v'' \, dx \quad (11)$$

ومنه $$\delta V_{bending} = \left[\int_o^L EI (\psi'')^2 dx \right] v \, \delta v \quad (12)$$

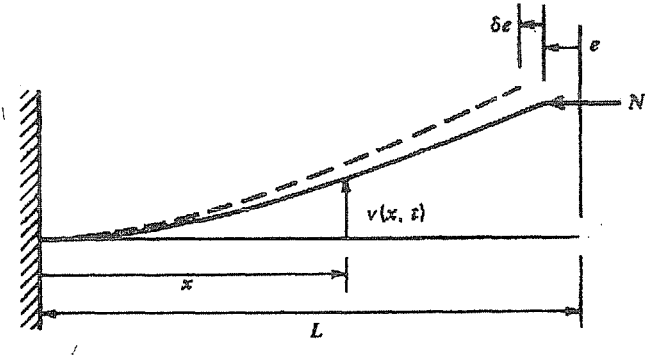
ومنه تُحدد طاقة التشوه المرن للجملة كمايلي:

$$\delta V_{bending} + \delta V_{spring} = kv\,\delta v \qquad (13)$$

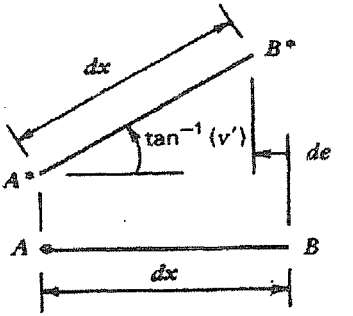
$$\boxed{k = \int_o^L EI\,(\psi'')^2\,dx + k_i\psi_i^2} \qquad (14)$$

يُدعى k بمعامل الصلابة المعمم للجملة.

- سينتقل رأس الجائز باتجاه محوره وعمودياً عليه وذلك بسبب الانتقال الجانبي للجائز، مما يجعل القوة N تقوم بعمل



لتحديد تأثير القصر الناتج عن السهوم ندرس عنصراً AB طوله dx قبل التشوه. سينتقل العنصر إلى الوضع A*B* بعد التشوه وسنفرض أنه سيحافظ على طوله



من الشكل أعلاه يمكن الكتابة

$$\overline{AB} = \overline{A^*B^*}\cos\left[\tan^{-1}(v')\right] + de \qquad (15)$$

من أجل $v' << 1$ نكتب

$$\cos\left[\tan^{-1}(v')\right] \doteq \cos(v') \doteq 1 - \frac{1}{2}(v')^2 \qquad (16)$$

إذاً من المعادلتين (15) و (16) ينتج

$$dx = dx\left[1 - \frac{1}{2}(v')^2\right] + de$$

$$de = \frac{1}{2}(v')^2\, dx \qquad (17)$$

إذاً يُحدد القصر في الطول الناجم عن السهوم بالعلاقة التالية

$$e = \frac{1}{2}\int_o^L (v')^2 dx \qquad (18)$$

$$\delta W_N = N\,\delta e = N\int_0^L v'\delta v'\, dx \qquad (19)$$

باستبدال النمط المفروض في هذه العلاقة نحصل على:

$$\delta W_N = k_G v\,\delta v \qquad (20)$$

حيث

$$\boxed{k_G = N\int_0^L (\psi')^2\, dx} \qquad (21)$$

يُدعى k_G بمعامل الصلابة الهندسي المعمم

- تحدد قيمة $p(t)$ من القوى المطبقة المتعامدة مع محور الجائز

$$\delta W_p = \int_0^L p(x,t)\delta v\,(x,t)dx + p_j \delta v(x_j,t) \qquad (22)$$

بتعويض قيمة v في المعادلة (22) نحصل على

$$\delta W_p = p\,(t)\delta v \qquad (23)$$

حيث

$$\boxed{p(t)=\int_0^L p(x,t)\psi(x)dx+p_j(t)\psi_j} \qquad (24)$$

تُدعى $p(t)$ بالقوة الخارجية المعممة

بتعويض العلاقات الخاصة بـ δW و δV بالمعادلة (1) ينتج

$$[-c\dot{v}+p(t)+k_G v-kv-m\ddot{v}]\delta v=0 \qquad (25)$$

باختصار $\delta v(\delta v\neq 0)$ ينتج

$$\boxed{m\ddot{v}+c\dot{v}+(k-k_G)v=p(t)} \qquad (26)$$

وقيم ثوابت هذه المعادلة محددة أعلاه.

تؤدي طريقة النمط المفروض إلى النموذج ذي الثوابت المعممة التي تكتب بشكل عام كمايلي:

الكتلة المعممة:

$$m=\int_O^L \rho A\psi^2\,dx+\sum_s m_s\psi_s^2 \qquad (2\text{-}23)$$

التخميد اللزج المعمم:

$$c=\int_O^L c(x)\psi^2\,dx+\sum_s c_r\psi_r^2 \qquad (2\text{-}24)$$

الصلابة المعممة:

$$k=\int_O^L EI(\psi'')^2\,dx+\int_O^L k(x)\psi^2\,dx+\sum_i k_i\psi_i^2 \qquad (2\text{-}25)$$

الصلابة الهندسية المعممة

$$k_G=\int_O^L N(x)(\psi')^2\,dx \qquad (2\text{-}26)$$

القوة المعممة:

$$p(t)=\int_O^L p(x,t)\,\psi\,dx+\sum_j P_j\psi_j \qquad (2\text{-}27)$$

مثال (2-9)

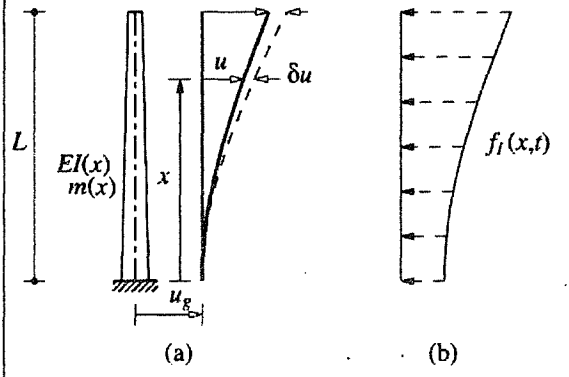
تكتب معادلة الحركة للجملة المبينة أدناه على الشكل التالي:

$$m^*\ddot{u} + c^*\dot{u} + k^*u = p^*(t)$$

أولاً: حدد قيم m^*, k^*, c^*, p^* للجملة المبينة عند تعرضها إلى هزة أرضية تسارعها $\ddot{u}_g(t)$ مستخدماً نمطاً مفروضاً للانتقالات من النوع:

$$u(x,t) = \psi(x)\,u(t)$$

فارضاً $\psi(L) = 1$



الحل:

- نستخدم معادلة العمل الوهمي

$$\delta W' = \delta W_{nc} - \delta V + \delta W_i = 0 \qquad (1)$$

$$u^t(x,t) = u(x,t) + u_g(t) \quad , \quad \ddot{u}^t(x,t) = \ddot{u}(x,t) + \ddot{u}_g(t)$$

$$f_I(x,t) = -m(x)\,\ddot{u}^t(x,t)\,dx \quad , \quad \delta u^t(x,t) = \delta u(x,t)$$

$$f_D(x,t) = c(x)\,\dot{u}(x,t)\,dx$$

$$\delta W_i = \int_0^L f_I\,\delta u'(x,t) = -\int_0^L m(x)\,\ddot{u}'(x,t)\,\delta u'\,dx$$

$$= -\int_0^L m(x)[\ddot{u}(x,t) + \ddot{u}_g(t)]\,\delta u(x,t)\,dx$$

$$= -\int_0^L m(x)\,\ddot{u}(x,t)\,\delta u(x,t)\,dx - \int_0^L m(x)\,\ddot{u}_g(t)\,\delta u(x,t)\,dx$$

$$\delta W_{nc} = -\int_0^L c(x)\,\dot{u}(x,t)\,\delta u(x,t)\,dx$$

$$\delta V = \int_0^L EI(x)\,u''(x,t)\,\delta u''(x,t)\,dx$$

بفرض:

$$\mathrm{u}(x,t)=\psi(x)\ u(t) \quad , \quad \delta\mathrm{u}(x,t)=\psi(x)\ \delta u(t)$$
$$\dot{\mathrm{u}}(x,t)=\psi(x)\ \dot{u}(t) \quad , \quad \ddot{\mathrm{u}}(x,t)=\psi(x)\ \ddot{u}(t)$$
$$\mathrm{u}''(x,t)=\psi''(x)\,u(t) \quad , \quad \delta u''=\psi''(x)\,\delta u(t)$$

$$\delta W_i = -\int_0^L m(x)\psi^2(x)\,\ddot{u}(t)\,\delta u(t)\,dx - \int_0^L m(x)\psi(x)\,\ddot{u}_g(t)\,\delta u(t)\,dx$$

بفرض:

$$m^* = \int_0^L m(x)\psi^2(x)\,dx \quad , \quad L^* = \int_0^L m(x)\psi(x)\,dx$$

$$\delta W_i = -m^*\ddot{u}(t)\ \delta u(t) \ - \ L^*\ddot{u}_g(t)\,\delta u(t)$$

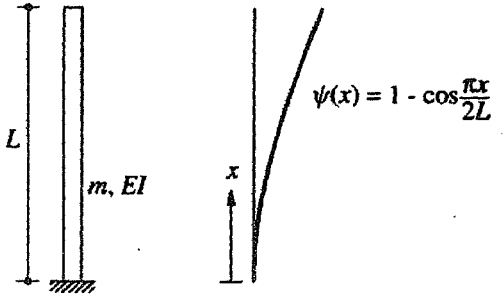
$$\left.\begin{aligned} \delta W_{nc} &= -\int_0^L c(x)\psi^2{}_{(x)}\,\dot{u}(t)\,\delta u(t)\,dx \\ c^* &= \int_0^L c(x)\psi^2{}_{(x)}\,dx \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ \delta W_{nc} = -\mathrm{c}^*\dot{u}(t)\,\delta u(t)$$

$$\left.\begin{aligned} \delta V &= \int_0^L EI(x)[\psi''(x)]^2\,dx\ u(t)\ \delta u(t) \\ k^* &= \int_0^L EI(x)[\psi''(x)]^2\,dx \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ \delta V = k^* u(t)\,\delta u(t)$$

$$\left[-m^*\ddot{u}(t) - L^*\ddot{u}_g(t) - c^*\dot{u}(t) - k^* u(t)\right]\delta u(t) = 0$$
$$m^*\ddot{u}(t) + \mathrm{c}^*\dot{u}(t) + k^* u(t) = -L^*\ddot{u}_g(t)$$
$$\omega^2 = k^*/m^*$$

ثانياً: حدد p^*, c^*, k^*, m^*

إذا كان $\psi(x) = 1 - \cos\dfrac{\pi x}{2L}$, $m = const.$, $EI = const.$, $c = const.$



$$m^* = \int_0^L m\psi^2(x)\,d(x) = m\int_0^L (1-\cos\frac{\pi x}{2L})^2\,dx = 0.227\,mL$$

$$k^* = \int_0^L EI\,[\psi''(x)]^2\,dx = EI\int_0^L (\frac{\pi^2}{4L^2})^2\cos^2\frac{\pi x}{2L}\,dx = 3.04\,\frac{EI}{L^3}$$

$$L^* = \int_0^L m\psi(x)\,dx = m\int_0^L (1-\cos\frac{\pi x}{2L})\,dx = 0.363\,mL$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \frac{3.66}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \quad , \quad \omega_{exact} = \frac{3.516}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$c^* = \int_0^L c\psi^2(x)\,dx = c\int_0^L (1-\cos\frac{\pi x}{2L})^2\,dx = 0.227\,cL$$

إذاً معادلة الحركة:

$$0.227\,mL\,\ddot{u}(t) + 0.227\,mL\,\dot{u}(t) + \frac{3.04\,EI}{L^3}u(t) = -0.363\,mL\,\ddot{u}_g(t)$$

$$\ddot{u}(t) + \frac{c}{m}\dot{u}(t) + 13.392\,\frac{EI}{mL^4}u(t) = -1.6\;\ddot{u}_g(t)$$

ثالثاً: حدد التواتر الدوراني ودور اهتزاز الجملة إذ كان خصائصها الهندسية كما هو مبين في الشكل أدناه.

Solution

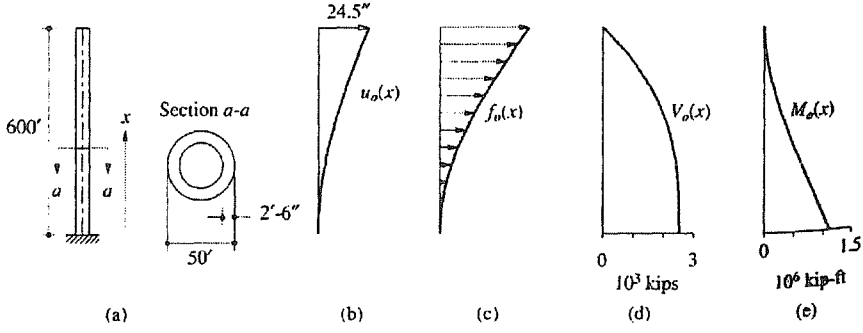
1. *Determine the chimney properties.*

Length:	$L = 600$ ft
Cross-sectional area:	$A = \pi(25^2 - 22.5^2) = 373.1$ ft^2
Mass/foot length:	$m = \dfrac{150 \times 373.1}{32.2} = 1.738$ kip-sec^2/ft^2
Second moment of area:	$I = \dfrac{\pi}{4}(25^4 - 22.5^4) = 105.507$ ft^4
Flexural rigidity:	$EI = 5.469 \times 10^{10}$ kip-ft^2

2. *Determine the natural period*

$$\omega_n = \frac{3.66}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} = 1.80 \text{ rad/sec}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 3.49 \text{ sec}$$



الفصـــل الثالث

الاهتزاز الحر للجمل وحيدة درجة الحرية
Free Vibration of SDOF Systems

3-1 مقدمة

لقد بينّـــا في الفصل السابق أن معادلة الحركة لجملة خطية وحيدة درجة الحرية تُكتب على الشكل التالي:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \qquad (3\text{-}1)$$

يمكن اعتبار المقادير المشمولة في المعادلـــة $(p, u\ k, c, m)$ بأنهـــا المقـــادير المعممة، كما يمكن البرهان بأن حركة الجملة المبينة في الشكل (3-1) ممثلة في هذه المعادلة. وسوف ندرس الآن استجابة هذه الجملة تحت تـــأثير الإثـــارة $p(t)$ والشرطين الابتدائيين التاليين:

$$u(0) = u_o \ , \ \dot{u}(0) = \dot{u}_o \qquad (3\text{-}2)$$

حيث u_o $\dot{u}_o$ هما انتقال وسرعة ابتدائيين محددين على الترتيب.

من المفيد تقسيم المعادلة (3-1) على m وإعادة كتابتها على النحو التالي:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = \left(\frac{\omega^2}{k}\right) p(t) \qquad (3\text{-}3)$$

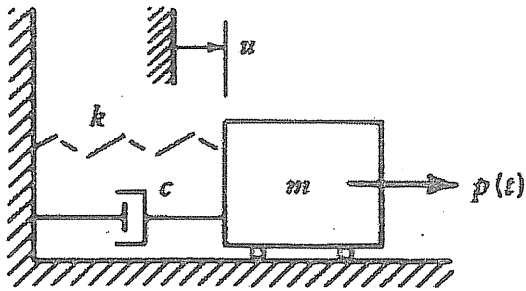
حيث:

$$\omega^2 = k/m \quad , \quad \zeta = c/c_{cr} \qquad (3\text{-}4a,b)$$

وأن $$c_{cr} = 2m\omega = 2k/\omega = 2\sqrt{km} \qquad (3\text{-}4\text{-}c)$$

تسمى ω بالتواتر الطبيعي الدوراني غير المخمد وتقاس بالرديان فـــي الثانيـــة. وتسمى ζ بمعامل التخميد اللزج وهو كمية لابعدية.كما يسمى c_{cr} بمعامل التخميـــد

الحرج. إن ω و ζ عاملان هامان في تحديد استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية.



الشكل (1-3): جملة وحيدة درجة الحرية.

تجدر الملاحظة بأن العلاقة (3-3) معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية ذات حدود ثابتة، وأن حلها يتألف من مجموع خطي لجزئين متمايزين هما:

$u_p(t)$ حركة قسرية مرتبطة مباشرة بالقوة $p(t)$.

$u_c(t)$ حركة طبيعية تجعل من السهل تحقيق الشروط الابتدائية للحركة.

إذا يمكن كتابة استجابة الجملة على النحو التالي:

$$u(t) = u_p(t) + u_c(t) \qquad (3\text{-}5)$$

بتعبير رياضي يتألف حل المعادلة التفاضلية من مجموع الحل الخاص $u_p(t)$ والحل المتمم $u_c(t)$.

في هذا الفصل سنتناول الاهتزاز الحر أو الحركة الطبيعية والتي هي في الحقيقة حل المعادلة (3-3) عندما تكون $p(t) = 0$ أي:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \qquad (3\text{-}6)$$

سنفرض أن حل هذه المعادلة هو من الشكل التالي:

$$u = \overline{C}\, e^{\overline{s}t} \qquad (3\text{-}7)$$

نعوض هذا الحل في المعادلة (3-6) ينتج:

$$\left(\bar{s}^2 + 2\zeta\omega\,\bar{s} + \omega^2\right)\overline{C}\,e^{\bar{s}t} = 0 \qquad (3\text{-}8)$$

كي تكون هذه المعادلة صحيحة من أجل كل قيم (t) يجب أن:

$$\bar{s}^2 + 2\zeta\omega\,\bar{s} + \omega^2 = 0 \qquad (3\text{-}9)$$

تسمى هذه العلاقة بالمعادلة المميزة.

سوف نتناول في الفقرة (3-2) وضعية الاهتزاز الحر غير المخمد أي حل المعادلة (3-9) عندما $\zeta = 0$ وسنتناول في الفقرة (3-3) وضعية الاهتزاز المخمد أي عندما $\zeta \neq 0$.

3-2 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة

Free vibration of undamped SDOF system

تكتب معادلة الحركة لجملة وحيدة درجة الحرية وغير مخمدة كما يلي:

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \qquad (3\text{-}10)$$

فتكون المعادلة المميزة من الشكل:

$$\bar{s}^2 + \omega^2 = 0 \qquad (3\text{-}11)$$

إن جذري هذه المعادلة هما:

$$\bar{s}_{1,2} = \pm i\omega \quad \text{where} \quad i = \sqrt{-1} \qquad (3\text{-}12)$$

بعد تعويض هذين الحلين في المعادلة (3-7) يمكن كتابة الحل العام على النحو التالي:

$$u = \overline{C}_1 e^{i\omega t} + \overline{C}_2 e^{-i\omega t} \qquad (3\text{-}13)$$

باستخدام معادلة أويلر التالية:

$$e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta \qquad (3\text{-}14)$$

نستطيع كتابة الحل كما يلي:

$$u = A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t \qquad (3\text{-}15)$$

حيث A_1 و A_2 ثابتان حقيقيان يمكن تحديدهما من الشروط الابتدائية للحركة.

باستخدام الشروط الابتدائية (3-2) مع المعادلة (3-15) ينتج:

$$u(0) = u_o = A_1 \ , \ \dot{u}(0) = \dot{u}_o = A_2\omega \qquad (3\text{-}16)$$

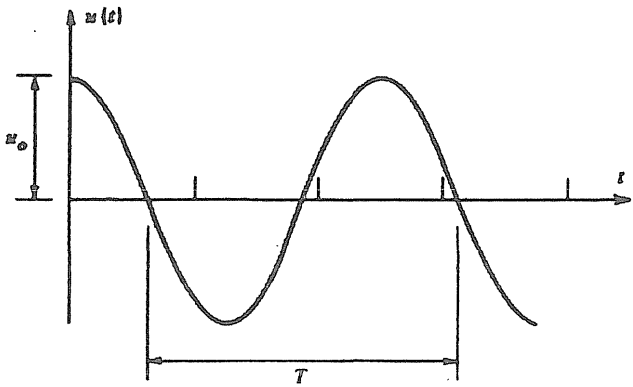
إذاً تُكتب معادلة الحركة كمايلي:

$$u = u_o \cos\omega t + \left(\frac{\dot{u}_o}{\omega}\right)\sin\omega t \qquad (3\text{-}17)$$

تُمثل هذه العلاقة الاستجابة الحرة لاهتزاز جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة.

بناءً على ما تقدم تكتب معادلة الحركة لجملة متوازنة تم إزاحتها من وضع التوازن بمقدار u_o ومن ثم تم تحريرها دون سرعة ابتدائية $(\dot{u}_o = 0)$ كمايلي:

$$u = u_o \cos\omega t \qquad (3\text{-}18)$$



الشكل (3-2): الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة بدون سرعة ابتدائية

يتضح من الشكل (3-2) أن الحركة توافقية بسيطة ذات سعة قدرها u_o ودور طبيعي غير مخمد قدره:

$$T = 2\pi/\omega \qquad (3\text{-}19)$$

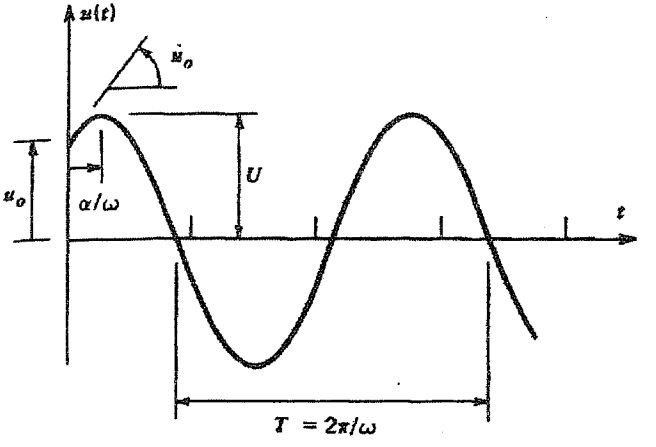
وتواتر طبيعي غير مخمد قدره:

$$f = 1/T = \omega/2\pi \qquad (3\text{-}20)$$

يُقدر الدور بالثانية ويُقدر التوتر الطبيعي بالهيرتز وهويساوي دورة في الثانية.
يمثل الشكل (3-3) المعادلة (3-17) عندما u_o و $\dot{u}_o$ غير معدومين حيث تبقى الحركة توافقية بسيطة ذات دور قدره T ومعادلة حركة يمكن كتابتها على النحو التالي:

$$u(t) = U\cos(\omega t - \alpha) = U\cos\omega\left(t - \frac{\alpha}{\omega}\right) \qquad (3\text{-}21)$$

حيث U تُمثل سعة الحركة و α تمثل فرق الصفحة الزاوية الذي تتأخر به $u(t)$ عن $(\cos\omega t)$.



الشكل (3-3): الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة

من المناسب استخدام التمثيل الشعاعي للحركة من أجل الربط بين السعة والصفحة والانتقال والسرعة الابتدائيين. يبين الشكل (3-4a) عدداً عقدياً $(\overline{C})$ تم تمثيله في مستوٍ عقدي على شكل قطبي. تكتب معادلة هذا العدد العقدي على النحو التالي:

$$\overline{C} = C\,e^{i\theta} \qquad (3\text{-}22a)$$

أو على الشكل التالي:

$$\overline{C} = R\left(\overline{C}\right) + iI\left(\overline{C}\right) = C_R + iC_I \qquad (3\text{-}22b)$$

حيث $R\left(\bar{C}\right)$ هو الجزء الحقيقي و $I\left(\bar{C}\right)$ هو الجزء التخيلي.

بربط العلاقتين العقدتين (3-22a) و (3-22b) ببعضهما من خلال علاقة أويلر (3-15) ينتج:

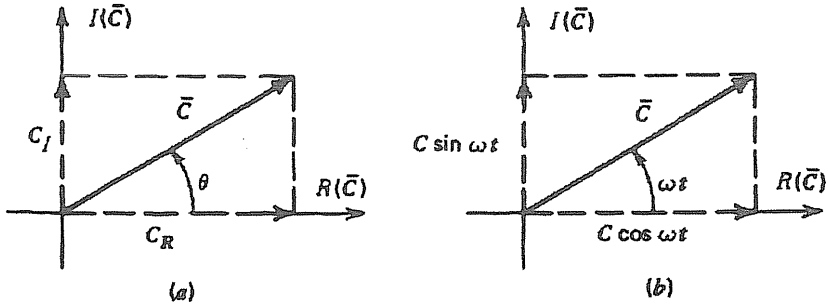
$$C_R = C\cos\theta\ ,\ C_I = C\sin\theta \qquad (3\text{-}23)$$

يتضح من الشكل (3-4b) أنه عندما تؤخذ θ مساوية ωt يكتب الشعاع $\overline{C}$ على النحو التالي:

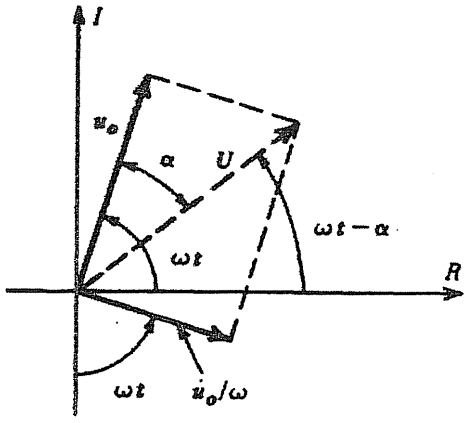
$$\overline{C} = Ce^{i\omega t} = C\cos\omega t + iC\sin\omega t \qquad (3\text{-}24)$$

يمثل المسقط الأفقي لهذا الشعاع حركة توافقية $(C\cos\omega t)$ ويمثل المسقط الشاقولي حركة توافقية $(C\sin\omega t)$ أيضاً.

يتضح من الشكل (3-5) أن شعاعين دائرين تم ترتيبهما بحيث يكون مجموع مسقطيهما الأفقيين مساوياً قيمة $u(t)$ وفقاً المعادلة (3-17) وأن مسقط حاصلتهما على المحور الأفقي ذاته يساوي قيمة $u(t)$ وفقاً المعادلة (3-21).



الشكل (3-4): تمثيل الشعاع في المستوي العقدي



الشكل (3-5): تمثيل حركة الاهتزاز الحر غير المخمد بشعاع دائر

يتضح من الشكل (3-5) أن سعة الاهتزاز وفرق صفحته تحددان بالعلاقتين التاليتين:

$$U^2 = u_o^2 + \left(\frac{\dot{u}_o}{\omega}\right)^2 \quad \text{و} \quad \tan\alpha = \frac{\dot{u}_o / \omega}{u_o} \qquad (3\text{-}25)$$

3-3 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية ذات تخميد لزج

Free vibration of viscous damped SDOF system

يتضح من المعادلة (3-21) والشكل (3-3) أنه حالما توضع جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة في حالة حركة بشروط ابتدائية (u_o و $\dot{u}_o$) فإن الحركة ستستمر دون انتهاء. لكن في الحقيقة كل الجمل فيها شئ من التخميد الذي يبدد الطاقة وبالتالي يسبب تخامد الاهتزاز وتوقفه في النهاية. لقد رأينا سابقاً أن معادلة الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية وذات تخميد لزج تُكتب على الشكل التالي:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \qquad (3\text{-}26)$$

نفرض أن الحل هو:

$$u = \overline{C} e^{\bar{s}t} \qquad (3\text{-}27)$$

بتبديل هذا الحل في المعادلة (3-26) تنتج المعادلة المميزة التالية:

$$\bar{s}^2 + 2\zeta\omega\bar{s} + \omega^2 = 0 \qquad (3\text{-}28)$$

إن جذري المعادلة (3-28) هما:

$$\bar{s}_{1,2} = -\zeta\omega \pm \omega\sqrt{\zeta^2 - 1} \qquad (3\text{-}29)$$

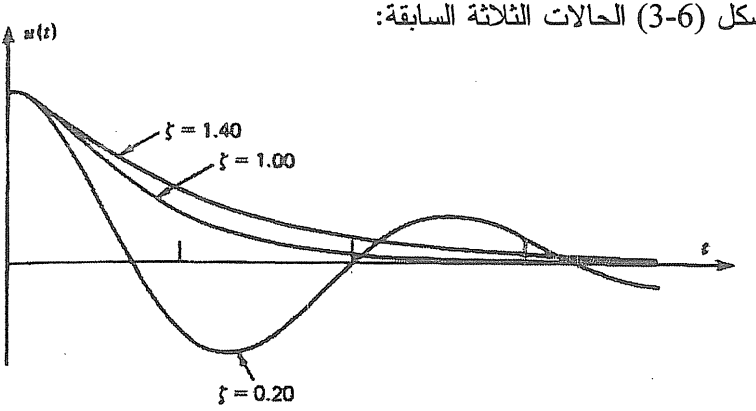
يمكن استخدام قيمة عامل التخميد (ζ) للتمييز بين ثلاث أنواع من الجمل:

آ - تحت مخمدة (Underdamped) عندما ($0 < \zeta < 1$) والحركة اهتزازية مع تناقص في السعة.

ب- مخمدة بشكل حرج (Critically damped) ($\zeta = 1$) والحركة غير اهتزازية والسعة تتناقص بسرعة.

ج- فوق مخمدة (Overdamped) ($\zeta > 1$) والحركة غير اهتزازية والسعة تتناقص بشكل أبطأ من تناقصها في الحالة (ب).

يوضح الشكل (3-6) الحالات الثلاثة السابقة:



الشكل (3-6): الاستجابة الحرة لجملة وحيدة درجة الحرية بسويات مختلفة من التخميد اللزج.

آ - الجمل تحت المخمدة ($\zeta < 1$):

باعتبار $\zeta < 1$ فمن المناسب كتابة المعادلة (3-29) كما يلي:

$$\bar{s}_{1,2} = -\zeta\,\omega \pm i\omega_d \qquad (3\text{-}30)$$

حيث ω_d هي التواتر الطبيعي الدوراني المخمد ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2} \qquad (3\text{-}31a)$$

فيكتب دور الاهتزاز المخمد T_d كما يلي:

$$T_d = 2\pi / \omega_d \qquad (3\text{-}31b)$$

يمكن كتابة الحل العام $u(t)$ بمساعدة صيغة أويلر في الأعداد العقدية على النحو التالي:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega t}\left(A_1 \cos\omega_d t + A_2 \sin\omega_d t\right) \qquad (3\text{-}32)$$

نوجد قيم A_1 و A_2 باستخدام الشروطين الابتدائيين u_o و $\dot{u}_o$ وبالتالي نكتب معادلة الحركة كمايلي:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega t}\left[u_o \cos\omega_d t + \left(\frac{\dot{u}_o + \zeta\omega u_o}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right] \qquad (3\text{-}33)$$

أو على النحو التالي:

$$u(t) = Ue^{-\zeta\omega t}\cos\left(\omega_d t - \alpha\right) \qquad (3\text{-}34)$$

حيث:

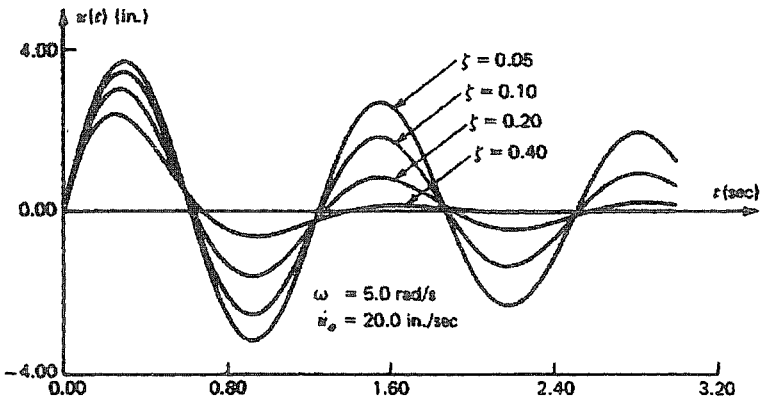
$$U^2 = u_o^2 + \left(\frac{\dot{u}_o + \zeta\omega u_o}{\omega_d}\right)^2 \qquad (3\text{-}35)$$

و

$$\tan\alpha = \frac{\dot{u}_o + \zeta\omega u_o}{\omega_d u_o}$$

يبين الشكل (3-7) مقارنة بين استجابة عدة جمل بسويات مختلفة من التخميد دون الحرج وبانتقال ابتدائي معدوم. وبالتالي يمكن كتابة معادلة الحركة كما يلي:

$$u(t) = \left(\frac{\dot{u}_o}{\omega_d}\right) e^{-\zeta\omega t} \sin \omega_d t \qquad (3\text{-}36)$$



الشكل (3-7) تأثير سوية التخميد على الاهتزاز الحر

يتضح من الشكل (3-7) أنه على الرغم من أن ζ لها تأثير على التواتر ω_d فإن تأثيرها أوضح على السعة أو على المعدل الذي تتخامد فيه الحركة، أي على الحد $e^{-\zeta\omega t}$ وسنقوم بدراسة هذا التأثير بشكل مفصل في فقرة قادمة.

مثال (3-1)

جملة وحيدة درجة الحرية ذات تواتر طبيعي غير مخمد قدره 5 راديان/ثا ومعامل تخميد قدره 20% وشروط ابتدائية $u_o = 0 \quad \dot{u}_o = 20\,\text{in/sec}$

حدد التوتر الطبيعي المخمد ومعادلة حركة الجملة من أجل $t > 0$.

الحل:

$\omega = 5\,\text{rad/s}$, $\zeta = 0.2$, $u_o = 0$, $\dot{u}_o = 20\,\text{in/sec}$

من المعادلة (3-31a) نكتب:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2} = 5\sqrt{1-(0.2)^2} = 4.90 \text{ rad/s}$$

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{4.90}{6.28} = 0.78\ Hz$$

من المعادلة (3-36) نكتب: $u(t) = \left(\frac{\dot{u}_o}{\omega_d}\right) e^{-\zeta\omega t} \sin \omega_d t$

وبالتالي: $u(t) = \left(\frac{20}{4.90}\right) e^{-(0.2)(5)t} \sin(4.90)t$

أو: $\boxed{u(t) = 4.08\, e^{-t} \sin(4.90)t}$

تمثل هذه المعادلة أحد منحنيات الشكل (3-7)

ما لم يوضع عمداً في المنشأ كمية من التخميد فإن تخميده سيقع في المجال تحت المخمد وعادةً في المجال (0.5% - 5%)، وعلى كل حال فإن حالتي التخميد الحرج وفوق المخمد سيتم تغطيتهما لاستكمال الموضوع.

ب - الجمل المخمدة بشكل حرج $(\zeta = 1)$

عندما تكون $(\zeta = 1)$ يكون للمعادلة (3-29) حلاً واحداً:

$$\bar{s} = -\zeta\,\omega \qquad (3\text{-}37)$$

إذاً يكون لمعادلة الحركة الشكل التالي:

$$u(t) = (C_1 + C_2\, t)e^{-\zeta\omega t} \qquad (3\text{-}38)$$

عندما يُؤخذ الشرطين الابتدائيين $(\dot{u}_o\ ,\ u_o)$ بالحسبان تُكتب معادلة الحركة على النحو التالي:

$$u(t) = [u_o + (\dot{u}_o + \zeta\omega\, u_o)t]e^{-\zeta\omega t} \qquad (3\text{-}39)$$

يُبين الشكلان (3-6) و (3-8) أمثلة عن هذا النوع من الحركات غير الاهتزازية.

جـــ – الجمل فوق المخمدة $(\zeta > 1)$

في هذه الحالة يكون للمعادلة (3-29) جذرين حقيقيين سالبين.

لنفرض:

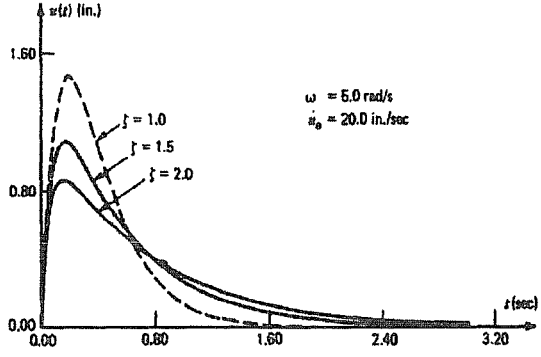
$$\omega^* = \omega\sqrt{\zeta^2 - 1} \qquad (3\text{-}40)$$

فتكون معادلة الحركة لهذا النوع من الجمل هي:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega t}\left(C_1 \cosh \omega^* t + C_2 \sinh \omega^* t\right) \qquad (3\text{-}41)$$

حيث يعتمد تحديد C_1 و C_2 على الشروط الابتدائية.

يبين الشكل (3-8) تأثير سوية التخميد على استجابة الجملة.



الشكل (3-8) استجابة جملة فوق مخمدة

باعتبار u_P و u_Q هما سعة الحركة في بداية ونهاية الدورة على الترتيب أي بفاصل زمني قدره دور الحركة (T_d) كما هو مبين في الشكل (3-9) وباستخدام معادلة الحركة (3-34) يمكن أن نكتب:

$$\frac{u_P}{u_Q} = e^{\zeta\omega T_d} \qquad (3\text{-}42)$$

يمكن تعريف التناقص اللوغاريتمي على النحو التالي:

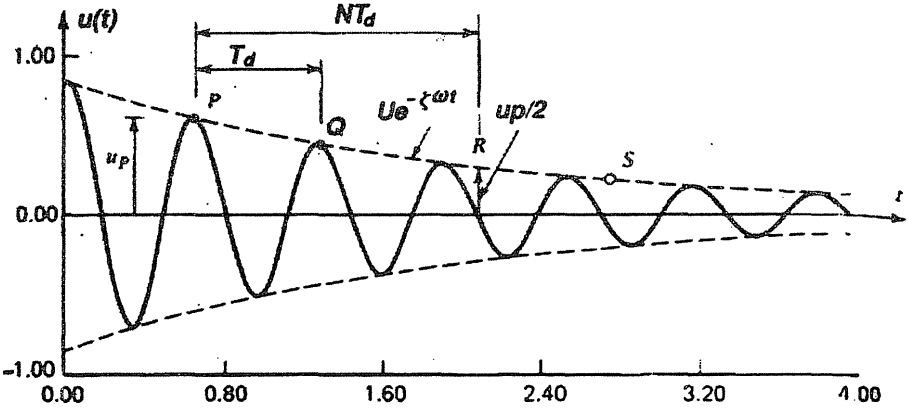
$$\delta = \ln\left(\frac{u_P}{u_Q}\right) = \zeta\omega T_d \qquad (3\text{-}43)$$

حيث:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad (3\text{-}44)$$

إذاً من العلاقتين (3-43) و (3-44) ينتج:

$$\delta = \zeta\omega T_d = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad (3\text{-}45)$$



الشكل (3-9): سجل التخامد لجملة مخمدة

من أجل تخميد صغير $(\zeta < 0.2)$ يمكن أن نكتب التقريب المقبول التالي:

$$\delta = 2\pi\zeta \qquad (3\text{-}46)$$

من هذه العلاقة والمعادلة (3-43) يمكن استنتاج معامل التخميد على النحو:

$$\zeta = \left(\frac{1}{2\pi}\right) ln\left(\frac{u_P}{u_Q}\right) \qquad (3\text{-}47)$$

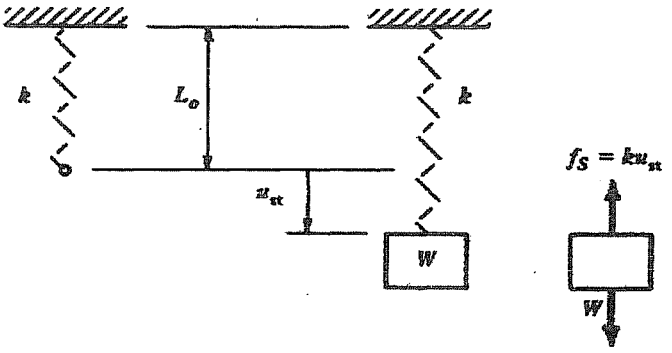
3-4 تحديد ω و ζ تجريبياً لجملة وحيدة درجة الحرية

يتضح مما سبق أن شكل الاستجابة يعتمد على جذري المعادلة المميزة وبالتالي على ω و ζ فمن المفيد أحياناً تحديد هذين العاملين بشكل تجريبي.

يمكن تحديد ω لجملة وحيدة درجة الحرية من قياسات سكونية كما هو مبين في المثال (2-3).

مثال (2-3)

حدد التواتر الطبيعي للجملة المبينة أدناه بواسطة قياس الانتقال سكونياً:



الحـــــل:

نكتب التواتر الطبيعي للجملة كما في المعادلة (3-4a) على النحو:

$$\omega^2 = k/m \qquad (1)$$

نكتب معادلة توازن الكتلة المعلقة بالنابض على النحو:

$$\sum F = 0 \qquad (2)$$

$$W - f_s = 0 \qquad (3)$$ أو

حيث

$$f_s = ku_{st} \qquad (4)$$

بدمج العلاقتين (3) و (4) ينتج:

$$f_s = mg = ku_{st} \qquad (5)$$

من العلاقتين (1) و (5) ينتج:

$$\boxed{\omega^2 = g / u_{st}} \qquad (6)$$

يتضح من العلاقة (3-31) أن قيمة ω_d تساوي تقريباً ω عندما يكون التخميد في الجملة صغيراً ($\zeta < 0.2$)

يوجد طريقتان متشابهتان لتحديد عامل التخميد (ζ) وذلك باستخدام سجل التخامد العائد للاهتزاز الحر للجملة هما:

آ – طريقة التناقص اللوغاريتمي (Logarithmic decrement method)

ب– طريقة نصف السعة (Half-amplitude method)

تعتمد هذه الطريقة على المنحني المغلف لمنحني الحركة حيث يمكن كتابة معادلة المغلف كما يلي:

$$\hat{u}(t) = \mathrm{U}e^{-\zeta\omega t} \qquad (3\text{-}48)$$

لنأخذ نقطتين P و R على المغلف كما في الشكل (3-9) بحيث:

$$\hat{u}_R = u_p / 2^{-} \qquad (3\text{-}49)$$

تبعد النقطة R عن النقطة P بـ N مرة من دور الحركة (ليس من الضروري أن تكون N عدداً صحيحاً) وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$u_p / u_R = e^{\zeta\omega NT_d} \qquad (3\text{-}50)$$

من المعادلتين (3-44) و (3-50) يمكن أن نكتب:

$$2\pi N\zeta / \sqrt{1-\zeta^2} = ln(2) \qquad (3\text{-}51)$$

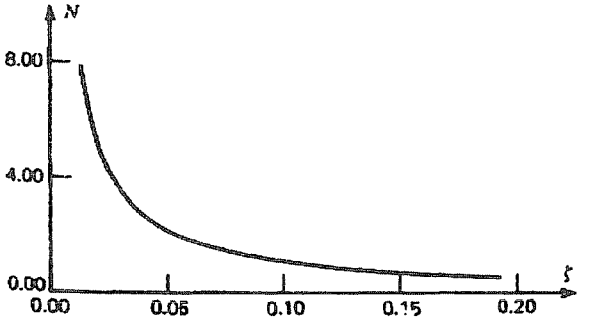
يبين الشكل (3-10) العلاقة بين N و ζ. وفي حال كون التخميد صغيراً يمكن كتابة المعادلة (3-51) بشكل تقريبي كما يلي:

$$2\pi N\zeta = ln(2) \qquad (3\text{-}52)$$

أو

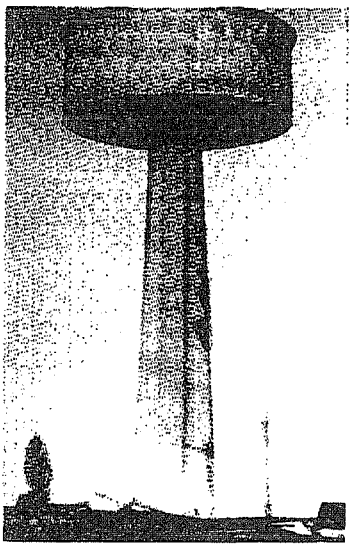
$$\zeta = 0.11 / N \qquad (3\text{-}53)$$

تُمثل العلاقة (3-53) وسيلة سهلة لتقدير عامل التخميد في الجمل ذات التخميد الصغير ($\zeta < 0.1$)



الشكل (3-10) عامل التخميد مقابل عدد الدورات اللازمة لتخفيض المطال 50%.

مثال (3-3)



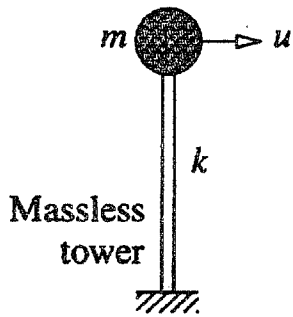
يبين الشكل جانباً خزاناً خرسانياً يستند على عمود خرساني ارتفاعه 80 ft أُخضِع الخزان فارغاً إلى اختبار اهتزاز حيث تم وصل كبل أفقي إلى أعلى الخزان وتم شده بقوة أفقية قدرها 16.4 kips فانتقل أعلى الخزان 2 in ثم قُطِع الكبل وسجل الاهتزاز الحر فاستغرق إنجاز أربع هزات كاملات مدة ثانيتين وكانت سعة الاهتزاز عندها 1 in،

احسب:

أولاً: - نسبة التخميد. - دور الاهتزاز وتواتره الزاوي غير المخمدين.

- صلابة الخزان ووزنه. - معامل التخميد.

ثانياً: إذا كان وزن الماء اللازم لملء الخزان 80 kips احسب دوره ومعامل تخميده عندما يكون مملوءاً بالماء.



الحل:

يمكن نمذجة الخزان بنموذج ذي درجة حرية واحدة مبيناً في الشكل جانباً.

* بالعودة إلى الشكل (3-9) تُكتَب العلاقة بين أي قمتين تبعدان عن بعضهما (n) دور اهتزاز كما يلي:

$$\frac{u_i}{u_{i+n}} = e^{\zeta \omega n T_d} \Rightarrow \zeta \omega n T_d = \ell n \frac{u_i}{u_{i+n}}$$

من أجل تخميد صغير $T_d \approx T = \frac{2\pi}{\omega}$ فتصبح العلاقة السابقة كما يلي:

$$2\pi n \zeta = \ell n \frac{u_i}{u_{i+n}} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2\pi n} \ell n \frac{u_i}{u_{i+n}}$$

- نسبة التخميد

$$\zeta = \frac{1}{2\pi \text{ x } 4} \ell n \frac{2}{1} = 0.0276 = 2.76\%$$

- دور المنشأ

$$T \approx T_d = \frac{2.0}{4} = 0.5 \sec$$

- صلابة المنشأ $k = \frac{p}{u_{st}} = \frac{16.4}{2} = 8.2 \ kips / in$

- التواتر الدوراني $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 12.57 \ rad / \sec$

- كتلة المنشأ $m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{8.2}{12.57^2} = 0.0519 \ kip - \sec^2 / in$

- وزن المنشأ $W = m\,g = 0.0519 \text{ x } 386 = 20.03 \ kips$

- معامل التخميد $c = \zeta\,(2\sqrt{km}) = 0.0276 \text{ x } (2\sqrt{8.2 \text{ x } 0.0519}) = 0.036 \ kip - \sec / in$

* عندما يُملأ الخزان بالماء يصبح له الخصائص التالية:

- الوزن $W = 20.03 + 80 = 100.03 \ kips$

- الكتلة $m = \frac{W}{g} = \frac{100.03}{386} = 0.2591 \ kip - \sec^2 / in$

- دور الاهتزاز $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2591}{8.2}} = 1.12 \ \sec$

- نسبة التخميد $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{0.036}{2\sqrt{8.2 \text{ x } 0.2591}} = 0.0123 = 1.23\%$

3-5 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية مع تخميد احتكاك

Free vibration of SDOF system with friction damping

ينتج التخميد في المنشآت إما عن ارتخاء وصلات المنشأ أو الاحتكاك بين مركباته أو عن التخامد في مادته أو عن أسباب أخرى معقدة. تُؤدي ميكانيكيات التخميد هذه عادة إلى معادلات غير خطية للحركة على عكس التخميد اللزج. ومن المفيد اجراء مقارنة بين التخميد اللزج والتخميد الناتج عن الاحتكاك الجاف. يُبين الشكل (3-11) كتلة تنزلق على سطح خشن فتنتج قوى الاحتكاك التالية:

$$f_D = \mu_k N = \mu_k mg \qquad (3\text{-}54)$$

حيث μ_k هو معامل الاحتكاك.

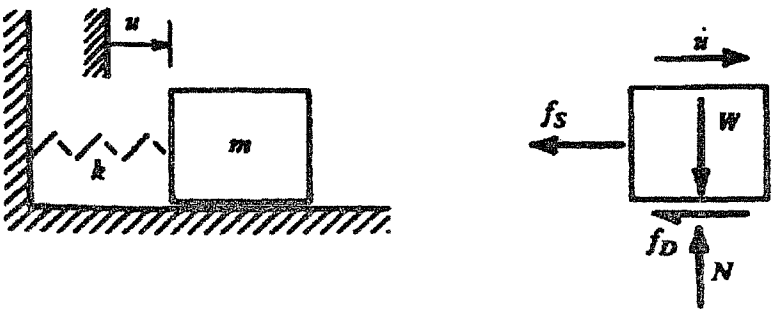
تعيق قوى الاحتكاك الحركة وبالتالي تتعاكس بالإشارة مع $\dot{u}$ وبتطبيق قانون نيوتن الثاني ينتج:

$$-f_s - f_D = m\ddot{u} \qquad (3\text{-}55)$$

لكن

$$f_s = ku$$

$$f_D = \mu_k mg \operatorname{sgn}(\dot{u}) \qquad (3\text{-}56)$$



الشكل (3-11): جملة وحيدة درجة الحرية باحتكاك Coulomb

إذاً:

$$\begin{aligned} m\ddot{u} + ku &= -\mu_k mg \quad , \quad \dot{u} > 0 \\ m\ddot{u} + ku &= +\mu_k mg \quad , \quad \dot{u} < 0 \end{aligned} \qquad (3\text{-}57)$$

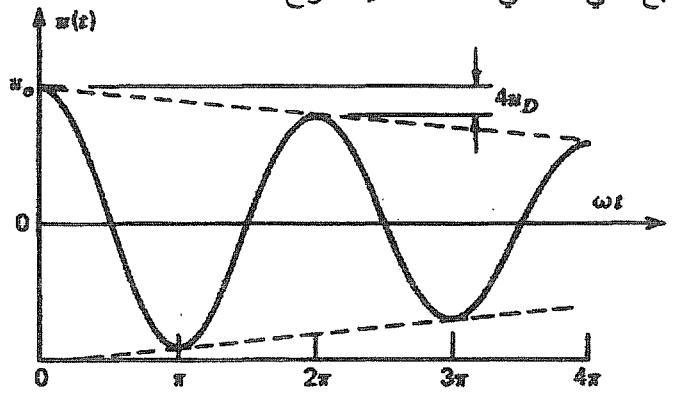
ليكن

$$u_D = |f_D|\left(\frac{1}{k}\right) = \frac{\mu_k g}{\omega^2} \qquad (3\text{-}58)$$

بدمج العلاقتين (3-57) و (3-58) ينتج:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \omega^2 u &= -\omega^2 u_D \quad , \quad \dot{u} > 0 \\ \ddot{u} + \omega^2 u &= +\omega^2 u_D \quad , \quad \dot{u} < 0 \end{aligned} \qquad (3\text{-}59)$$

يُوضح الشكل (12-3) معادلة الحركة حيث تتناقص سعة الاهتزاز خطياً وليس على شكل تابع أسّي كما في حالة التخميد اللزج.



الشكل (12-3): استجابة الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية باحتكاك Coulomb

الفصل الرابع

استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية لإثارة توافقية

Response of SDOF Systems to Harmonic Excitation

4-1 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لإثارة توافقية

لقد بيّـنّـا في الفصل السابق أن استجابة جملة خطية تتألف من مجموع جزئين الأول ناتج عن الحركة الطبيعية (الحرة) والثاني عن الحركة القسرية. تسمى الحركة القسرية الناتجة عن الإثارة التوافقية بالاستجابة المستقرة (Steady state). سنتناول في هذه الفقرة استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة ناتجة عن إثارة توافقية. لهذا سنأخذ كمثال الجملة الخطية المبينة في الشكل (4-1) مع العلم أن سعة الإثارة p_o وتواترها Ω ثابتين.

تكتب معادلة حركة الجملة كما يلي:

$$m\ddot{u} + ku = p_o \cos \Omega t \qquad (4\text{-}1)$$

يكتب الحل الخاص لمثل هذه المعادلة على الشكل التالي:

$$u_p = U \cos \Omega t \qquad (4\text{-}2)$$

كي نحدد السعة U نبدل المعادلة (4-2) في المعادلة (4-1) فينتج:

$$U = \frac{p_o}{k - m\Omega^2} \qquad (4\text{-}3)$$

شريطة:

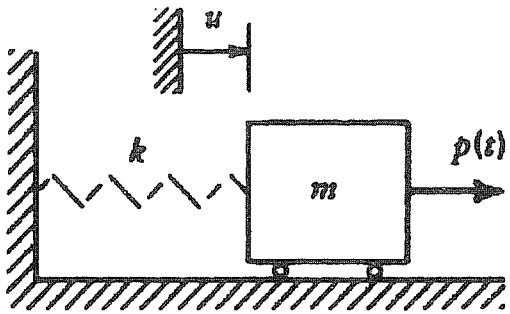
$$k - m\Omega^2 \neq 0$$

نعوض الانتقال الساكن

$$U_o = p_o / k \qquad (4\text{-}4)$$

في المعادلة (4-3) ينتج:

$$H(\Omega) = \frac{1}{1 - r^2} \qquad (4\text{-}5)$$



الشكل (1-4): جملة وحيدة درجة الحرية

يدعى r بنسبة التواتر ويدعى $H(\Omega)$ بتابع الاستجابة التواتري ويعطيان بالعلاقتين التاليتين:

$$r = \Omega / \omega \qquad (4\text{-}6)$$

$$H(\Omega) = U / U_o \qquad (4\text{-}7)$$

يحدد تابع الاستجابة التواتري قدر وإشارة الحركة المستقرة بدلالة نسبة التواتر ويسمى القدر بعامل التكبير المستقر

$$D_S = |H(\Omega)| \qquad (4\text{-}8)$$

وهو موضح في الشكل (4-2)

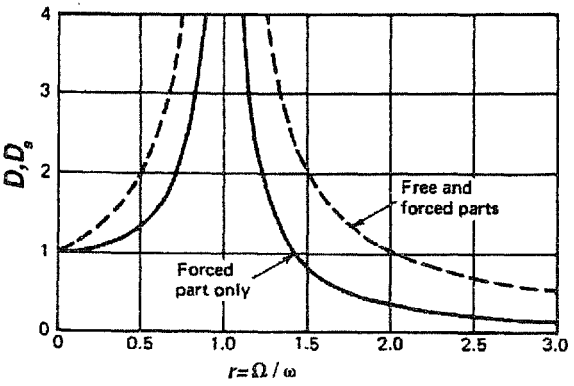
بدمج العلاقات من (4-2) حتى (4-5) تكتب معادلة الاستجابة المستقرة على النحو التالي:

$$u_p = \left(\frac{U_o}{1-r^2} \right) \cos \Omega t \quad , \quad r \neq 1 \qquad (4\text{-}9)$$

إذا كان $r > 1$ فإن $1-r^2 < 0$ وبالتالي فإن الا ستجابة متوافقة في الصفحة مع الإثارة.

إذا كان $r > 1$ فإن الاستجابة ستكون غير متوافقة مع الإثارة بفرق صفحة قدره 180 درجة وبالتالي يمكن كتابة حلها على النحو التالي:

$$u_p = \left(\frac{U_o}{r^2 - 1}\right)\left(-\cos \Omega t\ \right) \qquad (4\text{-}10)$$



الشكل (2-4): عوامل التكبير الديناميكي لجملة وحيدة درجة الحرية غيرمخمدة تحت تأثير $p(t) = p_o \cos \Omega t$

كما بينا سابقاً إن الحل العام هو مجموع الحل الخاص الذي تم التعبير عنه في المعادلة (4-9) والحل المتمم الذي تم صياغته على شكل المعادلة (3-15) إذاً:

$$u = \left(\frac{U_o}{1 - r^2}\right) \cos \Omega t + A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \qquad (4\text{-}11)$$

يوضح المثال التالي استخدام المعادلة (4-11)

مثال (4-1)

للجملة المبينة في الشكل (4-1) ثابت صلابة $k = 40\ Lb/in$ وكتلة وزنها $W = 38.6\ Lb$. إذا كانت الجملة في وضعية الراحة عندما تعرضت لقوة $p(t) = 10 \cos(10t)$ حدد معادلة الحركة وارسم مخططها.

الحـــــــل:

إن معادلة الحركة هي من الشكل:

$$u = \left(\frac{U_o}{1-r^2} \right) \cos \Omega t + A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \qquad (1)$$

باشتقاق هذه المعادلة نحصل على السرعة

$$\dot{u} = \left(\frac{-U_o \, \Omega}{1-r^2} \right) \sin \Omega t - A_1 \omega \sin \omega t + A_2 \omega \cos \omega t \qquad (2)$$

يُحسب التواتر بتطبيق العلاقة (3-4a)

$$\omega = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} = \left(\frac{kg}{W} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{40\,(386)}{(38.6)}} = 20 \text{ rad / s} \qquad (3)$$

كما يحسب الانتقال الساكن كمايلي:

$$U_o = \frac{p_o}{k} = \frac{10}{40} = 0.25 \text{ in} \qquad (4)$$

وتُحدد نسبة التواتر كمايلي:

$$r = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{10}{20} = 0.5 \qquad (5)$$

إذاً:

$$\frac{U_o}{1-r^2} = \frac{0.25}{1-(0.5)^2} = \frac{0.25}{1-0.25} = \frac{0.25}{0.75} = 0.33 \text{ in} \qquad (6)$$

نستخدم الشروط الابتدائية لتحديد الثابتين A_1, A_2

$$u(0) = 0 = \frac{U_o}{1-r^2} + A_1 \quad \Rightarrow \quad A_1 = -\frac{U_o}{1-r^2} = -0.33 \text{ in} \qquad (7)$$

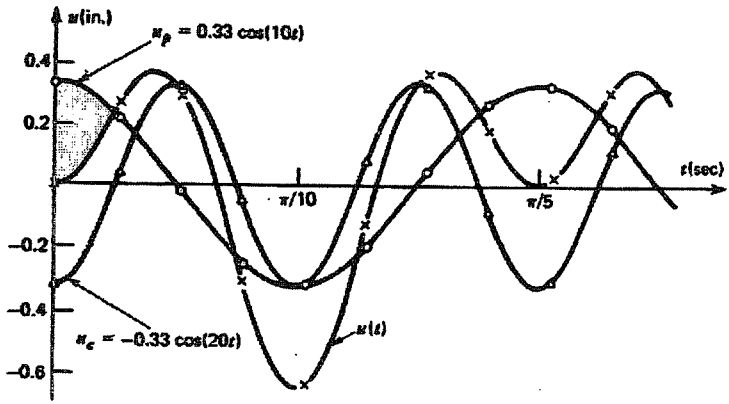
$$\dot{u}(0) = 0 = A_2 \, \omega \quad \Rightarrow \quad A_2 = 0 \qquad (8)$$

بتبديل (6)، (7) ، (8) في معادلة (1) ينتج

$$u = 0.33 \left[\cos(10t) - \cos(20t) \right] \text{ in} \qquad (9)$$

يمكن رسم هذه المعادلة على الشكل التالي:

This equation is plotted below.



من الاستجابة المرسومة في المثال (1-4) يتضح ما يلي:

آ - للاستجابة المستقرة نفس تواتر الإثارة ولايوجد فرق صفحة بين الاستجابة والإثارة لأن $r < 1$

ب- تدعم الحركة القسرية الحركة الطبيعية بشكل متناوب وتحذف إحداها الأخرى بشكل متناوب أيضاً و يدعى ذلك بظاهرة الإفناء. إذاً الحركة الكلية ليست توافقية بسيطة.

ج- إن الاستجابة الكلية العظمى ($u = -0.66$ in عندما $t = \pi/10$.s.) أكبر سعةً من الاستجابة المستقرة ($u_p = 0.33$ in عندما $t = 0$) أي أن عامل التكبير الديناميكي الكلي الذي يعرف بـــ

$$D = \max \frac{|u(t)|}{U_o} \qquad (4\text{-}12)$$

يساوي $0.66 / 0.25 = 2.64$ في المثال السابق.

يبين الشكل (4-2) مخططاً لعامل التكبير الديناميكي الكلي D ومخططاً لعامل التكبير المستقر D_S كتوابع لنسبة التواتر r لجملة غير مخمدة كانت في حالة الراحة قبل تطبيق الإثارة $P = p_o \cos \Omega t$.

إن المعادلتين (4-9) و (4-11) غير صحيحتين عندما $r = 1$ وتسمى الوضعية عندما $r = 1$ أو $\Omega = \omega$ بوضعية الطنين. يتضح من الشكل (4-2) أنه عندما نقترب من وضعية الطنين فإن الاستجابة تكون كبيرة جداً. لذا فإن أهمية دراسة استجابة المنشآت تحت تأثير إثارات توافقية تنبع من ضرورة تجنب وضعية الطنين حيث تنتج حركة ذات سعة كبيرة جداً. عندما يكون $r = 1$ فمن الضروري استبدال المعادلة (4-2) بالحل التالي:

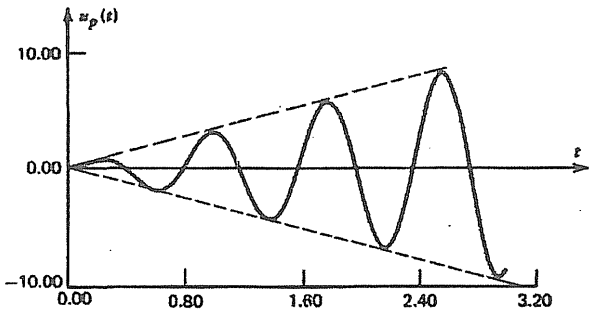
$$u_p = Ct \sin \Omega t \quad , \quad \Omega = \omega \qquad (4\text{-}13)$$

نعوض هذا الحل في المعادلة (4-1) فينتج:

$$C = \frac{p_o}{2m\omega} \qquad (4\text{-}14)$$

$$u_p = \frac{1}{2} (U_o \, \omega t) \sin \omega t \qquad (4\text{-}15)$$ أو

تم رسم هذا الحل على الشكل (4-3) الذي يبين أن السعة تتزايد كتابع خطي بالنسبة للزمن على الرغم من أن الشكل (4-2) يشير إلى سعة لانهائية عندما $r = 1$.



الشكل (4-3): الاستجابة $u_p(t)$ عندما $\omega = \Omega$

4-2 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية مخمدة بشكل لزج لإثارة توافقية

يبين الشكل (1-3) نموذجاً تحليلياً لجملة خطية وحيدة درجة الحرية مخمدة بشكل لزج. عندما تتعرض هذه الجملة لإثارة توافقية $(p_o \cos \Omega t)$ تكون معادلة حركتها كما يلي:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_o \cos \Omega t \qquad (4\text{-}16)$$

لن تكون الاستجابة المستقرة متوافقة بالصفحة مع الإثارة نظراً لكون الجملة مخمدة بل ستكون معادلة هذه الاستجابة لها الشكل التالي:

$$u_p = U \cos(\Omega t - \alpha) \qquad (4\text{-}17)$$

حيث: U هي سعة الحركة المستقرة.

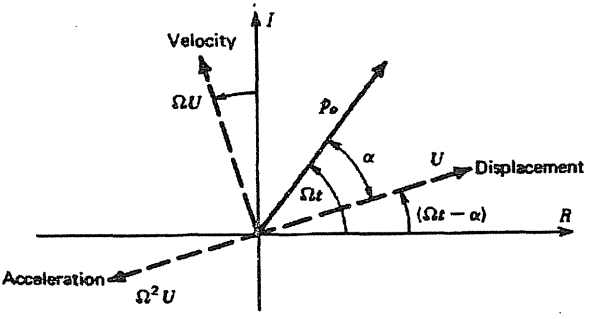
α هي فرق صفحة الحركة المستقرة بالنسبة للإثارة.

باشتقاق المعادلة (4-17) نكتب سرعة وتسارع الحركة كما يلي:

$$\dot{u}_p = -\Omega U \sin(\Omega t - \alpha) \qquad (4\text{-}18)$$

$$\ddot{u}_p = -\Omega^2 U \cos(\Omega t - \alpha)$$

يبين الشكل (4-4) العلاقة بين الأشعة الدائرة الممثلة للإثارة والانتقال والسرعة والتسارع بحيث أن مساقط هذه الأشعة على المحور الحقيقي يساوي الإثارة $p_o \cos \Omega t$ والانتقال والسرعة والتسارع المحددين في العلاقات (4-17) و (4-18).



الشكل (4-4): الأشعة الدائرة الممثلة لـ $\ddot{u}_p, \dot{u}_p, u_p, p$

نعوض العلاقات (4-17) و (4-18) في المعادلة (4-16) ينتج:

$$-m\Omega^2 U\cos(\Omega t-\alpha)-c\,\Omega U\sin(\Omega t-\alpha) + kU\cos(\Omega t-\alpha)=p_o\cos\Omega t \qquad (4\text{-}19)$$

تم تمثيل هذه المعادلة بسهولة في مضلع القوى المبين في الشكل (4-5) وذلك عندما $m\Omega^2 U < kU$ أي عندما $\Omega < \omega$.

إن مسقط الأشعة المنقطة على المحور الحقيقي (R) يمثل الطرف الأيسر للمعادلة (4-19) . أما مسقط الشعاع غير المنقط على نفس المحور فيمثل الطرف الأيمن.

من مضلع القوى المبين في الشكل (4-5) نكتب:

$$p_o^2=\left(kU-m\Omega^2 U\right)^2+\left(c\,\Omega\,U\right)^2 \qquad (4\text{-}20a)$$

و

$$\tan\alpha=\frac{c\,\Omega}{k-m\Omega^2} \qquad (4\text{-}20b)$$

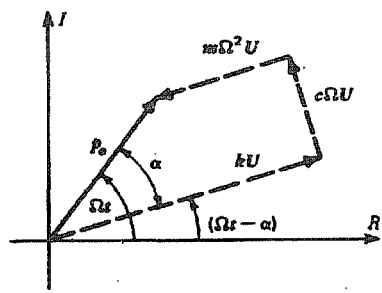
يمكن كتابة هاتين العلاقتين على النحو التالي:

$$D_S=\frac{U}{U_o}=\frac{1}{\left[\left(1-r^2\right)^2+\left(2\zeta r\right)^2\right]^{1/2}} \qquad (4\text{-}21a)$$

و

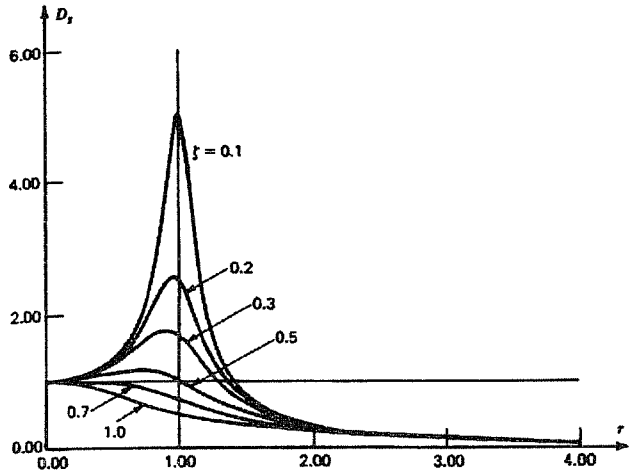
$$\tan\alpha=\frac{2\zeta r}{1-r^2} \qquad (4\text{-}21b)$$

حيث ζ و r و U_o كما عُرّفوا سابقاً.

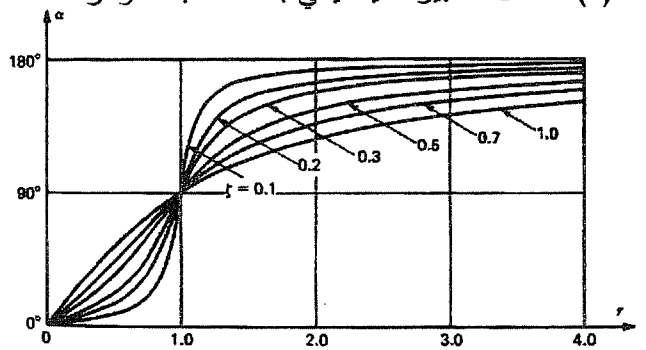


الشكل (4-5): تمثيل شعاعي للقوى المؤثرة على الجملة

يبين الشكل (4-6) عامل التكبير المستقر D_S وفرق الصفحة α.



(a) عامل التكبير الديناميكي بدلالة نسبة التواتر



(b) فرق الصفحة بدلالة نسبة التواتر

الشكل (4-6): عامل التكبير الديناميكي وفرق الصفحة بدلالة نسبة التواتر

من العلاقات (4-17) و (4-21) والشكل (4-6) يمكن أن نستنتج الملامح التالية للإستجابة المستقرة:

آ - إن الحركة الموصوفة في العلاقة (4-17) دورية ولها نفس تواتر الإثارة.

ب – إن سعة الاستجابة المستقرة هي تابع لسعة وتواتر الإثارة بالإضافة إلى تواتر وعامل تخميد الجملة نفسها.

ج – يمكن أن يكون عامل التكبير المستقر أكبر أو أصغر من الواحد.

د – إن الاستجابة المستقرة غير متوافقةمع الإثارة بل هناك فرق صفحة بينهما أي أنهما لايبلغان قيمتهما العظمى في آن واحد فتتأخر الاستجابة عن الإثارة بصفحة قدرها α وبزمن قدره α / Ω

هـ– في حالة الطنين $(r = 1)$ فإن:

$$(D_S)_{r=1} = \frac{1}{2\zeta} \qquad (4\text{-}22)$$

و

$$\alpha = 90^\circ$$

من العلاقات (4-17) و (4-21) و (3-23) تكتب الاستجابة الكلية للجملة على النحو التالي:

أو

$$u = u_p + u_c$$

$$u = \frac{U_o}{\left[\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2\right]^{1/2}} \cos\left(\Omega t - \alpha\right) + e^{-\zeta \omega t}\left(A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t\right) \qquad (4\text{-}23)$$

حيث A_1 و A_2 ثابتان يحددان من الشروط الابتدائية. يسمى الجزء الطبيعي من الحركة بالعابر نظراً لكونه يتخامد ويضمحل مع مرور الزمن.

مثال (4-2)

إذا أضيف للجملة المدروسة في المثال (4-1) عامل تخميد قدره $\zeta = 0.2$ بنفس الشروط الابتدائية فحدد معادلة الحركة وارسم مخططها.

الحـــــــل:

يمكن كتابة تابع الاستجابة الكلية للجملة من العلاقة (4-23) على النحو التالي:

$$u = U\cos(\Omega t - \alpha) + e^{-\zeta\omega t}(A_1\cos\omega_d t + A_2\sin\omega_d t) \quad (1)$$

حيث

$$U = \frac{U_o}{\left[(1-r)^2 + (2\zeta r)^2\right]^{1/2}} \quad (2)$$

U_o ، ω ، r كما في المثال (4-1)

$$\omega = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} = 20\,\text{rad}/s$$

$$U_o = \frac{p_o}{k} = \frac{10}{40} = 0.25\,\text{in} \quad (3)$$

$$r = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{10}{20} = 0.5$$

$$\zeta\omega = (0.2)(20) = 4\,\text{rad/s}$$

من العلاقات (2) و (3) نكتب:

$$U = \frac{0.25}{\left\{\left[1-(0.5)^2\right]^2 + \left[2(0.2)(0.5)\right]^2\right\}^{1/2}} = \frac{0.25}{\left[(0.75)^2 + (0.2)^2\right]^{1/2}} \quad (4)$$

$$= \frac{0.25}{\sqrt{0.6025}} = \frac{0.25}{0.776} = 0.32\,\text{in}$$

من العلاقة (4-21b) نكتب:

$$\tan\alpha = \frac{2\zeta r}{1-r^2} = \frac{2(0.2)(5)}{1-(0.5)^2} = \frac{0.2}{0.75} = 0.267 \quad (5)$$

إذاً:

$$\alpha = 0.26\,rad \quad (6)$$

من المعادلة (3-31a) نكتب:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2} = 20\sqrt{1-(0.2)^2} = 20(0.98) = 19.6 \text{ rad / sec} \qquad (7)$$

باشتقاق المعادلة (1) بالنسبة للزمن ينتج:

$$\dot{u} = -\Omega U \sin(\Omega t - \alpha) + e^{-\zeta\omega t}\left[(A_2\,\omega_d - A_1\zeta\omega)\cos\omega_d t - (A_1\,\omega_d + A_2\zeta\omega)\sin\omega_d t\right] \qquad (8)$$

بفرض الشروط الابتدائية على العلاقتين (1) و (8) ينتج:

$$u(0) = 0 = 0.32\cos(-0.26) + A_1 \qquad (9)$$

إذاً:

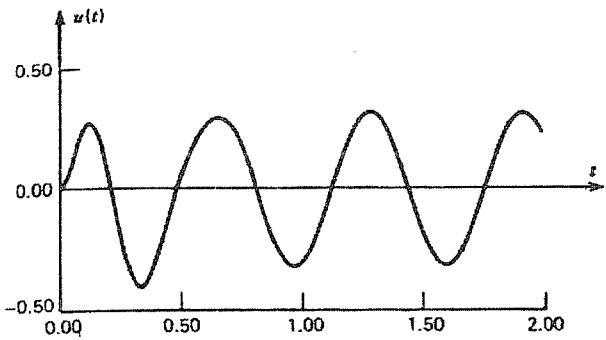
$$A_1 = -0.32\cos(-0.26) = -0.32(0.966) = -0.31 \text{ in} \qquad (10)$$

$$\dot{u}(0) = 0 = -(0.32)(10)\sin(-0.26) + [A_2(19.6) - (-0.31)(0.2)(20)] \qquad (11)$$

$$A_2 = -0.11 \text{ in} \qquad (12)$$

بدمج العلاقات (1) و (4) و (6) و (10) و (12) تنتج معادلة الحركة التالية:

$$u = 0.32\cos(10t - 0.26) - e^{-4t}\left[0.31\cos(19.6t) + 0.11\sin(19.6t)\right] \text{ in} \qquad (13)$$



قارن بين هذا المخطط والمخطط الناتج عن المثال (1-4) لترى تأثير التخميد

حالة الطنين:

تسمى الحالة عندما يتساوى تواتر الإثارة مع التواتر الطبيعي للجملة (بحالة الطنين). لقد درسنا في فقرة سابقة هذه الحالة لجملة غير مخمدة وسوف نتناول في هذه الفقرة حالة الطنين لجملة مخمدة. وقد بينا سابقاً أن عامل التكبير الديناميكي في حالة الطنين لجملة مخمدة هو:

$$(D_S)_{r=1} = \frac{1}{2\zeta}$$

على الرغم من أن هذه القيمة قريبة من القيمة العظمى لـــ D_S لكنها لاتمثل القيمة العظمى لاستجابة جملة مخمدة ويمكن استنتاج القيمة العظمى باشتقاق العلاقة (4-21a) بالنسبة لـــ r ومساواة المشتق بالصفر. وبشكل عملي يمكن أن نكتب:

$$r_{\max} = \sqrt{1-2\zeta^2} \qquad (4\text{-}24a)$$

و

$$(D_S)_{\max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{2\zeta}\,\frac{\Omega}{\omega_d} \qquad (4\text{-}24b)$$

للمنشآت التي يكون فيها عامل التخميد $\zeta < 1/2$

وبشكل عملي ومن أجل قيمة معقولة للتخميد فإن الفرق بين العلاقة (4-24b) والعلاقة (4-22) مهملاً.

إذاً يمكن أن نكتب معادلة الحركة بشقيها المستقر والعابر وذلك عندما تكون الجملة في حالة الطنين على النحو التالي:

$$u = \frac{U_o}{2\zeta}\sin\Omega t + e^{-\zeta\Omega t}\left(A_1\cos\omega_d t + A_2\sin\omega_d t\right) \qquad (4\text{-}25a)$$

يتم تحديد قيم A_1 و A_2 من الشروط الإبتدائية للحركه وكمثال سوف نفرض أن الجملة كانت في حالة الراحة $(u_o = \dot{u}_o = 0)$ عندما تم تطبيق الإثارة ومنه ينتج:

$$A_1 = 0 \qquad , \qquad A_2 = \frac{-U_o}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

نبدل قيم A_1 و A_2 في العلاقة (4-25a) ينتج:

$$u = \frac{U_o}{2\zeta}\sin\Omega t - \frac{U_o}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\Omega t}\sin\omega_d t$$

$$= \frac{U_o}{2\zeta}\left[\sin\Omega t - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\Omega t}\sin\omega_d t\right] \qquad (4\text{-}25b)$$

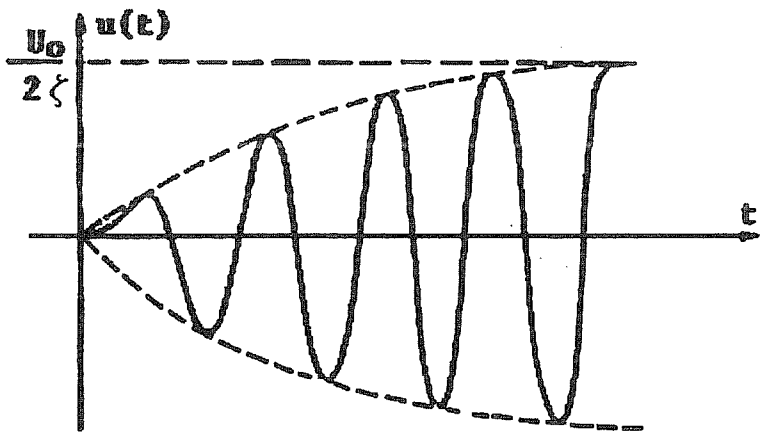
من أجل قيمة صغيرة للتخميد يمكن أن نكتب:

$$\sin\Omega t = \sin\omega_d t \quad , \quad \sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$$

بالتعويض في المعادلة (4-25b) تصبح معادلة الحركة كما يلي:

$$u = \frac{U_o}{2\zeta}\left(1 - e^{-\zeta\Omega t}\right)\sin\Omega t \qquad (4\text{-}25c)$$

يبين الشكل (4-7) رسماً توضيحياً لمعادلة الحركة (4-25c). قارن بين الشكل (4-7) والشكل (4-3) لتستنتج فوائد التخميد.



الشكل (4-7) الاستجابة $u(t)$ عندما $\Omega = \omega$

الفصل الخامس

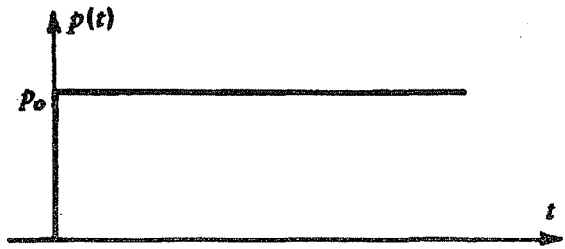
استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية لأشكال خاصة من الإثارة

Response of SDOF Systems to Special Forms of Excitation

5- 1 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية مخمدة بشكل لزج لإثارة ثابتة القدر:

Response of viscose - damped SDOF system to an ideal step loading

يمكن تمثيل الحمل الذي تخضع له الجملة كما في الشكل (1- 5).



الشكل (1- 5): حمل نموذجي على شكل درجة

ويمكن كتابة معادلة الحركة للجملة على النحو التالي:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_o \ , \quad t \geq 0 \qquad (5\text{-}1)$$

سيكون الحل الخاص لهذه الجملة من الشكل:

$$u_p = p_o / k \qquad (5\text{-}2)$$

بما أن الجملة قد بدأت من الراحة $(u_o = \dot{u}_o = 0)$ فيكتب الحل العام كما يلي:

$$u = \frac{p_o}{k}\left\{1 - e^{-\zeta\omega t}\left[\cos\ \omega_d t + \left(\frac{\zeta\omega}{\omega_d}\right)\sin\ \omega_d t\right]\right\} \qquad (5\text{-}3)$$

من المفيد أن نُعرِّف نسبة الاستجابة أو عامل الحمل الديناميكي بأنه النسبة بين الاستجابة الديناميكية والانتقال الساكن الذي تخضع له الجمل فيما لو تم تعريضها إلى قوة ساكنة تساوي القيمة العظمى للحمل الديناميكي أي:

$$R(t)=\frac{k\,u(t)}{p_{\max}} \qquad (5\text{-}4)$$

بتعويض العلاقة (5-3) في (5-4) ينتج عامل الحمل الديناميكي الموافق للحالة المدروسة:

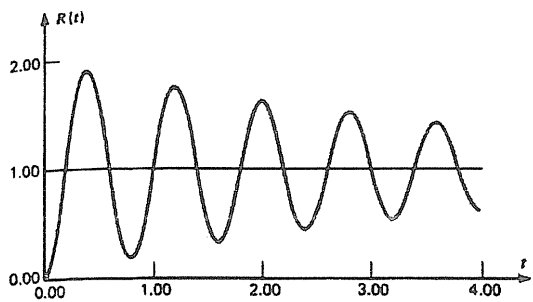
$$R(t)=1-e^{-\zeta\omega t}\left[\cos\ \omega_d t+\left(\frac{\zeta\omega}{\omega_d}\right)\sin\ \omega_d t\right] \qquad (5\text{-}5)$$

يبين الشكل (5-2) منحنى نموذجي لعامل الحمل الديناميكي حيث يتضح منه:

أ - أن $R(t)=1$ تقابل حالة التحمل الساكن.

ب - نظراً لأنه تم تطبيق الحمل فجأة (بشكل لحظي) فإن الجملة ستتعرض إلى انزياح تهتز حوله، وأنها ستستقر عند وضعية الانتقال الساكن بعد عدد من الاهتزازات المخمدة.

جـ - إن سوية التخميد تحدد مقدار الإزاحة ومعدل تخامد الاهتزاز حول وضع التوازن الساكن.



الشكل (5-2): نسبة الاستجابة الناتجة عن حمولة ثابتة القدر

من أجل جملة غير مخمدة فإن المعادلة (5-3) تصبح:

$$u(t)=\frac{p_o}{k}(1-\cos\omega t) \qquad (5\text{-}6)$$

يُكتب عامل التكبير الديناميكي المعرّف في العلاقة (4-12) على النحو التالي:

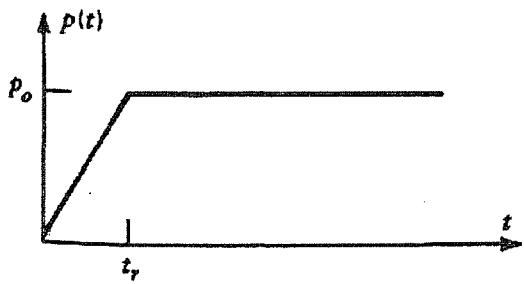
$$D = \max \left| R(t) \right| \qquad (5\text{-}7)$$

في حالة الجمل غير المخمدة والمعرضة لحمل ثابت الشدة فإن D=2 وبالتالي يمكن القول أنه عندما يطبق حمل ثابت الشدة فجأة على جملة غير مخمدة فإن القيمة العظمى للانتقال تساوي ضعف قيمة الانتقال التي تخضع له الجملة فيما لو تم تطبيق الحمل بشكل ساكن. لهذا السبب فإن عامل الأمان يُؤخذ عادةً مساوياً لاثنين في حالة المنشآت التي يمكن أن تخضع لأحمال ديناميكية لحظية ثابتة الشدة.

5-2 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لإثارة متزايدة خطياً

Response of undamped SDOF system to ramp loading

يبين الشكل (3-5) حملاً متزايداً بشكل خطي حتى يبلغ قيمة ثابتة (p_o) في اللحظة $t = t_r$. تم تطبيق هذا الحمل على جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة في وضعية الراحة.



الشكل (3-5): حمل على شكل Ramp

لتحديد معادلة الحركة نميز المرحلتين التاليتين:

المرحلة الأولى:

تكتب معادلة الحركة في مرحلة تزايد الحمل أي عندما $0 \le t \le t_r$ على النحو التالي:

$$m\ddot{u} + ku = \left(\frac{t}{t_r}\right)p_o \qquad (5\text{-}8)$$

يمكن أن يكتب الحل الخاص لهذه المرحلة على الشكل التالي:

$$u_p = \left(\frac{t}{t_r}\right)\left(\frac{p_o}{k}\right) \qquad (5\text{-}9)$$

وعندها يكتب الحل العام كما يلي:

$$u = \left(\frac{t}{t_r}\right)\left(\frac{p_o}{k}\right) + A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \qquad (5\text{-}10)$$

يحدد قيمة الثابتين A_1, A_2 بتطبيق شروط البدء من الراحة $(u_o = \dot{u}_o = 0)$ على هذه المعادلة فينتج:

$$u = \left(\frac{p_o}{k}\right)\left[\left(\frac{t}{t_r}\right) - \left(\frac{1}{\omega t_r}\right)\sin \omega t\right] \qquad (5\text{-}11)$$

باشتقاق هذه العلاقة نستنتج السرعة:

$$\dot{u} = \left(\frac{p_o}{kt_r}\right)(1 - \cos \omega t) \qquad (5\text{-}12)$$

كما يمكن تحديد قيمة كل من الانتقال والسرعة في اللحظة $t = t_r$ من العلاقتين السابقتين وتكتبان كما يلي:

$$u_r = \left(\frac{p_o}{k}\right)\left[1 - \left(\frac{1}{\omega t_r}\right)\sin \omega t_r\right] \qquad (5\text{-}13a)$$

$$\dot{u}_r = \left(\frac{p_o}{kt_r}\right)\left[1 - \cos \omega t_r\right] \qquad (5\text{-}13b)$$

المرحلة الثانية:

عندما تصبح قيمة الحمل ثابتة أي عندما $t \geq t_r$ تكتب معادلة الحركة على النحو التالي:

$$m\ddot{u}+ku = p_o \qquad (5\text{-}14)$$

$$u(t_r)=u_r\ ,\ \dot{u}(t_r)=\dot{u}_r \qquad (5\text{-}15)$$

إن الحل الخاص لهذه المعادلة هو:

$$u_p=\frac{p_o}{k} \qquad (5\text{-}16)$$

والحل العام لها هو:

$$u=\frac{p_o}{k}+A_1\cos\omega\,(t-t_r)+A_2\sin\omega\,(t\text{-}t_r) \qquad (5\text{-}17)$$

حيث $A_2\ ,A_1$ ثابتان يحددان من الشروط الابتدائية للحركة أي من الشروطين (5-15) كما يلي:

$$u\,(t_r)=u_r=\frac{p_o}{k}+A_1$$

نعوض العلاقة (5-13a) في هذه ينتج:

$$A_1=-\left(\frac{p_o}{k}\right)\left(\frac{1}{\omega t_r}\right)\sin\omega\,t_r \qquad (5\text{-}18)$$

باشتقاق المعادلة (5-17) بالنسبة للزمن تنتج معادلة سرعة الحركة كما يلي:

$$\dot{u}=\text{-}A_1\,\omega\sin\ \omega(t\text{-}t_r)+A_2\,\omega\cos\omega(t-t_r)$$

وفي اللحظة $t=t_r$ تكون السرعة:

$$\dot{u}_r=A_2\omega$$

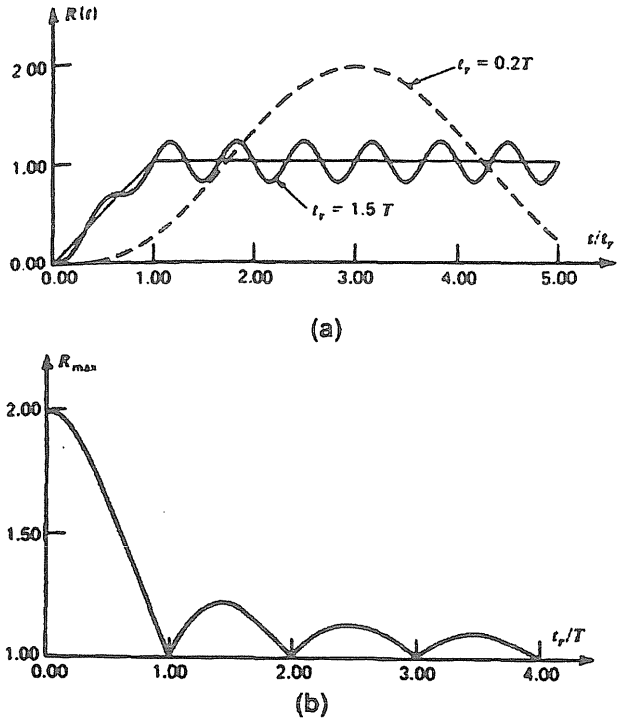
نعوض العلاقة (5-13b) في هذه ينتج:

$$A_2=\left(\frac{p_o}{k\omega t_r}\right)(1\text{-}\cos\ \omega t_r) \qquad (5\text{-}19)$$

نعوض العلاقتين (5-18) و (5-19) في العلاقة (5-17) ونصلح ينتج:

$$u=\left(\frac{p_o}{k}\right)\left\{1+\left(\frac{1}{\omega t_r}\right)\left[\sin\omega(t-t_r)-\sin\omega t\right]\right\} \qquad (5\text{-}20)$$

يوضح الشكل (5-4a) منحني الاستجابة في الوضعيتين عندما $T < t_r$ (دور الاهتزاز) وعندما $T > t_r$ كما يوضح الشكل (5-4b) تأثير زمن تزايد الإثارة إلى أن تصل قيمتها الثابتة إلى القيمة العظمى للاستجابة أو عامل التكبير الديناميكي.



الشكل (4-5):الاستجابة الديناميكية لجملة وحيدة درجة الحرية نتيجة إثارة متزايدة خطياً

يتضح من الشكل (5-4b) أن القيمة العظمى للإثارة $R_{max} = 2$ تحدث عندما يطبق الحمل دفعة واحدة فجأة $(t_r = 0)$ كما يتضح من الشكل (5-4a) أنه من أجل t_r أكبر بكثير من T ينتج انزياح قليل للجملة حيث تهتز بسعة صغيرة حول وضعية الانتقال شبه الساكن والممثل في العلاقة التالية:

$$u_{pseudostatic} = \left(\frac{t}{t_r}\right)\left(\frac{p_o}{k}\right) \quad , \quad 0 < t < t_r \qquad (5\text{-}21)$$

إذاً يمكن اعتبار أن الحمل تم تطبيقه ببطء وأن التأثير الديناميكي يمكن إهمالـــه إذا كانت فترة التزايد t_r أكبر بثلاث مرات من دور اهتزاز الجملة.

5-3 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثارة دورية

Response to periodic loadings

تعرضنا في الفصل الرابع إلى استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثـــارة توافقيـــة ونبين في هذا الفصل أن نفس المعادلات الرياضية المشتقة في الفصل الرابع ستستخدم لتحديد استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية الخاضعة لإثـــارات دوريـــة. لكي ندرس الاستجابة الناتجة عن حمل دوري لابد من التعبير عنـــه علـــى شـــكل سلسلة فوريية حيث أن الاستجابة الناتجة عن كل حد من حدود السلسلة هي عبـــارة عن استجابة الجملة لإثارة توافقية وبالتالي فإن الاستجابة الكلية للجملة هي مجموع الاستجابات الناتجة عن حدود السلسلة وفقاً لمبدأ جمع الآثار في المجال المرن.

يمكن التعبير عن الحمل الدوري المبين في الشكل (5-5) بسلسلة فورييه التالية:

$$p(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{2\pi n}{T_p}t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\frac{2\pi n}{T_p}t \qquad (5\text{-}22)$$

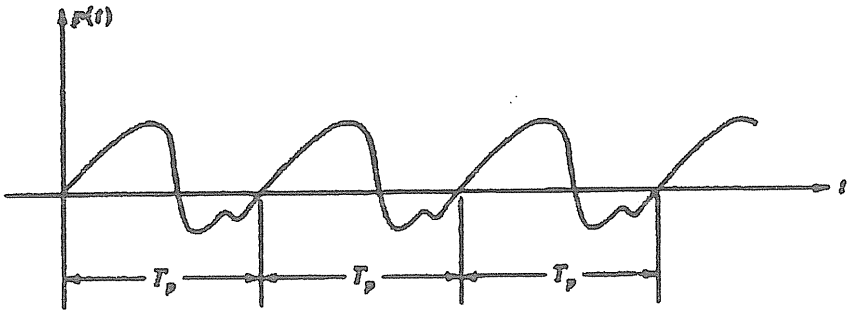
حيث T_P تمثل دور الإثارة كما أن الثوابت $a_o \, , \, a_n \, , \, b_n$ تحدد مـــن التكـــاملات التالية:

$$a_0 = \frac{1}{T_P}\int_0^{T_P} p(t)\, dt \qquad (5\text{-}23a)$$

$$a_n = \frac{2}{T_P}\int_0^{T_P} p(t)\cos n\Omega\, dt \qquad (5\text{-}23b)$$

$$b_n = \frac{2}{T_P}\int_0^{T_P} p(t)\,\sin\, n\Omega\, t\, dt \qquad (5\text{-}23c)$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{T_P} \qquad (5\text{-}23d)$$



الشكل (5-5): حمل دوري

من الواضح أن العلاقة (5-22) تتألف من حمل ثابت ممثل بالقيمة الوسطية للحمل، أي (a_o) مضافاً إليه سلسلة من أحمال توافقية ذات تواترات قدرها $\Omega_n = n\Omega$ وسعات قدرها b_n, a_n.

إن الاستجابة المستقرة لجملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة والناتجة عن حد تجيبي من السلسلة تعطى بالعلاقة (4-9) أي:

$$(u_p)_n = \frac{a_n}{k}\cdot\frac{1}{1-r_n^2}\,\cos\, n\,\Omega t \qquad (5\text{-}24)$$

كما أن الاستجابة المستقرة لنفس الجملة الناتجة عن حد جيبي من السلسلة تعطى على النحو التالي:

$$(u_p)_n = \frac{b_n}{k}\,\frac{1}{1-r_n^2}\,\sin\, n\,\Omega t \qquad (5\text{-}25)$$

حيث

$$r_n = \frac{\Omega_n}{\omega} = \frac{n\Omega}{\omega} \qquad (5\text{-}26)$$

أما الاستجابة المستقرة الناتجة عن المركبة الثابتة a_o فتعطى كما في العلاقة (5-2) أي:

$$(u_p)_0 = \frac{a_o}{k} \qquad (5\text{-}27)$$

بجمع الاستجابات الافرادية الممثلة بالعلاقات (5-24) ، (5-25) ، (5-27) الناتجة عن كل حدود السلسلة الممثلة للإثارة نستطيع كتابة معادلة الحركة المستقرة على النحو التالي:

$$u_p(t) = \frac{1}{k}\left[a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-r_n^2}(a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)\right] \qquad (5\text{-}28)$$

حيث a_o , a_n , b_n كما حددت في العلاقة (5-23).

إذا كانت الجملة مخمدة لابد من استخدام العلاقة (4-23) لتمثل الاستجابة الناجمة عن حدود جيبية أو تجيبية وبالتالي تكتب معادلة الحركة كما يلي:

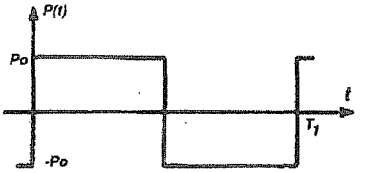
$$u_p(t) = \frac{1}{k}\left(a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-r_n^2)+(2\zeta r_n)^2}\left\{\left[2\zeta r_n\, a_n + (1-r_n^2)b_n\right]\sin n\Omega t + \left[(1-r_n^2)a_n + 2\zeta_n\, r_n\, b_n\right]\cos n\Omega t\right\}\right) \qquad (5\text{-}29)$$

مثال (5-1)

تخضع جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لإثارة دورية مستطيلة $p(t)$ موضحة في الشكل أدناه.

- حدد ثوابت سلسلة فورية الممثلة للإثارة واكتب السلسلة الناتجة.

- ارسم السلسلة الممثلة للإثارة ببترها بعد حد واحد أو حدين أو ثلاثة حدود.
- حدد الاستجابة المستقرة للجملة.



الحـــــل:

تحدد ثوابت سلسلة فورييه التي تمثـل الإثارة بإجراء تكاملات العلاقة (5-23) في المجال $-T_1/2 \le t \le T_1/2$ مع الأخـذ بالحسبان أن:

$$p(t)=\begin{cases}-p_o & -T_1/2<t<0\\ p_o & 0<t<T_1/2\end{cases} \qquad (1)$$

بإجراء التكاملات (5-23) ينتج:

$$a_0 = a_n = 0 \qquad (2)$$

$$b_n = \frac{4P_0}{T_1}\int_0^{T_1/2} \sin n\Omega t \; dt \qquad (3)$$

$$b_n = \frac{4P_0}{n\pi} \qquad n=1,3,5..... \qquad (4)$$

نبدل (1) ، (2) ، (4) في العلاقة (5-22) ينتج سلسلة فورييه الممثلة للإثارة:

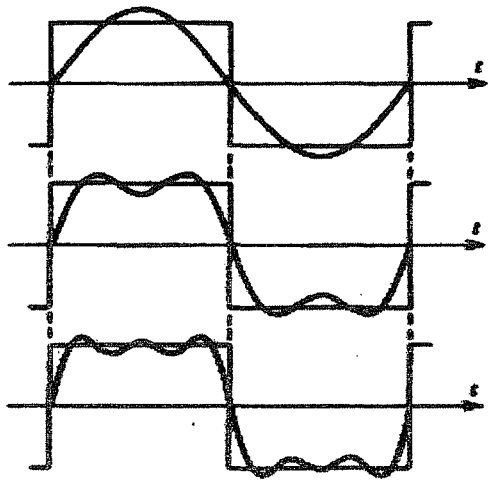
$$P(t) = \frac{4P_0}{\pi}\sum_{n=1,3,....}\frac{1}{n}\sin n\Omega t \qquad (5)$$

حيث: $\Omega = 2\pi/T_1$

- يبين الشكل أدناه رسماً توضيحياً للإثارة ببترها بعد حد واحد أو حـدين أو ثلاثة حدود.
- بتبديل العلاقتين (2) و (4) في المعادلة (5-28) تنـتج معادلـة الحركـة التالية:

$$u_p(t) = \frac{4P_0}{\pi k} \sum_{n=1,3,\ldots} \frac{1}{n(1-r_n^2)} \sin n\Omega t$$

$$r_n = n\Omega / \omega$$



الفصل السادس

استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لحمولة نبضية

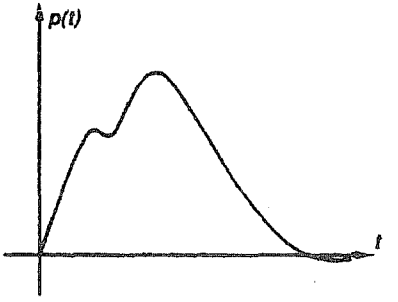
Response of Undamped SDOF System to Impulsive Loading

6-1 مقـــدمة

يتألف هذا النوع من الأحمال من نبضة واحدة قصيرة الأمد كما هو مبين في الشكل (1-6) ومن أهم خصائص الاستجابة الناجمة عن هذه الأحمال:

- إن الدور الذي يلعبه التخميد في تحديد القيمة العظمى للاستجابة قليل إذا ما قورن مع حالة الإثارة التوافقية.
- يتم الوصول إلى القيمة العظمى للاستجابة في وقت قصير جداً قبل أن تتمكن قوى التخميد من تبديد جزء هام من طاقة المنشأ.

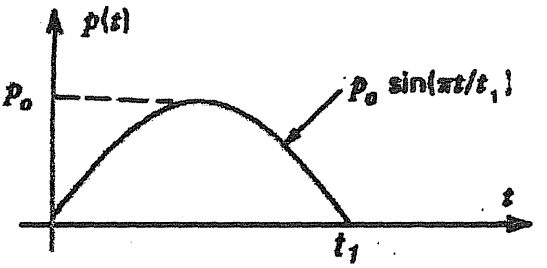
لهذين السببين سوف نهمل دور التخميد على استجابة المنشآت المعرضة لمثل هذا النوع من الأحمال.



الشكل (1-6): حمل نبضي

6-2 الاستجابة الناتجة عن نبضة جيبية: Response to sine wave impulse

تقسم الاستجابة الناتجة عن الحمل المبين في الشكل (2-6) إلى مرحلتين طبقاً للمجال الزمني الذي تعمل فيه القوة.



الشكل (2-6)

المرحلة الأولى:

تخضع الجملة في هذه المرحلة إلى قوة جيبية فتبدأ الاهتزاز من حالة الراحة وبالتالي فإن معادلة الاستجابة بجزئيها المستقر والعابر يمكن استنتاجها على غرار المعادلة (4-11) فتكتب كما يلي:

$$u = \frac{p_o}{k} \frac{1}{1-r^2} \left(\sin \Omega \, t - r \sin \omega t \right) \quad 0 \le t \le t_1 \qquad (6\text{-}1)$$

المرحلة الثانية:

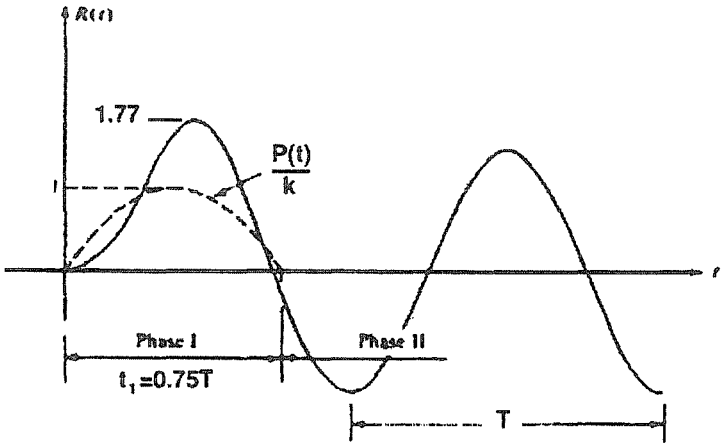
وهي مرحلة اهتزاز حر تبدأ بعد نهاية المرحلة الأولى وتعتمد على الانتقال $u(t_1)$ والسرعة $\dot{u}(t_1)$. تُكتب معادلة الحركة في هذه المرحلة على غرار المعادلة (3-17) على النحو التالي:

$$u(\bar{t}) = u(t_1) \cos \omega \bar{t} + \frac{\dot{u}(t_1)}{\omega} \sin \omega \bar{t} \qquad (6\text{-}2)$$

حيث:

$$\bar{t} = t - t_1 \ge 0$$

تعتمد شدة الاستجابة بشكل أساسي على النسبة بين فترة تطبيق النبضة ودور اهتزاز الجملة، ويبين الشكل (6-3) نسبة الاستجابة أو عامل الحمل الديناميكي $R(t) = u/(p_o/k)$ من أجل $t_1/T = 0.75$



الشكل (6-3)

بشكل عام إن القيمة العظمى للاستجابة الناتجة عن مثل هذا النوع من الأحمال أكثر أهمية بالنسبة للمهندسين من مخطط الحركة الكامل. ويحدد الزمن الذي تبلغ عنده الاستجابة قيمتها العظمى باشتقاق العلاقة (1-6) ومساواة الناتج بالصفر أي:

$$\frac{du}{dt} = 0 = \frac{p_o}{k}\ \frac{1}{1-r^2}\ (\Omega \cos\Omega t - r\omega \cos\omega t) \Rightarrow$$

$$\cos\ \Omega t = \cos\omega t$$

ومنه:

$$\Omega t = 2\pi n \pm \omega t \quad , \ n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2\ \ldots\ldots \qquad (6\text{-}3)$$

العلاقة (6-3) صحيحة إذا حدثت القيمة العظمى للاستجابة في المرحلة الأولى من الحركة أي في المجال $t_1 \geq t \geq 0$ أو عندما:

$$\Omega t \leq \pi \qquad (6\text{-}4)$$

وكما بينا في الفصل الرابع أن القيمة العظمى للاستجابة ستحدث عندما تقترب قيمة Ω من قيمة ω (حالة الطنين) ومن أجل ذلك نعوض $n = 1$ مع استخدام الإشارة السالبة في العلاقة (6-3) فنحصل على:

$$\Omega t = \frac{2\pi}{1+\omega/\Omega} \qquad (6\text{-}5)$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة (6-4) ينتج:

$$1+\omega/\Omega \geq 2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\Omega}{\omega} \leq 1 \qquad (6\text{-}6)$$

إذاً من أجل الحصول على القيمة العظمى للاستجابة نعوض قيمة t الناتجة عن العلاقة (6-5) في المعادلة (6-1).

إذا كانت $r \geq 1$ فإن القيمة العظمى للاستجابة تحدث في المرحلة الثانية (مرحلة الاهتزاز الحر) حيث أن الشروط الابتدائية لهذه المرحلة تنتج بتعويض t_1 بدلاً من t في العلاقة (6-1) ومشتقها بالنسبة للزمن أي:

$$u_1 = u(t_1) = -\frac{p_o}{k} \cdot \frac{r}{1-r^2} \sin\frac{\pi}{r} \qquad (6\text{-}7a)$$

$$\dot{u}_1 = \dot{u}(t_1) = -\frac{p_o}{k} \cdot \frac{\Omega}{1-r^2} \left(1+\cos\frac{\pi}{r}\right) \qquad (6\text{-}7b)$$

يمكن كتابة معادلة الاهتزاز الناتج على غرار العلاقة (3-21) كما يلي:

$$u(t) = U\cos(\omega t - \alpha) \qquad (6\text{-}8)$$

$$U^2 = u_1^2 + \left(\frac{\dot{u}_1}{\omega}\right)^2 \qquad (6\text{-}9a)$$

$$\tan\alpha = \frac{\dot{u}_1/\omega}{u_1} \qquad (6\text{-}9b)$$

نعوض العلاقتين (6-7) في العلاقة (6-9a) ينتج:

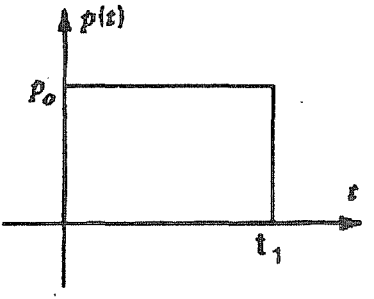
$$U = \frac{p_o}{k} \cdot \frac{2r}{1-r^2} \cos\frac{\pi}{2r} \qquad (6\text{-}10)$$

نبدل هذه العلاقة في المعادلة (4-12) فنحصل على عامل التكبير الديناميكي التالي:

$$D = \frac{2r}{1-r^2} \cos\frac{\pi}{2r} \qquad (6\text{-}11)$$

6-3 الاستجابة الناتجة عن نبضة مستطيلة: Response to rectangular impulse

يبين الشكل (6-4) رسماً توضيحياً لهذا النوع من الأحمال وكما في الحالة السابقة فإن الاستجابة تقسم إلى مرحلتين: مرحلة قسرية، ومرحلة اهتزاز حر.



الشكل (6-4): نبضية مستطيلة

المرحلة الأولى $(0 \le t \le t_1)$:

تخضع الجملة في هذه المرحلة إلى قوة ثابتة الشدة فيكتب الحل الخاص لمعادلة الحركة كما بينا في الفقرة (1-5) على النحو التالي:

$$u_p = p_o / k \qquad (6\text{-}12)$$

وإذا اعتبرنا أن الجملة قد بدأت الاهتزاز من وضع الراحة فيمكن كتابة الحل العام للحركة كما في العلاقة (6-5) أي:

$$u(t) = \frac{p_o}{k}(1 - \cos \omega t) \qquad (6\text{-}13)$$

المرحلة الثانية $(t \ge t_1)$:

وهي مرحلة اهتزاز حر تبدأ بعد نهاية المرحلة الأولى وتعتمد على الانتقال $u(t_1)$ والسرعة $\dot{u}(t_1)$ في نهاية المرحلة الأولى كشروط ابتدائية لهذه المرحلة ، ويمكن أن تكتب معادلة الحركة في هذه المرحلة على غرار المعادلة (3-17) على النحو التالي:

$$u(\bar{t}) = u_1 \cos \omega \bar{t} + \frac{\dot{u}_1}{\omega} \sin \omega \bar{t} \qquad (6\text{-}14)$$

حيث:

$$\bar{t} = t - t_1 \geq 0$$

$$u_1 = \mathrm{u}(t_1) = \frac{p_o}{k}(1 - \cos \omega t_1) \qquad (6\text{-}15a)$$

$$\dot{u}_1 = \dot{\mathrm{u}}(t_1) = \frac{p_o}{k} \omega \sin \omega t_1 \qquad (6\text{-}15b)$$

إذا كان $t_1 \geq 0.5\ T$ فإن الاستجابة تبلغ قيمتها العظمى في المرحلة الأولى ويكون عامل التكبير الديناميكي مساوياً لاثنين.

أما إذا كان $t_1 \leq 0.5\ T$ فإن القيمة العظمى للاستجابة تحدث في المرحلة الثانية وتعطى هذه القيمة كما في الفقرة السابقة بـــ:

$$(u_{\max})^2 = U^2 = (u_1)^2 + \left(\frac{\dot{u}_1}{\omega}\right)^2 \qquad (6\text{-}16a)$$

$$U = 2\frac{p_o}{k} \sin \frac{\pi t_1}{T} \qquad (6\text{-}16b)$$

وبالتالي يُعطى عامل التكبير الديناميكي بالعلاقة التالية:

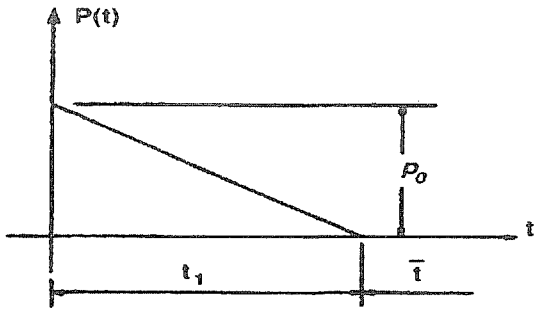
$$D = \frac{u_{\max}}{p_o / k} = 2 \sin \frac{\pi t_1}{T}, \qquad \frac{t_1}{T} \leq \frac{1}{2} \qquad (6\text{-}17)$$

أي ان عامل التكبير الديناميكي تابع جيبي للنسبة (t_1 / T) وذلك عندما تكون هذه النسبة أصغر من 0.5.

6-4 الاستجابة الناتجة عن نبضة مثلثية Response to triangular impulse

يبين الشكل (6-5) الحمولة النبضية المثلثية التي تكتب معادلتها كمايلي:

$$p(t) = p_o \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \qquad (6\text{-}18)$$



الشكل (5-6): نبضة مثلثية

كما في الفقرتين السابقتين نميز مرحلتين للاستجابة في الأولى تكون الحركة قسرية وفي الثانية تكون الحركة حرة.

المرحلة الأولى $(0 \le t \le t_1)$:

تخضع الجملة في هذه المرحلة إلى قوة معادلتها (6-18) فيكتب الحل الخاص لمعادلة الحركة كمايلي:

$$u_p(t) = \frac{p_o}{k}\left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \qquad (6\text{-}19)$$

إذا بدأت الحركة من شروط الراحة فإن الحل العام لمعادلة الحركة التفاضلية هو:

$$u(t) = \frac{p_o}{k}\left(\frac{\sin\omega t}{\omega t_1} - \cos\omega t - \frac{t}{t_1} + 1\right) \qquad (6\text{-}20)$$

المرحلة الثانية $(t \ge t_1)$:

مرحلة اهتزاز حر تبدأ عند نهاية المرحلة الأولى وتعتمد على الانتقال $u(t_1)$ والسرعة $\dot{u}(t_1)$ في نهاية المرحلة الأولى كشرطين ابتدائيين لهذه المرحلة، كما في الفقرتين السابقتين إن معادلة الحركة هي:

$$u(\bar{t}) = u_1 \cos\omega\bar{t} + \frac{\dot{u}_1}{\omega}\sin\omega\bar{t} \qquad (6\text{-}21)$$

حيث:

$$\bar{t} = t - t_1 \ge 0$$

يحدد شرطي بداية الحركة بتبديل $t = t_1$ في العلاقة (6-20) وفي مشتقها فنجد:

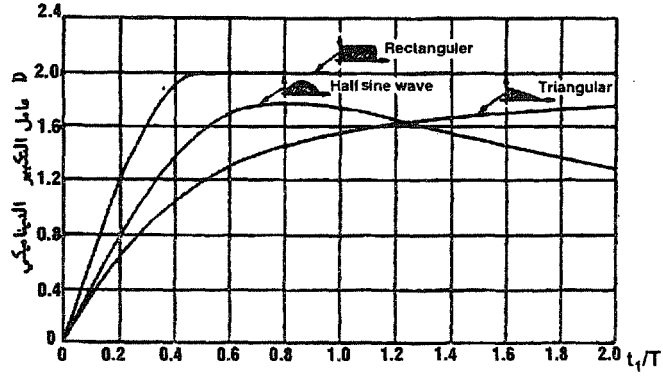
$$u_1 = u\ (t_1) = \frac{p_o}{k}\left(\frac{\sin \omega t_1}{\omega t_1} - \cos \omega t_1\right) \qquad (6\text{-}22a)$$

$$\dot{u}_1 = \dot{u}\ (t_1) = \frac{p_o\ \omega}{k}\left(\frac{\cos \omega t_1}{\omega t_1} + \sin \omega t_1 - \frac{1}{\omega t_1}\right) \qquad (6\text{-}22b)$$

إذا كانت $t_1 \geq 0.4T$ فإن القيمة العظمى للاستجابة تحدث في المرحلة الأولى. أما إذا كانت $t_1 < 0.4T$ فإن القيمة العظمى تحدث في مرحلة الاهتزاز الحر كما أنه يمكن إيجاد القيمة العظمى للاستجابة باشتقاق معادلة الحركة ومساواتها بالصفر وبالتالي إيجاد الزمن الموافق للقيمة العظمى كما ورد في الفقرتين السابقتين. ويبين الجدول التالي عامل التكبير الديناميكي كتابع للنسبة (t_1 / T).

t_1 / T	0.20	0.40	0.50	0.75	1.00	1.5	2.00
D	0.6	1.05	1.19	1.38	1.53	1.68	1.76

يتضح من حالات التحميل النبضي السابقة أن القيمة العظمى للاستجابة تعتمد على نسبة فترة النبضية إلى الدور الطبيعي للجملة (t_1 / T)، لذا فإن الشكل (6-6) يبين عامل التكبير الديناميكي (D) بدلالة النسبة (t_1 / T) من أجل حالات الحمولة النبضية الثلاثة السابقة وتُدعى المنحنيات المبينة في الشكل (6-6) بطيوف الاستجابة.

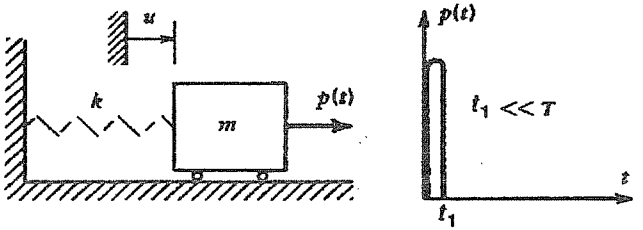


الشكل (6-6)

6-5 الاستجابة الناتجة عن نبضة قصيرة الأمد

Response to short duration impulse

ليكن لدينا جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة ومعرضة لنبضة قصيرة الأمد كتلك الموضحة في الشكل (6-7) حيث $t_1 << T$.



الشكل (6-7)

إذا بدأت الجملة بالحركة من وضعية الراحة فإن المعادلة التفاضلية للحركة والشروط الابتدائية تكتب كما يلي:

$$m\ddot{u} + k\,u = p(t) \qquad t_1 \geq t \geq 0 \qquad \text{(6-23a)}$$

$$u(0) = \dot{u}(0) = 0 \qquad \text{(6-23b)}$$

بمكاملة المعادلة (6-23a) وباستخدام الشرطين الابتدائيين (6-23b) ينتج:

$$m\dot{u}_1 + k\,u_{avg}\ t_1 = I \qquad \text{(6-24)}$$

حيث:

$$\dot{u}_1 = \dot{u}(t_1)$$

يسمى بالدفع

$$I = \int_0^{t_1} p(t)\,dt$$

u_{avg} هو متوسط الانتقال في المجال الزمني $t_1 \geq t \geq 0$

إن u_{avg} كمية صغيرة يمكن إهمالها عندما $t_1 \to 0$ وعندها تكتب المعادلة (6-24) كما يلي:

$$m\dot{u}(0^+) = I$$

وبالتالي فإن نبضة مؤلفة من قوة كبيرة تعمل خلال فترة قصيرة جداً تكافئ إعطاء الجملة سرعة ابتدائية قدرها:

$$\dot{u}\left(0^{+}\right)=\frac{I}{m} \qquad (6\text{-}25)$$

يمكن استخدام هذه السرعة كشرط ابتدائي لمرحلة الاهتزاز الحر التي تلي النبضة والممثلة بالعلاقة التالية:

$$u(t)=u\left(0^{+}\right)\cos\omega\ (t-t_1)+\frac{\dot{u}\left(0^{+}\right)}{\omega}\sin\omega\,(t-t_1) \qquad (6\text{-}26)$$

وباعتبار $u\left(0^{+}\right)=0$ عندما $t_1 \to 0$ وبتبديل العلاقة (6-25) في العلاقة السابقة ينتج:

$$u(t)=\left(\frac{I}{m\omega}\right)\sin\omega t \qquad (6\text{-}27)$$

وفي حال كون الجملة مخمدة بشكل لزج فإن العلاقة (6-27) تصبح:

$$u(t)=\left(\frac{I}{m\omega_d}\right)e^{-\zeta\omega t}\sin\omega_d t \qquad (6\text{-}28)$$

عندما $I=1$ فإن التابع $h(t)=u(t)$ يسمى تابع الاستجابة من أجل واحدة الدفع.

مثال (6-1)

ليكن لدينا جملة كالمبينة في الشكل (6-7) تم تحميلها بدفع $I=\int_0^{t_1}p(t)dt$ حيث $p(t)=p_0$ ثابته خلال فترة قصيرة جداً t_1 وأن الجملة بدأت الحركة من الراحة. برهن أنه من أجل $t_1 << T$ فإن معادلة الحركة (6-14) تؤول إلى المعادلة (6-27).

الحـــل:

من المعادلة (6-13) نحدد $u(t_1)$, $\dot{u}(t_1)$ كما يلي:

$$u(t_1)=\frac{p_o}{k}\ (1-\cos\omega t_1) \qquad (1)$$

$$\dot{u}(t_1) = \frac{\omega\, p_o}{k} \sin\omega t_1 \qquad (2)$$

بما أن $\omega T = 2\pi$ و $t_1 << T$ فإن $\omega t_1 << 2\pi$ ومنه ينتج:

$$\sin\omega t_1 = \omega t_1 \quad \text{و} \quad 1 - \cos\omega t_1 \approx 1/2\,(\omega t_1)^2$$

نبدل هاتين العلاقتين في (1) و (2) ينتج:

$$u(t_1) \approx 1/2\left(\frac{p_o}{k}\right)(\omega t_1)^2 = \left(\frac{I}{2}\right)\left(\frac{t_1}{m}\right) \qquad (3)$$

حيث:

$$\dot{u}(t_1) \approx \frac{\omega\, p_o}{k}(\omega t_1) = \frac{I}{m}$$

$$I = \int_o^{t_1} p_o\, dt = p_o\, t_1 \quad , \quad m = k/\omega^2$$

نعوض في العلاقة (6-14) فينتج معادلة الاهتزاز الحر كما يلي:

$$u(\bar{t}) = \left(\frac{I}{2}\right)\left(\frac{t_1}{m}\right)\cos\omega(t - t_1) + \frac{I}{\omega\, m}\sin\omega(t - t_1) \qquad (4)$$

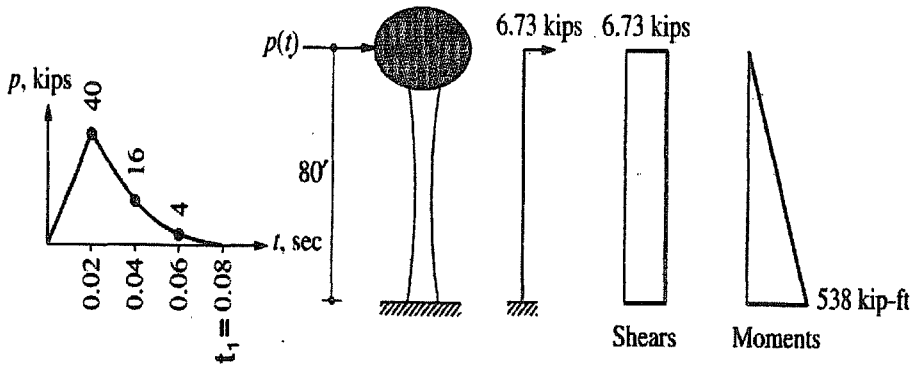
بتقييم المعادلة (4) عندما $t_1 \to 0$ نجد:

$$u(t) = \frac{I}{\omega\, m}\sin\omega\ t \qquad (5)$$

وهو المطلوب.

مثال (6-2)

تعرّض الخزان المدروس في المثال (3-3) عندما كان مملوءاً إلى حمل انفجار $p(t)$ كالمبين في الشكل أدناه. حدِّد القص القاعدي الأعظمي وعزم الانعطاف في قاعدة البرج الذي يحمل الخزان



الحـــــل:

- باعتبار أن $\frac{t_1}{T}=\frac{0.08}{1.12}=0.071<0.25$ يمكن اعتبار الخزان معرّض لنبضـــة قصيرة الأمد ويُحسَب عندها الدفع باستخدام قاعدة شبه المنحرف كما يلي:

$$I=\int_0^{t_1} p(t)\,dt=\frac{0.02}{2}\left[0+2(40)+2(16)+2(4)+0\right]=1.2\ kip-\sec$$

- نظراً لأن نسبة التخميد صغيرة جداً تُحدَّد القيمة العظمى للانتقال بتطبيق العلاقة (6-27) كما يلي:

$$u_{\max}=\frac{I}{m\,\omega}=\frac{I\,x\,2\pi}{k\,x\,T}=\frac{1.2\,x\,2\pi}{8.2\,x\,1.12}=0.821\,\text{in}$$

- تحدد القوى المكافئة الساكنة كمايلي $f_s=ku_{\max}=8.2\,x\,0.821=6.73\ kip$
- يبين الشكل أعلاه مخططي قوة القص وعزم الانعطاف على كامل ارتفاع البرج حيث يبلغ القص والعزم عند القاعدة $V_b=6.73\ kip$, $M_b=538\ kip-ft$

الفصل السابع

استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثارة ديناميكية عامة

Response of SDOF System to General Dynamic Excitation

تم حل المعادلة التفاضلية للحركة في الفصلين السابقين باستخدام الطرق الرياضية المعروفة حيث تم إيجاد الحل الخاص بالاعتماد على شكل العلاقة الرياضية للإثارة (الطرف الأيمن للمعادلة التفاضلية). وقد تركّز جُلّ الاهتمام على تأثير العوامل المحددة للإثارة على الاستجابة كمدة الإثارة والزمن اللازم لبلوغ الإثارة قيمتها العظمى. سنتناول في هذا الفصل طريقة تكامل ديوهامل لإيجاد استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثارة عامة لاسيما عندما يصعب استنتاج شكل الحل الخاص للمعادلة التفاضلية.

7-1 طريقة تكامل ديوهامل Duhamel integral method:

يمكن اشتقاق هذه الطريقة لإيجاد استجابة جملة وحيدة درجة الحرية انطلاقاً من استجابة جملة مماثلة لنبضة قصيرة الأمد كما في الفقرة (5-6) وبالاعتماد على مبدأ جمع الآثار.

يبين الشكل (7-1) جملة وحيدة درجة الحرية تبدأ حركتها من وضع الراحة تحت تأثير حمل ديناميكي $p(t)$. تحدد استجابة الجملة du لدفع تفاضلي قدره $dI = p(\tau)d\tau$ وذلك بتطبيق العلاقة (6-27) عندما تكون الجملة غير مخمدة فينتج:

$$du = \frac{dI}{m\omega}\sin\omega(t-\tau) \qquad (7\text{-}1)$$

تُحدَّد استجابة الجملة في اللحظة t بجمع الاستجابات التفاضلية du الناتجة عن الدفوع التفاضلية التي تسبق اللحظة t كما يلي:

$$u = \frac{1}{m\omega} \int_o^t p(\tau) \sin \omega (t-\tau)\, d\tau \qquad (7\text{-}2a)$$

أو

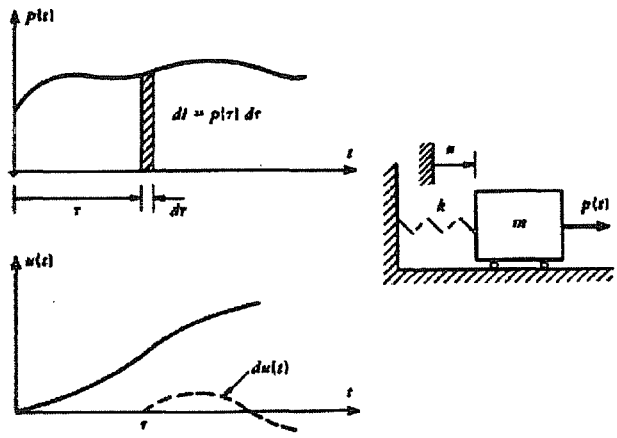
$$u = \int_o^t p(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau \qquad (7\text{-}2b)$$

حيث يُسمى $h(t-\tau)$ بتابع الاستجابة من أجل واحدة الدفع ويُعطَى بالعلاقة التالية:

$$h(t-\tau) = \frac{1}{m\omega} \sin \omega (t-\tau) \qquad (7\text{-}3)$$

تُحدَّد استجابة جملة مُخمده du نتيجة دفع تفاضلي dI بتطبيق العلاقة (6-28) فينتج:

$$du = \frac{dI}{m\,\omega_d}\, e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin\, \omega_d\, (t-\tau) d\tau \qquad (7\text{-}4)$$



الشكل (7-1) الاستجابة التفاضلية

وبالمثل تُحدَّد استجابة الجملة في اللحظة t بجمع الاستجابات التفاضلية du الناتجة عن الدفوع التفاضلية التي تسبق هذه اللحظة كما يلي:

$$u(t)=\frac{1}{m\,\omega_d}\int_o^t p(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin\,\omega_d\,(t-\tau)\,d\tau \qquad (7\text{-}5)$$

وعليه يُحدَّد تابع الاستجابة بالعلاقة التالية:

$$h(t-\tau)=\frac{1}{m\,\omega_d}\,e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin\,\omega_d\,(t-\tau) \qquad (7\text{-}6)$$

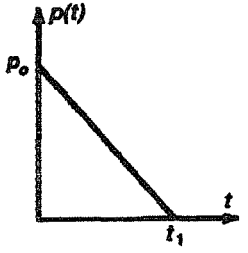
تسمى العلاقتان (7-2a) و (7-5) بتكامل ديوهامل وتستخدمان لتحديد استجابة الجملة عندما تبدأ من وضع الراحة، وعندما تبدأ الحركة من شروط ابتدائية أخرى لابد من إضافة الاستجابة الناتجة عن الشروط الابتدائية إلى تكامل ديوهامل وتحدد هذه الاستجابة في حالة الجملة غير المخمدة بتطبيق العلاقة (3-17) فتصبح الاستجابة الكلية كما يلي:

$$\begin{aligned}u(t)&=\frac{1}{m\,\omega}\int_o^t p(\tau)\,\sin\,\omega(t-\tau)\,d\tau\\&+u_o\,\cos\,\omega t+(\frac{\dot{u}_o}{\omega})\,\sin\,\omega t\end{aligned} \qquad (7\text{-}7)$$

كما تُحدَّد الاستجابة الخاصة بالشروط الابتدائية عندما تكون الجملة مخمدة بتطبيق العلاقة (3-33) فتصبح الاستجابة الكلية كما يلي:

$$\begin{aligned}u(t)&=\frac{1}{m\,\omega_d}\int_o^t p(\tau)\,e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin\,\omega_d(t-\tau)\,d\tau\\&+u_o\,e^{-\zeta\omega t}\cos\,\omega_d t\\&+\frac{1}{\omega_d}\,(\dot{u}_o+\zeta\omega u_o)\,e^{-\zeta\omega t}\sin\,\omega_d t\end{aligned} \qquad (7\text{-}8)$$

مثال (7-1)



استخدم تكامل ديوهامل لتحديد استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لنبضة مثلثية مبينة في الشكل جانباً في كلا المجالين $t < t_1$ ، $t \geq t_1$ علماً أن الجملة كانت في وضعية الراحة في اللحظة $t = 0$.

الحـــل:

تكتب معادلة الإثارة الديناميكية كما يلي:

$$p(t) = p_o\,(1-\frac{t}{t_1}) \;,\; 0 \leq t \leq t_1 \qquad (1)$$

$$p(t) = 0 \qquad ,\; t_1 < t \qquad (2)$$

* باستخدام العلاقة (7-2) تحدد معادلة الاستجابة في المجال $0 \leq t \leq t_1$ كما يلي:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_o^t p_o\,(1-\frac{\tau}{t_1})\,\sin\,\omega\,(t-\tau)\,d\tau$$

$$= \frac{p_o}{k}\,\sin\omega\,t \int_o^t (1-\frac{\tau}{t_1})\,\cos\,\omega\tau\,d(\omega\tau) \qquad (3)$$

$$-\frac{p_o}{k}\,\cos\omega\,t \int_o^t (1-\frac{\tau}{t_1})\,\sin\omega\tau\,d(\omega\tau)$$

باستخدام التكامل بالتجزئة نحصل على مايلي:

$$\int \tau\cos\omega\tau\,d(\omega\tau) = \tau\sin\omega\tau - \frac{1}{\omega}\int \sin\omega\tau\,d(\omega\tau)$$

$$= \tau\sin\omega\tau + \frac{1}{\omega}\cos\omega\tau \qquad (4)$$

$$\int \tau\sin\omega\tau\,d(\omega\tau) = -\tau\,\cos\omega\tau + \frac{1}{\omega}\,\sin\omega\tau \qquad (5)$$

$$u(t)=(\frac{p_o}{k})\left\{\sin\ \omega t\left[\sin\omega t-(\frac{t}{t_1})\ \sin\omega t-(\frac{1}{\omega t_1})\ \cos\ \omega t+(\frac{1}{\omega t_1})\right]\right.$$

$$\left.-\cos\omega t\left[-\cos\omega t+1+(\frac{t}{t_1})\ \cos\ \omega t-(\frac{1}{\omega t_1})\ \sin\ \omega t\right]\right\} \quad (6)$$

$$\boxed{R_1(t)=\left[1-(\frac{t}{t_1})-\cos\omega t+(\frac{1}{\omega t_1})\sin\omega t\right]} \quad (7)$$

حيث $R_1(t)=u(t)/(p_0/k)$ معامل الحمل الديناميكي

* تحديد معادلة الاستجابة في المجال $(t>t_1)$ كما يلي:

$$u(t)=\frac{1}{m\omega}\int_o^{t_1} p_o\ (1-\frac{\tau}{t_1})\ \sin\ \omega(t-\tau)\,d\tau \quad (8)$$

تجدر الملاحظة أن العلاقة (8) هي نفس العلاقة (3) ولكن مع تقييم التكامل عند t_1 لأن $p(\tau)=0$ عندما $(t>t_1$ وعليه تُحدَّد معادلة الاستجابة من العلاقة (6) بتعويض $t=t_1$ فنجد:

$$u(t)=\left(\frac{p_o}{k}\right)\left\{\sin\ \omega t\left[-(\frac{1}{\omega t_1})\ \cos\ \omega t_1+(\frac{1}{\omega t_1})\right]\right.$$

$$\left.-\cos\omega t\left[1-(\frac{1}{\omega t_1})\ \sin\ \omega t_1\right]\right\}$$

بالاختصار وإعادة الترتيب ينتج معامل الحمل الديناميكي كما يلي:

$$\boxed{R_2(t)=(\frac{1}{\omega t_1})\left[\sin\omega t\,(1-\cos\omega t_1)-\cos\omega t\,(\omega t_1-\sin\omega t_1)\right]} \quad (9)$$

الفصل الثامن

تحليل الاهتزاز بطريقة ريلي

Vibration Analysis by Rayleigh's Method

8-1 أساسيات الطريقة

لقد اتضح من الفصول السابقة أن لدور الاهتزاز أو تواتره تأثيراً مسيطراً على التصرف الديناميكي للجمل وحيدة درجة الحرية. ولهذا أصبح ضرورياً تطوير طريقة مبسّطة وتقريبية لتحديد تواتر الاهتزاز. وأكثر هذه الطرق شيوعاً طريقة ريلي التي سيتم شرحها في هذا الفصل.

تعتمد الفكرة الأساسية لهذه الطريقة على مبدأ مصونية الطاقة حيث تبقى طاقة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة ثابتة عندما تهتز اهتزازاً حراً. سنطبّق هذا المبدأ على الجملة المبينة في الشكل (1-8) والتي تُكتَب معادلتي اهتزازها وسرعتها كما يلي:

$$u = u_o \sin \omega t \qquad (8\text{-}1a)$$

$$\dot{u} = u_o \, \omega \cos \omega t \qquad (8\text{-}1b)$$

تكتب معادلتي طاقة الجملة الكامنة والحركية كما يلي على الترتيب.

$$V = \tfrac{1}{2} k u^2 = \tfrac{1}{2} k u_o^2 \sin^2 \omega t \qquad (8\text{-}2a)$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 = \frac{1}{2} m u_o^2 \, \omega^2 \cos^2 \omega t \qquad (8\text{-}2b)$$

تبلغ الطاقة الكامنة قيمتها العظمى عندما $t = \pi / 2\omega$ وتنعدم عندها الطاقة الحركية.

$$V_{\max} = \tfrac{1}{2} k u_o^2 \qquad (8\text{-}3a)$$

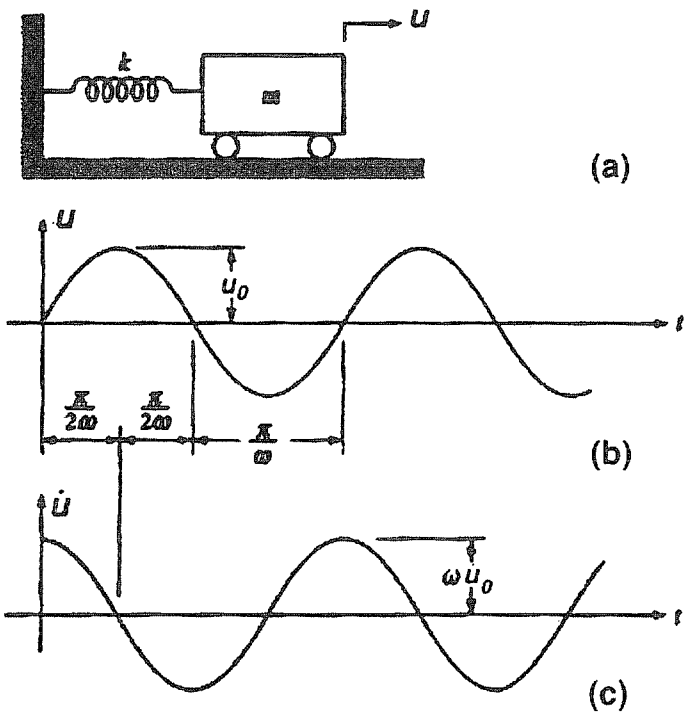
وكذلك تبلغ الطاقة الحركية قيمتها العظمى عندما $t = \pi / \omega$ وتنعدم عندها الطاقة الكامنة

$$T_{\max} = \tfrac{1}{2}\, m u_o^2 \omega^2 \qquad (8\text{-}3b)$$

وبما أن طاقة الجملة المهتزة غير المخمدة تبقى ثابتة فإن القيمة العظمى للطاقة الكامنة تساوي القيمة العظمى للطاقة الحركية أي:

$$\tfrac{1}{2}\, k u_o^2 = \tfrac{1}{2}\, m u_o^2 \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = k / m$$

وهو نفس علاقة التواتر التي تم إيجادها سابقاً.



الشكل (1-8) الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية

8-2 التحليل التقريبي لجملة عامة

يتضح من الفقرة السابقة أنه لافائدة مرجوّة من تطبيق طريقة ريلي على الجمل وحيدة درجة الحرية، لكن كما سيتضح لاحقاً أن استخدامها الأساسي سيكون في الجمل متعددة درجات الحرية. ولتوضيح ذلك سندرس الجائز المبين في الشكل (2-8) الذي يمتلك عدداً لانهائياً من درجات الحرية أي يمكنه أن ينتقل وفق عدد لانهائي من أنماط الانتقال. ولتطبيق طريقة ريلي على هذا الجائز يجب أن نفرض الشكل (النمط) الذي يأخذه الجائز عند اهتزازه وفق نمط اهتزازه الأساسي. وكما بينا في الفقرة (4 -2) أنه يمكن كتابة معادلة منحني انتقالات الجائز كما في العلاقة (2-15) على النحو التالي:

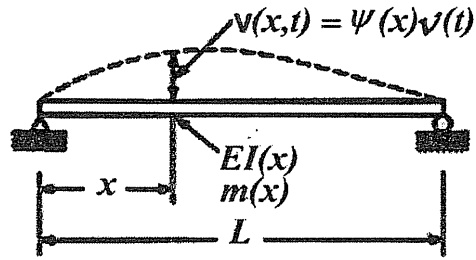
$$v(x,t) = \psi(x)\, v(t) \qquad (8\text{-}4)$$

حيث $\psi(x)$ تابع مسموح به يحقق الشروط المحيطية الهندسية للجملة وله مشتقات من مرتبة لاتقلّ عن تلك التي تظهر في علاقات طاقة تشوه الجملة.

$v(t)$ الانتقال المعمّم ويمكن تقريبه بتابع توافقي عند دراسة الاهتزاز الحر للجملة أي:

$$v(t) = Z_o \sin \omega t \qquad (8\text{-}5)$$

حيث Z_o مقدار ثابت يمثل القيمة العظمى للاهتزاز.



الشكل (2-8): اهتزاز جائز غير منتظم

كما بينا في الفصل الثاني أن استخدام طريقة النمط المفروض يحوّل الجملة إلى جملة وحيدة درجة الحرية يمكن إيجاد تواتر اهتزازها بمساواة طاقة تشوهها العظمى بطاقتها الحركية العظمى. تحدد طاقة تشوه الجائز المبين في الشكل (8-2) وفقاً للعلاقة (19-2) كما يلي:

$$V = \tfrac{1}{2}\int_o^L EI(x)(v'')^2\,dx$$
$$= \tfrac{1}{2} Z_o^2 \sin^2\omega t \int_o^L EI(x)[\psi''(x)]^2\,dx \qquad (8\text{-}6)$$

تبلغ طاقة التشوه قيمتها العظمى عندما $\sin\omega t = 1$ ومنه ينتج:

$$V_{max} = \tfrac{1}{2} Z_o^2 \int_o^L EI(x)[\psi''(x)]^2\,dx \qquad (8\text{-}7)$$

وتُحدد طاقة الجائز الحركية بالعلاقة التالية:

$$T = \tfrac{1}{2}\int_o^L m(x)(\dot{v})^2\,dx \qquad (8\text{-}8)$$

حيث $m(x)$ كتلة واحدة الطول

بتعويض العلاقتين (8-4,5) في العلاقة (8-8) وذلك بعد الاشتقاق بالنسبة للزمن ينتج:

$$T = \tfrac{1}{2} Z_o^2 \omega^2 \cos^2\omega t \int_o^L m(x)[\psi(x)]^2\,dx \qquad (8\text{-}9)$$

تبلغ الطاقة الحركية قيمتها العظمى عندما $\cos\omega t = 1$ فينتج:

$$T_{max} = \tfrac{1}{2} Z_o^2 \omega^2 \int_o^L m(x)[\psi(x)]^2\,dx \qquad (8\text{-}10)$$

يُحدَّد التواتر بمساواة العلاقتين (8-7) و (8-10) فينتج:

$$\omega^2 = \frac{\int_o^L EI(x)[\psi''(x)]^2\,dx}{\int_o^L m(x)[\psi(x)]^2\,dx} \qquad (8\text{-}11)$$

8-3 اختيار شكل (نمط) الاهتزاز

تعتمد دقة التواتر المحسوب وفقاً للعلاقة (8-11) على تابع الشكل $\psi(x)$ الذي تم اعتماده ليمثل شكل نمط الاهتزاز. وعملياً أي تابع يحقق الشروط المحيطية الهندسية (شروط الاستناد) وله مشتق من المرتبة الثانية يمكن أن يكون خياراً مناسباً كتابع شكل، لكن أي تابع غير التابع الممثل لشكل الاهتزاز الحقيقي سيتطلب فرض قيود خارجية إضافية للمحافظة على التوازن مما يجعل الجملة أكثر صلابة فيزيد طاقة تشوهها وبالتالي يزيد قيمة التواتر المحسوب، وعليه فإن أخفض قيمة محسوبة للتواتر تمثل تقريباً أفضل للتواتر الحقيقي لأن شكل الاهتزاز الحقيقي سيؤدي إلى أخفض قيمة للتواتر.

مثال (8-1)

أوجد تواتر اهتزاز الجائز المبين في الشكل (8-2) معتبراً أن للجائز عطالة وكتلة منتظمتين I و $\overline{m}$ على الترتيب

الحل:

- كتقريب أول نستخدم تابع الشكل التالي:

$$\psi(x)=\left(\frac{x}{L}\right)\left(\frac{x}{L}-1\right) \qquad (1)$$

$$\psi''(x)=2/L^2 \qquad (2)$$

تُحسب الطاقة الكامنة والطاقة الحركية الأعظميتين بتطبيق العلاقتين (8-7) و (8-10) فينتج:

$$V_{\max}=\tfrac{1}{2}Z_o^2\,EI\int_0^L\left(\frac{2}{L^2}\right)^2 dx=\frac{2\,Z_o^2\,EI}{L^3} \qquad (3)$$

$$T_{\max} = \tfrac{1}{2} Z_o^2 \, \omega^2 \, \overline{m} \int_0^L \left[\frac{x}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \right]^2 dx = \frac{Z_o^2 \, \omega^2 \, \overline{m}}{60} \mathrm{L} \qquad (4)$$

بمساواة العلاقتين (3) و (4) ينتج القيمة التقريبية التالية للتواتر

$$\omega^2 = \frac{120\, EI}{\overline{m}\, L^4} \qquad (5)$$

- كتقريب ثانٍ نستخدم تابع الشكل التالي:

$$\psi\ (x) = \sin\left(\pi\, x / L\right) \qquad (6)$$

بالسير بنفس الإجراءات السابقة تنتج قيمة تقريبية ثانية للتواتر

$$\omega^2 = \frac{\pi^4\ EI}{\overline{m}\ L^4} \qquad (7)$$

- قيمة التواتر الثانية أقل بحوالي 20% من القيمة الأولى وبالتالي فإن تابع الشكل الثاني أفضل بكثير من التابع الأول. في الحقيقة تابع الشكل الثاني هو التابع الممثل لشكل الاهتزاز الحقيقي وعليه فإن قيمة التواتر المحددة في العلاقة (7) هي القيمة الدقيقة.
- تجدر الملاحظة أن تابع الشكل الأول يحقق الشروط الهندسية المحيطية لكنه يفرض تقوساً ثابتاً على الجائز وبالتالي عزم انعطاف منتظم على طول الجائز وهذا يخالف شروط الاستناد البسيط عند طرفي الجائز.

عند اختيار شكل الاهتزاز المناسب يجب أن نتذكر أن الانتقالات في مرحلة الاهتزاز الحر تنتج عن فعل قوى العطالة وأن قوى العطالة تتناسب طرداً مع توزع الكتل ومع سعة الانتقالات (القيم العظمى)، وعليه فإن شكل الاهتزاز الصحيح $\psi_c(x)$ هو الشكل المتشوه للجملة الناتج عن حمل $p_c(x)$ يتناسب مع

$m(x)\,\psi_c(x)$. وبما أنه ليس من الممكن معرفة $p_c(x)$ مسبقاً لأنها تتناسب مع $\psi_c(x)$ لذلك بشكل عام تُؤخَذ $p_c(x)$ مساوية لوزن الجائز أي:

$$p_c(x) \approx \bar{p}_c(x) = m(x)\,g \qquad (8\text{-}12)$$

حيث $m(x)$ كتلة واحدة الطول و g تسارع الجاذبية الأرضية.

يُحسَب التواتر إذاً بناءً على الشكل المتشوه $v_d(x)$ الناتج عن الوزن الذاتي للجملة. كما تُحدَّد طاقة التشوه العظمى في هذه الحالة على أساس أنها تساوي العمل الذي تقوم به القوى المطبّقة على الجملة أي:

$$V_{\max} = \tfrac{1}{2}\int_0^L \bar{p}(x)\,v_d(x)\,dx = \tfrac{1}{2}\,g\int_0^L m(x)\,v_d(x)\,dx \qquad (8\text{-}13)$$

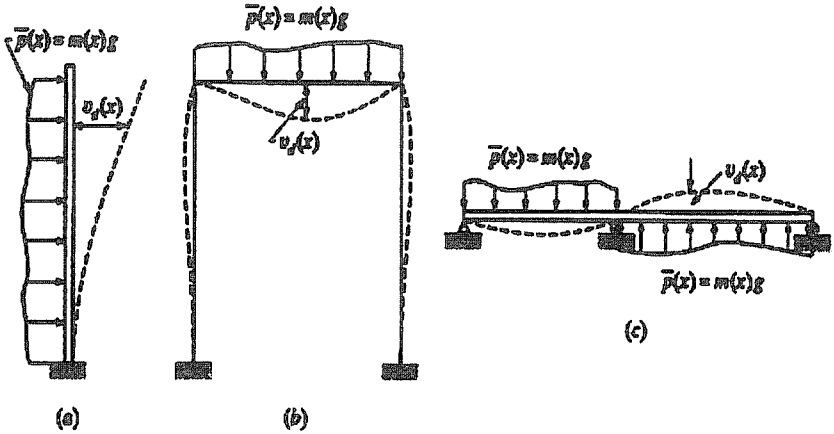
وتُحدَّد الطاقة الحركية العظمى بالعلاقة (8-10) مع ملاحظة أن $v_d(x) = Z_0\,\psi(x)$ فتكتب كما يلي:

$$T_{\max} = \tfrac{1}{2}\,\omega^2\int_0^L m(x)\,[v_d(x)]^2\,dx \qquad (8\text{-}14)$$

وعليه يُحدَّد التواتر بمساواة العلاقتين (8-13) و (8-14) فينتج:

$$\omega^2 = g\,\frac{\int_0^L m(x)\,v_d(x)\,dx}{\int_0^L m(x)\,[v_d(x)]^2\,dx} \qquad (8\text{-}15)$$

يجب الانتباه أن القوى $\bar{p}(x)$ هي قوى ثقالة تنتج الشكل المتشوه $v_d(x)$ عندما يكون الاهتزاز شاقولياً كما هو الحال في الجملة المبينة في الشكل (8-2). أما إذا كان الاهتزاز الرئيسي أفقياً كما في حالة الظفر المبين في الشكل (8-3a) فتُطبَّق القوى $\bar{p}(x)$ أفقياً. وعند البحث في نمط الاهتزاز الأساسي للجائز المبين في الشكل (8-3c) تُطبَّق القوى $\bar{p}(x)$ على مجازي الجائز باتجاهين متعاكسين.



الشكل (3-8) : أنماط مفروضة ناتجة عن الأحمال الميتة

عندما يتم نمذجة كتلة الجملة بمجموعة من الكتل المجمّعة في نقاط محددة $(m_1, m_2, \ldots, m_n)$ تُحدَّد الانتقالات الساكنة $v_{d1}, v_{d2}, \ldots, v_{dn}$ في نقاط تطبيق القوى $m_1 g$, $m_2 g$, ..., $m_n g$ على الترتيب وتصبح العلاقة (8-15) كما يلي:

$$\omega^2 = g \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i v_{di}}{\sum_{i=1}^{n} m_i v_{di}^2} = g \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i v_{di}}{\sum_{i=1}^{n} w_i v_{di}^2} \qquad (8\text{-}16)$$

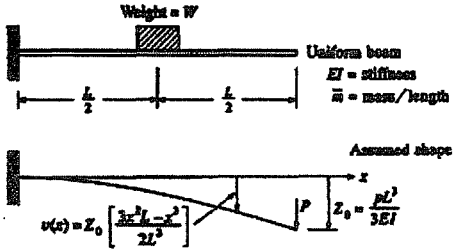
حيث: $w_i = m_i g$

ومنه يُحسَب دور الاهتزاز وفق العلاقة التالية:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i v_{di}^2 / g \sum_{i=1}^{n} w_i v_{di}} \qquad (8\text{-}17)$$

مثال (8-2)

أوجد بطريقة ريلي تواتر الجائز الظفري المبين في الشكل أدنـــاه علمـــاً أن كتلتـــه وعطالته منتظمتان ويحمل وزناً في منتصف قدره W.



الحـــل:

لأجل هذه الدراسة سنأخذ شكل الاهتزاز منحني الانتقالات الناتج عن حمل مركـــز قدره p في رأس الظفر

$$v(x)=\frac{p\,L^3}{3EI}\;\frac{3x^2L-x^3}{2\,L^3}=Z_o\,\psi(x) \qquad (1)$$

حيث Z_o الانتقال في رأس الظفر.

وعليه تُحدَّد طاقة التشوه العظمى بتطبيق علاقة العمل التالية:

$$V_{\max}=\tfrac{1}{2}\,p\,Z_o=\frac{3EI}{2\,L^3}\;Z_o^2 \qquad (2)$$

وتُحدَّد الطاقة الحركية العظمى لكتل الجائز كما يلي:

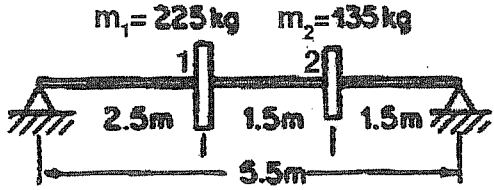
$$\begin{aligned}T_{\max}&=\frac{\omega^2}{2}\frac{W}{g}\left[v\left(x=L/2\right)\right]^2+\frac{\omega^2}{2}\int_o^L \overline{m}\,v^2dx\\&=\frac{\omega^2}{2}\left(\frac{25}{256}\frac{W}{g}+\frac{33}{140}\overline{m}\,L\right)Z_o^2\end{aligned} \qquad (3)$$

بمساواة العلاقتين (2) و (3) ينتج:

$$\omega^2=\frac{3}{\dfrac{33}{140}+\dfrac{25}{256}\dfrac{W}{\overline{m}\,L\,g}}\;\frac{EI}{\overline{m}\,L^4}$$

مثال (3-8)

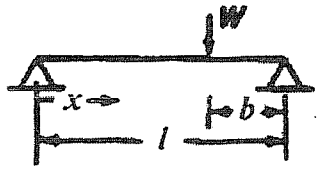
حدد بشكل تقريبي تواتر الاهتزاز الأساسي للجملة المبينة في الشكل أدناه



الحـــل:

تحدد المعادلة التالية الانتقال الشاقولي لنقطة على بعد x من المسند الأيسر من جراء تطبيق حمل W على بعد b من المسند الأيمن.

$$y(x)=\frac{W\,bx}{6\,l\,EI}\left(l^2-x^2-b^2\right) \quad , \quad x \le (l-b)$$



- يُحدَّد الانتقالان الناتجان عن الكتلة $m_2 = 135\,kg$ عند النقطتين (1) و (2) كما يلي:

$$\bar{y}_1=\frac{(9.81\,x\,135)\,x\,1.5\,x\,2.5}{6\,x\,5.5\,EI}\left(5.5^2-2.5^2-1.5^2\right)=3.273\,x\,\frac{10^3}{EI}\,m$$

$$\bar{y}_2=\frac{(9.81\,x\,135)\,x\,1.5\,x\,4}{6\,x\,5.5\,EI}\left(5.5^2-4.0^2-1.5^2\right)=2.889\,x\,\frac{10^3}{EI}\,m$$

- وكذلك يُحدَّد الانتقالان الناتجان عن الكتلة $m_1 = 225\,kg$ عند النقطتين (1) و (2)

$$\bar{\bar{y}}_1 = \frac{(9.81 \text{ x } 225) \text{ x } 2.5 \text{ x } 3.0}{6 \text{ x } 5.5\, EI} \left(5.5^2 - 3.0^2 - 2.5^2\right) = 7.524 \text{ x } \frac{10^3}{EI}\, m$$

$$\bar{\bar{y}}_2 = \frac{(9.81 \text{ x } 225) \text{ x } 2.5 \text{ x } 1.5}{6 \text{ x } 5.5\, EI} \left(5.5^2 - 1.5^2 - 2.5^2\right) = 5.455 \text{ x } \frac{10^3}{EI}\, m$$

- وبتطبيق مبدأ جمع الآثار يُحدَّد الانتقالان عند (1) و (2) الناتجان عن الكتلتين m_1 و m_2

$$v_{d1} = \bar{y}_1 + \bar{\bar{y}}_1 = 10.797 \text{ x } \frac{10^3}{EI}\, m \quad , \quad v_{d2} = \bar{y}_2 + \bar{\bar{y}}_2 = 8.344 \text{ x } \frac{10^3}{EI}\, m$$

بالتعويض في العلاقة (8-16) ينتج:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{9.81\left(225 \text{ x } 10.797 + 135 \text{ x } 8.344\right) EI}{\left(225 \text{ x } 10.797^2 + 135 \text{ x } 8.344^2\right) 10^3}} = 0.03129 \sqrt{EI}\ rad/s$$

الفصل التاسع

النماذج الرياضية للجمل متعددة درجات الحرية

Mathematical Models of MDOF Systems

لقد رأينا في فصول سابقة أنه يمكن نمذجة أي منشأ بجملة وحيدة درجة الحرية وبالتالي وصف تصرفه الديناميكي بمعادلة تفاضلية واحدة، وتكون هذه النمذجة دقيقة عندما يمكن وصف حركته بإحداثي واحد و لا يوجد أي شكل من أشكال الحركات الأخرى فيه. أما إذا كان للمنشأ أكثر من نمط للانتقال و التشوه فإن النموذج وحيد درجة الحرية يعطي حلاً تقريبياً للتصرف الحقيقي للمنشأ وعندها يصعب تقدير دقة الحل الناتج.

بشكل عام لا يمكن وصف التصرف الديناميكي بدقة من خلال نموذج ذي درجة حرية واحدة لذا فإن حركة المنشأ توصف بعدة درجات حرية و كما بينا في فصول سابقة بأن درجات حرية جملة ما هي مجموعة من الإحداثيات الانتقالية المستقلة خطياً كافية لوصف الشكل المتشوه للجملة فمثلاً يمكن أن تمثل الانتقالات العظمى لنقاط محددة في المنشأ درجات حرية نموذج ذي ثوابت مجمّعة.

لقد استخدمنا في الفصل الثاني قوانين نيوتن ومبدأ الانتقالات الوهمية كطريقتين مستقلتين لاشتقاق النماذج الرياضية للجمل وحيدة الحرية وسنستخدم في هذا الفصل قوانين نيوتن ومعادلات لاغرانج كطريقتين لاشتقاق النماذج الرياضية للجمل متعددة درجات الحرية. وتجدر الاشارة أنه يمكن استخدام مبدأ الانتقالات الوهمية ولكن استخدام معادلات لاغرانج أبسط.

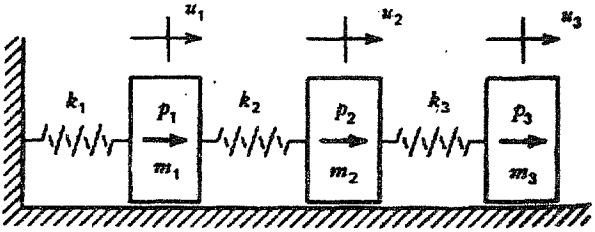
9 - 1 تطبيقات قوانين نيوتن على النماذج ذات الثوابت المجمعة

Application of Newton's Laws to lumped – parameter models

سنوضّح في الأمثلة التالية تطبيقات قوانين نيوتن في إشتقاق النماذج الرياضية الممثلة للجمل ذات الثوابت المجمّعة.

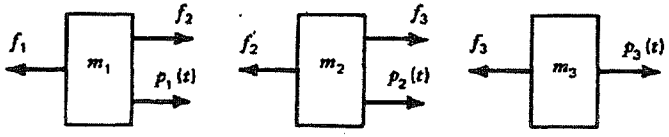
مثال (1-9)

اشتق معادلات الحركة (النموذج الرياضي) للجملة المبينة أدناه



الحـــل:

- ارسم مخطط الجسم الطليق لكل كتلة وبيّن القوى المطبّقة.



- طبّق قانون نيوتن الثاني على كل كتلة.

$$\sum F_1 = m_1 \ddot{u}_1 = p_1 + f_2 - f_1 \qquad (1a)$$

$$\sum F_2 = m_2 \ddot{u}_2 = p_2 + f_3 - f_2 \qquad (1b)$$

$$\sum F_3 = m_3 \ddot{u}_3 = p_3 - f_3 \qquad (1c)$$

- اكتب قوى المرونة بدلالة الانتقالات

$$f_1 = k_1 e_1 = k_1 u_1 \qquad (2a)$$

$$f_2 = k_2 e_2 = k_2 (u_2 - u_1) \qquad (2b)$$

$$f_3 = k_3 e_3 = k_3 (u_3 - u_2) \qquad (2c)$$

- بدّل العلاقات (2) في العلاقات (1) وأصلح ينتج :

$$m_1 \ddot{u}_1 + (k_1 + k_2) u_1 - k_2 u_2 = p_1(t) \quad (3a)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 - k_2 u_1 + (k_2 + k_3) u_2 - k_3 u_3 = p_2(t) \quad (3b)$$

$$m_3 \ddot{u}_3 - k_3 u_2 + k_3 u_3 = p_3(t) \quad (3c)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة بشكل مصفوفي كما يلي:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

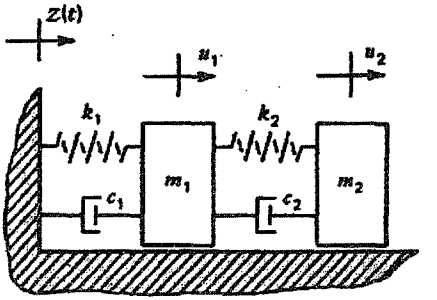
أو

$$m\ddot{u} + k u = p(t) \quad (5)$$

تسمى المصفوفتان m و k بمصفوفتي الكتلة والصلابة على الترتيب ويسمى الشعاعان u و $p(t)$ بشعاعي الانتقال والقوى على الترتيب. تجدر الملاحظة من العلاقة (4) في المثال السابق بأن المصفوفة m قطرية. أما المصفوفة k ليست قطرية ولهذا يقال إن للجملة ترابط صلابة (stiffness coupling). يتضح من المثال السابق أيضاً أنه تم صياغة معادلات الحركة بدلالة الانتقالات المطلقة لكتل الجملة، وسنبين في المثال التالي الذي تخضع فيه الجملة إلى حركة مساند أنه من المفيد أحياناً استخدام الانتقالات النسبية الحاصلة بين كتل الجملة ومسندها بدلاً من الانتقالات المطلقة.

مثال (2-9)

استخدم قوانين نيوتن لاشتقاق معادلتي الحركة للجملة المبينة أدناه وذلك بدلالة الانتقالين النسبيين بين كتل الجملة ومسندها



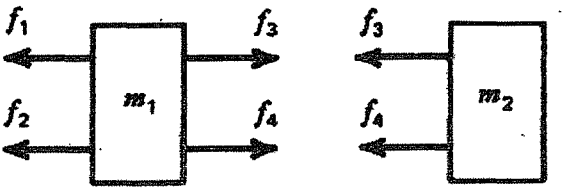
الحـــل:

عرّف الانتقالين النسبيين لكتلتي الجملة كما يلي:

$$w_1 = u_1 - z \qquad (1a)$$

$$w_2 = u_2 - z \qquad (1b)$$

- ارسم مخطط الجسم الطليق لكل كتلة مبيّناً عليه القوى المطبّقة



- طبّق قانون نيوتن الثاني على كل كتلة.

$$\sum \mathrm{F}_1 = m_1 \ddot{u}_1 = -f_1 - f_2 + f_3 + f_4 = m_1 \left(\ddot{w}_1 + \ddot{z}\right) \qquad (2a)$$

$$\sum \mathrm{F}_2 = m_2 \ddot{u}_2 = -f_3 - f_4 = m_2 \left(\ddot{w}_2 + \ddot{z}\right) \qquad (2b)$$

- اكتب قوى المرونة وقوى التخميد بدلالة الانتقالات والسرع على الترتيب

$$f_1 = k_1 \left(u_1 - z\right) = k_1 w_1 \qquad (3a)$$

$$f_2 = c_1 (\dot{u}_1 - \dot{z}) = c_1 \dot{w}_1 \qquad (3b)$$

$$f_3 = k_2 (u_2 - u_1) = k_2 (w_2 - w_1) \qquad (3c)$$

$$f_4 = c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = c_2 (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) \qquad (3d)$$

- عوّض العلاقات (3) في العلاقتين (2) وأصلح ينتج

$$m_1 \ddot{w}_1 + c_1 \dot{w}_1 + k_1 w_1 - c_2 (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) - k_2 (w_2 - w_1) = -m_1 \ddot{z}$$

$$m_2 \ddot{w}_2 + c_2 (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) + k_2 (w_2 - w_1) = -m_2 \ddot{z}$$

يمكن كتابة هاتين العلاقتين على الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_1 \ddot{z} \\ -m_2 \ddot{z} \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

أو

$$m\ \ddot{w} + c\ \dot{w} + k\ \ w = p_{eff}$$

تجدر الملاحظة أن كتابة معادلات الحركة بدلالة الانتقالات النسبية له الميزتين التاليتين:

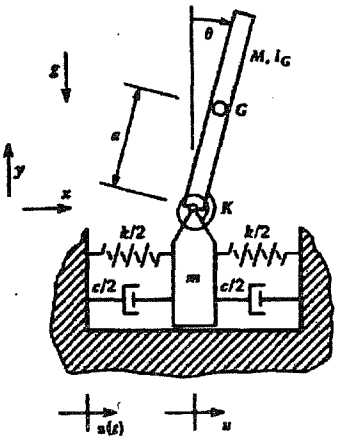
- للطرف الأيمن شكل قوة فعّالة لها علاقة مباشرة بتسارع المسند $\ddot{z}$ الذي يمكن قياسه بسهولة أكثر من z و $\dot{z}$
- حساب قوتي المرونة المبينتين في العلاقتين (3a,c) أسهل لأنهما ترتبطان مباشرةً بالانتقالات النسبية.

المثال التالي يبين جملة تم نمذجتها على شكل جسم صلب في حركة مستوية.

مثال (3-9)

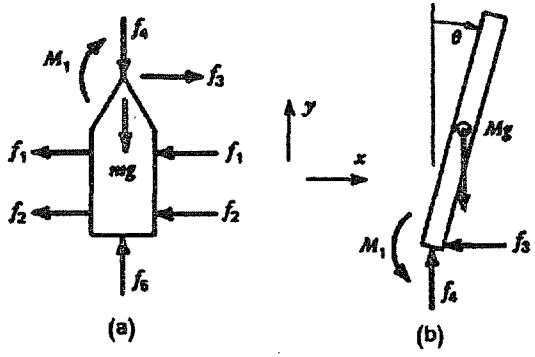
طبّق قوانين نيوتن لاشتقاق معادلتي الحركة للمبنى المبين أدناه الذي تم نمذجته على

شكل نموذج ذي ثوابت مجمّعة تحت تأثير هزة أرضية معتبراً (θ) صغيرة وكتلة الأساسات (m) مجمّعة في نقطة.



الحـــل:

- ارسم مخطط الجسم الطليق لكل جزء من الجملة وبيّن عليه القوى المطبّقة



- طبّق قانون نيوتن الثاني على كل كتلة:

من أجل الكتلة (a) ينتج:

$$\sum F_x = m\,\ddot{u} = -2f_1 - 2f_2 + f_3 \qquad (1)$$

(لا حاجة لمعادلة إسقاط شاقولي أو معادلة عزم).

من أجل الكتلة (b) ينتج

$$\sum F_x = M\,\ddot{x}_G = -f_3 \qquad (2a)$$

$$\sum F_y = M\,\ddot{y}_G = f_4 - Mg \qquad (2b)$$

$$\sum M_G = I_G\,\ddot{\theta} = -M_1 + f_4 a\sin\theta + f_3 a\cos\theta \qquad (2c)$$

- اكتب قوى المرونة وقوى التخميد بدلالة الانتقالات والسرع على الترتيب

$$f_1 = \frac{k}{2}(u - z)\ ,\ f_2 = \frac{c}{2}(\dot{u} - \dot{z})\ ,\ M_1 = K\theta \qquad (3a,b,c)$$

- اكتب x_G ، y_G بدلالة u ; θ معتبراً θ مقداراً صغيراً.

$$x_G = u + a\sin\theta = u + a\theta \qquad (4a)$$

$$y_G = a\cos\theta = a \qquad (4b)$$

- بدّل العلاقات (3) و (4) في العلاقات (1) و (2) وأصلح ينتج:

$$\begin{bmatrix} (M+m) & Ma \\ Ma & (I_G + Ma^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & (K - Mga) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c\dot{z} + kz \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (5)$$

أو

$$m\ \ddot{u} + c\ \dot{u} + k\ u = p_{eff} \qquad (6)$$

تجدر الملاحظة أن:

- حركة الأساس $z(t)$ أدت إلى القوة المبينة على الطرف الأيمن لمعادلات الحركة.
- المصفوفة m ليست قطرية لهذا يقال إن للجملة ترابط عطالي (inertia coupling)

كما هو مبين في المثال السابق أن اشتقاق معادلات الحركة لمجموعة من الأجسام الصلبة المترابطة بواسطة قوانين نيوتن أصبح طويلاً ومملاً، لذا سنستخدم فيما يلي معادلات لاغرانج لتبسيط إجراءات اشتقاق المعادلات التفاضلية للجمل متعددة درجات الحرية.

9-2 معادلات لاغرانج (Lagrange's equations)

يتضح من المثال (9-3) أنه من أجل مجموعة الأجسام الصلبة المترابطة لابد من رسم مخطط طليق لكل جسم مبيناً عليه القوى المطبّقة بما فيها قوى الترابط ولابد من كتابة معادلات التوازن لكل جسم ومن ثم حذف قوى الترابط للوصول إلى الشكل النهائي لمعادلات الحركة. وبناءً على ذلك فإن هذه المنهجية تصبح صعبة وطويلة في حال وجود مجموعة كبيرة من الأجسام الصلبة المترابطة لذا سنستخدم معادلات لاغرانج التي تسمح باستعمال مقادير سلمية كالعمل والطاقة بدلاً من المقادير الشعاعية كالقوى والانتقالات. يمكن اشتقاق معادلات لاغرانج مباشرةً من مبدأ هاميلتون Hamilton's principle والذي ينص على أن تغير الطاقة الحركية والكامنة مضافاً إليها التغير في عمل القوى غير المحافظة يساوي الصفر خلال أي مجال زمني $t_2 - t_1$ أي:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V)\, dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc}\, dt = 0 \qquad (9\text{-}1)$$

حيث: T هي القدرة الحركية للجملة، V هي الطاقة الكامنة للجملة، و δW_{nc} هو العمل الوهمي للقوى غير المحافظة المطبّقة على الجملة. من أجل معظم الجمل الميكانيكية تُكتَب T بدلالة الإحداثيات المعمّمة ومشتقاتها الأولى بالنسبة للزمن وتُكتَب V بدلالة الإحداثيات المعممة فقط. أما δW_{nc} يُكتَب بدلالة تغيرات الإحداثيات المعممة أي:

$$T = T\left(q_1, q_2, ..., q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_N\right) \qquad (9\text{-}2a)$$

$$V = V\left(q_1, q_2, ..., q_N\right) \qquad (9\text{-}2b)$$

$$\delta W_{nc} = Q_1\, \delta q_1 + Q_2\, \delta q_2 + ... + Q_N\, \delta q_N \qquad (9\text{-}2c)$$

حيث: $Q_i \ (i = 1, .., N)$ هي القوى المحافظة المعممة المقابلة للإحداثيات المعممة $q_i \ (i = 1, .., N)$. نعوض العلاقات (9-2) في العلاقة (9-1) ينتج:

$$\int_{t_1}^{t_2} \Big(\frac{\partial T}{\partial q_1}\delta q_1 + \frac{\partial T}{\partial q_2}\delta q_2 + \ldots + \frac{\partial T}{\partial q_N}\delta q_N + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}\delta \dot{q}_1 + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}\delta \dot{q}_2 + \ldots$$
$$+ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_N}\delta \dot{q}_N - \frac{\partial V}{\partial q_1}\delta q_1 - \frac{\partial V}{\partial q_2}\delta q_2 - \ldots$$
$$- \frac{\partial V}{\partial q_N}\delta q_N + Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \ldots + Q_N \delta q_N \Big) dt = 0 \qquad (9\text{-}3)$$

نكامل حدود العلاقة السابقة التي تعتمد على السرعة بالتجزئة ينتج:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta \dot{q}_i \, dt = \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta q_i\right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)\delta q_i \, dt \qquad (9\text{-}4)$$

إن الحد الأول من الطرف الأيمن للعلاقة السابقة معدوم من أجل كل إحداثي معمم لأن $\delta q_i(t_1) = \delta q_i(t_2) = 0$ شرطاً لجعل مبدأ هاملتون صحيح. نعوض العلاقة (9-4) في العلاقة (9-3) ونصلح ينتج:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \left[-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) + \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} + Q_i \right] \delta q_i \right\} dt = 0 \qquad (9\text{-}5)$$

تكون العلاقة السابقة محققة دائماً إذا كان الحد داخل القوس المتوسط معدوماً لأن $\delta q_i (i = 1, \ldots\ldots, N)$ اعتباطية وبالتالي:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \qquad i = 1, 2, \ldots, N \qquad (9\text{-}6)$$

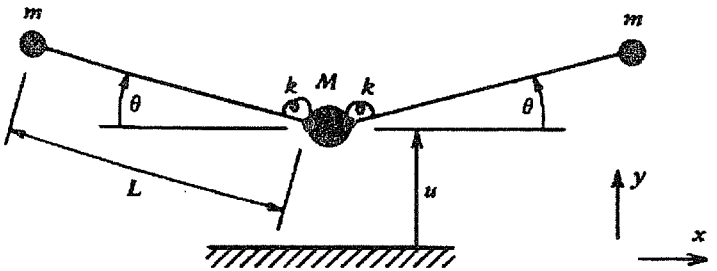
9-3 تطبيقات معادلات لاغرانج على الجمل ذات الثوابت المجمّعة

توضح الأمثلة التالية تطبيقات معادلات لاغرانج على الجمل ذات الثوابت المجمّعة.

مثال (9-4)

لقد تم نمذجة الاهتزاز المتناظر لجملة مؤلفة من جناحي وجسم طائرة كما هو مبين في الشكل أدناه، حيث تم تمثيل جسم الطائرة بالكتلة M وكتلة الجناح بـ m وتم وصل هذه الكتلة إلى جسم الطائرة بواسطة جائز طوله L وكتلة مهملة، كما تم نمذجة التصرف المرن للجناح بنابض دوراني ثابته k يربط بين الجناح وجسم الطائرة.

استخدم معادلات لاغرانج لاشتقاق معادلات الحركة مهملاً تأثير الثقالة وفارضاً (θ) صغيرة.



الحـــل:

افرض $q_2 = \theta$, $q_1 = u$

- حدد T و V للجملة

$$T = 2\left(\frac{1}{2} m \dot{y}_m^2\right) + \frac{1}{2} M \dot{u}^2 \qquad (1)$$

من أجل θ صغيرة نكتب:

$$y_m = u + L\theta \qquad (2)$$

$$T = m\left(\dot{u} + L\dot{\theta}\right)^2 + \frac{1}{2}M\,\dot{u}^2 \qquad (3)$$

$$V = 2\left(\frac{1}{2}k\theta^2\right) \qquad (4)$$

- طبّق علاقات لاغرانج:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = 2m\left(\dot{u} + L\dot{\theta}\right) + M\,\dot{u}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = 2mL\left(\dot{u} + L\dot{\theta}\right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial u} = 0\ ,\ \frac{\partial V}{\partial \theta} = 2\,k\theta$$

$$Q_u = Q_\theta = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \qquad (6)$$

ومنه:

$$2m\left(\ddot{u} + L\ddot{\theta}\right) + M\,\ddot{u} = 0 \qquad (7a)$$

$$2mL\left(\ddot{u} + L\ddot{\theta}\right) + 2k\theta = 0 \qquad (7b)$$

يمكن كتابة العلاقتين (7) على الشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} (M+2m) & 2mL \\ 2mL & 2mL^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (8)$$

تجدر الملاحظة أنه تم استخراج معادلتي الحركة دون الحاجة لرسم مخطط جسم طليق لكل كتلة ودون الحاجة للتعامل مع قوى الترابط بين الجناحين وجسم الطائرة.

مثال (9-5)

استخدم معادلات لاغرانج لاشتقاق معادلات حركة الجملة المبينة في المثال (3-9)

الحـــل:

افرض $q_1 = u \ , \ q_2 = \theta$

- اكتب علاقات رياضية لكل من T ، V ، δW_{nc}

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + \frac{1}{2} M \left(\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 \right) + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2 \qquad (1)$$

- يمكن كتابة إحداثي مركز الثقل (G) كما يلي:

$$x_G = u + a \sin\theta \quad , \quad y_G = a \cos\theta \qquad (2a,b)$$

- من أجل θ صغيرة نكتب:

$$\dot{x}_G = \dot{u} + a\dot{\theta} \quad , \quad \dot{y}_G = 0 \qquad (3a,b)$$

- نعوض العلاقتين (3) في العلاقة (1) ينتج:

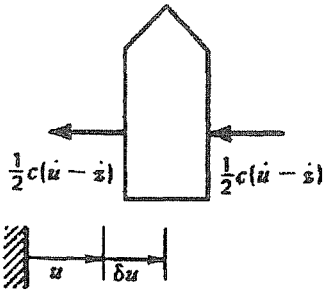
$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + \frac{1}{2} M \left(\dot{u} + a\dot{\theta} \right)^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2 \qquad (4)$$

لقد تم اختزان الطاقة إما على شكل طاقة تشوه في النابض أو على شكل طاقة كامنة ثقيلة أي:

$$V = 2\left[\frac{1}{2} \left(\frac{k}{2} \right) (u - z)^2 \right] + \frac{1}{2} K\theta^2 + Mga\cos\theta \qquad (5)$$

ومن أجل θ صغيرة نكتب:

$$V = 2\left[\frac{1}{2} \left(\frac{k}{2} \right) (u - z)^2 \right] + \frac{1}{2} K\theta^2 + Mga\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2 \right) \qquad (6)$$



تنحصر القوى غير المحافظة بقوتي التخميد المطبقتين على كتلة الأساس، ويبين الشكل جانباً هاتين القوتين.

- ومنه يمكن كتابة العمل الوهمي لهذه القوى على النحو التالي:

$$\delta W_{nc} = -2\left[\frac{1}{2}\, c\left(\dot{u}-\dot{z}\right)\right]\delta\ u \tag{7}$$

- طبّق معادلات لاغرانج:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = m\dot{u} + M\left(\dot{u}+a\dot{\theta}\right)\quad,\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = Ma\left(\dot{u}+a\dot{\theta}\right)+I_G\dot{\theta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial V}{\partial u} = k(u-z)\quad,\quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = K\theta - Mga\,\theta$$

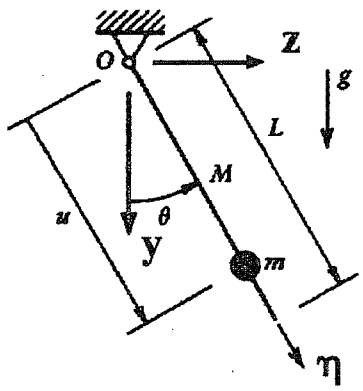
$$Q_u = -c\left(\dot{u}-\dot{z}\right)\quad,\quad Q_\theta = 0$$

نعوض العلاقات السابقة في العلاقة التالية فنجد:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&(M+m)\ddot{u} + Ma\ddot{\theta} + k\left(u-z\right) = -c\left(\dot{u}-\dot{z}\right)\\ &Ma\ddot{u} + \left(Ma^2+I_G\right)\ddot{\theta} + \left(K-Mga\right)\theta = 0\end{aligned} \tag{10}$$

مثال (9-6)



استخدم معادلات لاغرانج لاشتقاق معادلات حركة الجملة المبينة جانباً. تتألف الجملة من كتلة نقطية (m) تنزلق دون احتكاك على طول قضيب رفيع منتظم طوله L وكتلته الكلية M.

الحـــل:

افرض $q_2 = \theta$, $q_1 = u$

- حدد القدرة الحركية للجملة:

$$T = \frac{1}{2} m \left(\dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) + \int_0^L \frac{1}{2}\left(\frac{M}{L} d\eta\right) \mathrm{v}^2 \qquad (1)$$

حيث: y , z إحداثيا الكتلة النقطية (m) ويُحدَّدا بدلالة درجتي الحرية كما يلي:

$$y = u\cos\theta \quad , \quad z = u\sin\theta \qquad (2a,b)$$

وتُحدَّد سرعة كتلة قدرها $\left(\frac{M}{L} d\eta\right)$ من القضيب تقع على بعد η من محور الدوران بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{v} = \eta\dot{\theta} \qquad (3)$$

نشتق العلاقتين (2) بالنسبة للزمن ونعوضهما مع العلاقة (3) في العلاقة (1) ونجري التكامل فينتج:

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\mathrm{ML}^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{u}^2 + u^2\,\dot{\theta}^2\right) \qquad (4)$$

- حدد الطاقة الكامنة للجملة فارضاً أن الطاقة الكامنة تساوي الصفر عندما

$$\theta = \pi/2$$

$$V = -(mg)\,y - \int_0^L \left(\frac{M}{L}\, g d\eta\right) \eta \cos\theta \qquad (5)$$

- نعوض العلاقة (2a) في هذه ونجرى عملية التكامل فينتج:

$$V = -\left[\mathrm{Mg}\left(\frac{\mathrm{L}}{2}\right) + mgu\right] \cos\theta \qquad (6)$$

- لاتحتوي الجملة على أي قوى غير محافظة لذا فإن القوى المعممة تساوي الصفر.

- طبّق معادلات لاغرانج من أجل كل درجة حرية.

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = m\dot{u} \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = \frac{1}{3} ML^2 \dot{\theta} + mu^2 \dot{\theta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial u} = mu\dot{\theta}^2 \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial u} = -mg\cos\theta \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = \left[Mg\left(\frac{L}{2}\right) + mgu \right] \sin\theta$$

$$Q_u = Q_\theta = 0$$

- نعوض العلاقات السابقة في العلاقة التالية:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i$$

$$m\ddot{u} - mu\dot{\theta}^2 - mg\cos\theta = 0 \qquad (8)$$

$$\left(\frac{1}{3} ML^2 + mu^2\right)\ddot{\theta} + 2mu\dot{u}\dot{\theta} + \left[Mg\left(\frac{L}{2}\right) + mgu \right] \sin\theta = 0$$

لاحظ أن هاتين العلاقتين غير خطيتين.

9-4 تطبيقات معادلات لاغرانج على النماذج المستمرة: طريقة الأنماط المفروضة The assumed – mode method

لقد بيّنا في الفقرة (4-2) أن انتقالات الجمل المستمرة يمكن أن تُكتَب تقريباً وفق النمط التالي:

$$\mathrm{u}(x,t)=\psi(x)\,u(t) \qquad (9\text{-}7)$$

ولقد أدى هذا الفرض إلى نموذج ذي درجة حرية واحدة لها إحداثي معمم $u(t)$ ، ولكي نختار نموذجاً للجملة المستمرة ذا N درجة حرية يجب أن نوسّع المعادلة (9-7) لتحتوي على N تابع $\psi_i(x)$ لذا نكتب $\mathrm{u}(x,t)$ على النحو التالي:

$$\mathrm{u}(x,t)=\sum_{i=1}^{N}\psi_i(x)\,u_i(t) \qquad (9\text{-}8)$$

حيث يمثل كل تابع $\psi_i(x)$ نمطاً أو شكلاً لتشوهات الجملة كاملةً ويجب أن تحقق هذه التوابع الشروط التالية:

- أن تكون مجموعة التوابع $\psi_i(x)$ مستقلة خطياً.
- أن يحقق كل تابع الشروط الهندسية المحيطية للجملة أي الشروط المحيطة المفروضة على انتقالات وتشوهات الجملة.
- أن يكون لكل تابع مشتقات بالنسبة لـــ x من المرتبة التي تظهر فيها هذه المشتقات بعلاقة الطاقة الكامنة V.

تسمى التوابع التي تحقق الشروط السابقة بالتوابع المسموحة وباختيار هذه التوابع يتم تحديد النموذج ذي الـــ N درجة حرية.

بعد تحديد التوابع $\psi_i(x)(i=1,\ldots,N)$. نعوض العلاقة (9-8) في علاقات الطاقة V,T والعمل الوهمي للقوى غير المحافظة δW_{nc} ومن ثم نطبّق معادلات لاغرانج.

فمثلاً التوابع $\psi_i(x)$ المسموح استخدامها لوصف انتقالات الجائز المبين في الشكل (9-1) يجب أن تحقق الشروط الهندسية المحيطة التالية:

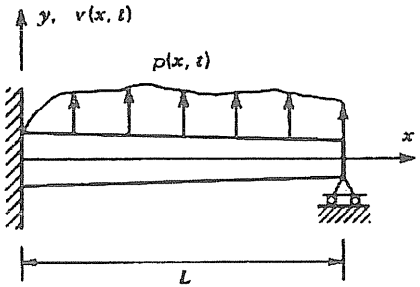
$$\psi_i(0)=\psi_i'(0)=\psi_i(L)=0$$

لأن $v(0,t)=v'(0,t)=v(L,t)=0$ من أجل كل قيم (t).

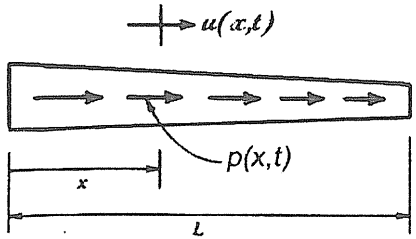
ويجب أن يكون كل تابع $\psi_i(x)$ ومشتقه الأول $\psi_i'(x)$ مستمرين نظراً لاحتواء معادلة الطاقة الكامنة (طاقة التشوه) على $v''(x,t)$.

ليس من الضروري أن تحقق التوابع $\psi_i(x)$, $(i=1,\ldots,N)$ الشروط المحيطية الطبيعية (الشروط المحيطية المفروضة على القوى) مثل عزم الانعطاف $M(L,t)=0$.

لشرح طريقة النمط المفروض نطبقها أولاً لايجاد الحل التقريبي للاهتزازات المحورية للقضيب المرن المبين في الشكل (9-2) حيث تمثل $u(x,t)$ الحركة المحورية للمقاطع العرضية المستوية للقضيب.



الشكل (9-1)



الشكل (9-2)

تُعطَى الطاقة الكامنة (طاقة التشوه المحوري المرن) بالعلاقة:

$$V = \frac{1}{2}\int_o^L EA\left(\mathrm{u}'\right)^2 dx \qquad (9\text{-}9)$$

وتعطى القدرة الحركية للانتقالات المحورية $\mathrm{u}(x,t)$ بالعلاقة:

$$T = \frac{1}{2}\int_o^L \rho A\left(\dot{\mathrm{u}}\right)^2 dx \qquad (9\text{-}10)$$

حيث $A(x)$ تمثل مساحة المقطع العرضي. وتمثل $\rho(x)$ كتلة واحدة الحجم.

نعوض العلاقة (9-8) في العلاقة (9-9) ينتج:

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} k_{ij}\, u_i\, u_j \qquad (9\text{-}11)$$

حيث:

$$k_{ij} = \int_o^L EA\,\psi_i'\,\psi_j'\, dx \qquad (9\text{-}12)$$

يتضح من العلاقة (9-11) أن الطاقة الكامنة عبارة عن تابع تربيعي متحولاته الإحداثيات المعممة وثوابته محددة في العلاقة (9-12). يمكن كتابة هذا التابع التربيعي بشكل مصفوفي على النحو التالي:

$$V = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{u} \qquad (9\text{-}13)$$

حيث:

$$\boldsymbol{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2N} \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ k_{N1} & k_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{NN} \end{bmatrix} \qquad (9\text{-}14)$$

بشكل مشابه نعوض العلاقة (9-8) في العلاقة (9-10) فينتج:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} m_{ij}\, \dot{u}_i\, \dot{u}_j \qquad (9\text{-}15)$$

$$m_{ij} = \int_o^L \rho\, A\, \psi_i\, \psi_j\, dx \qquad (9\text{-}16)$$

وبالمثل يتضح أن العلاقة (9-15) هي تابع تربيعي متحولاته السرع وثوابته محددة في العلاقة (9-16) ويمكن كتابته على الشكل المصفوفي التالي:

$$T = \frac{1}{2}\, \dot{u}^{\,T}\, m\, \dot{u} \qquad (9\text{-}17)$$

عندما تُحدَّد مصفوفة الكتل m بواسطة العلاقة (9-16) تُدعى بمصفوفة الكتل المنسجمة.

إذا كان القضيب يخضع لقوى خارجية يمكن تحديد القوى المعمّمة باستخدام مبدأ العمل الوهمي على النحو التالي:

$$\delta W = \int_o^L p(x,t)\, \delta \mathrm{u}(x,t)\, dx = \sum_{i=1}^{N} p_i\, \delta u_i \qquad (9\text{-}18)$$

يمكن تحديد $\delta \mathrm{u}(x,t)$ من العلاقة (9-8) كما يلي:

$$\delta \mathrm{u}(x,t) = \sum_{i=1}^{N} \psi_i(x)\, \delta u_i \qquad (9\text{-}19)$$

من العلاقتين (9-18) و (9-19) ينتج:

$$p_i(t) = \int_o^L p(x,t)\, \psi_i(x)\, dx \qquad (9\text{-}20)$$

نعوض العلاقات (9-11) ، (9-15) ، (9-18) في معادلة لاغرانج (9-6) ينتج:

$$\sum_{j=1}^{N} m_{ij}\, \ddot{u}_j + \sum_{j=1}^{N} k_{ij}\, u_j = p_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N \qquad (9\text{-}21)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة على الشكل المصفوفي المألوف التالي:

$$m\, \ddot{u} + k\, u = p \qquad (9\text{-}22)$$

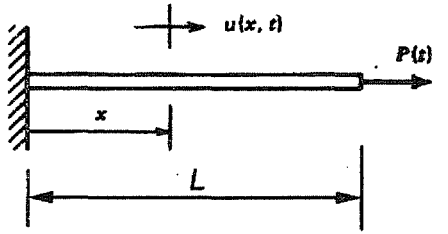
يمكن تلخيص الخطوات اللازم اتباعها لاشتقاق معادلات الحركة وفقاً لطريقة الأنماط المفروضة بما يلي:

- اختر (N) تابعاً مسموحاً $\psi_i(x)$.
- حدد ثوابت مصفوفة الصلابة باستخدام العلاقة (9-12).
- حدد ثوابت مصفوفة الكتلة باستخدام العلاقة (9-16).
- حدد القوى المعمّمة الناتجة عن القوى المطبّقة باستخدام العلاقة (9-20).
- شكّل معادلات الحركة باستخدام العلاقة (9-22).

سنوضّح هذه الخطوات من خلال الأمثلة التالية:

مثال (9-7)

استخدم طريقة النمط المفروض لاشتقاق نموذج رياضي ذي درجتي حرية للاهتزاز المحوري للجائز الظفري المنتظم المبين أدناه:



الحـــل:

- اختر تابعي الشكل $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ بحيث يحققا الشرط الهندسي المحيطي التالي:

$$u(0,t)=0 \qquad (1)$$

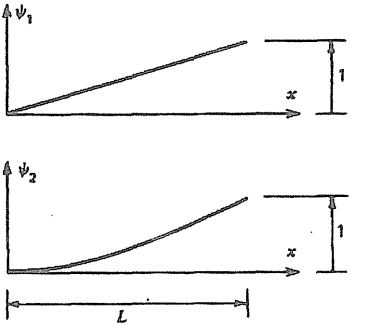
إذاً تابعيّ الشكل يجب أن يحققا:

$$\psi_1(0)=\psi_2(0)=0 \qquad (2)$$

لنختر كثيري الحدود التاليين المستقلين خطياً كتابعي شكل:

$$\psi_1(x)=\frac{x}{L} \quad , \quad \psi_2(x)=\left(\frac{x}{L}\right)^2 \tag{3a,b}$$

من المفيد (وليس من الضروري) أن يكون التابعان المختاران لابعديين.



- احسب ثوابت مصفوفة الصلابة k_{ij} بتطبيق العلاقة (9-12):

$$\psi_1'=\frac{1}{L} \quad , \quad \psi_2'=\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{x}{L}\right) \tag{4a,b}$$

$$k_{11}=\int_o^L EA\,(\psi_1')^2\,dx=\frac{EA}{L} \tag{5a}$$

$$k_{12}=k_{21}=\frac{EA}{L} \quad , \quad k_{22}=\frac{4\,EA}{3L} \tag{5b,c}$$

- احسب ثوابت مصفوفة الكتل m_{ij} بتطبيق العلاقة (9-16)

$$m_{11}=\int_o^L \rho\,A\,(\psi_1)^2\,dx=\frac{\rho\,AL}{3} \tag{6a}$$

$$m_{12}=m_{21}=\frac{\rho\,AL}{4} \quad , \quad m_{22}=\frac{\rho\,AL}{5} \tag{6b,c}$$

- احسب القوتين المعمّمتين p_1 , p_2 :

كي نحدد القوتين المعمّمتين المقابلتين للقوة المركّزة في نهاية الظفر لابد من العودة إلى معادلة العمل الوهمي التي يمكن أن تُكتَب على النحو التالي:

$$\delta W=p\,\delta\,\mathrm{u}(L,t)=p_1\,\delta\,u_1+p_2\,\delta\,u_2 \tag{7}$$

لكن:

$$\delta \mathrm{u}(L,t) = \psi_1(L)\,\delta u_1 + \psi_2(L)\,\delta u_2 \qquad (8)$$

نعوض العلاقة (8) في (7) ينتج

$$p_1 = p\,\psi_1(L) = p \qquad (9\text{-a})$$

$$p_2 = p\,\psi_2(L) = p \qquad (9\text{-b})$$

- جمّع معادلات الحركة على الشكل المصفوفي التالي:

$$\rho AL\begin{bmatrix} 1/3 & 1/4 \\ 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{L}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4/3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ p(t) \end{Bmatrix}$$

بنفس الأسلوب يمكن استخدام طريقة النمط المفروض لاشتقاق معادلات الحركة للجمل المرنة الأخرى فمثلاً يمكن أن تُكتب طاقة التشوه المرن للعناصر المنعطفة كما يلي:

$$V = \frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{L}} EI\,(\mathrm{v}'')^2\,dx \qquad (9\text{-}23)$$

حيث تمثل $\mathrm{v}(x,t)$ الانتقال المتعامد مع المحور السليم كما هو مبين في الشكل (9-1) كما أن الطاقة الحركية للجملة يمكن أن تُكتب كما يلي:

$$T = \frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{L}} \rho A\,(\dot{\mathrm{v}})^2\,dx \qquad (9\text{-}24)$$

تقود العلاقتان (9-23,24) إلى التعبيرين التاليين لثوابت مصفوفتي الصلابة والكتل على الترتيب.

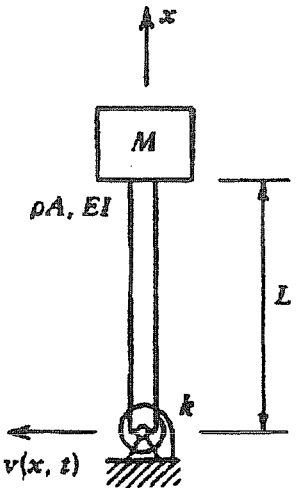
$$k_{ij} = \int_o^L EI\,\psi_i''(x)\,\psi_j''(x)\,dx \qquad (9\text{-}25)$$

$$m_{ij} = \int_o^L \rho A\,\psi_i(x)\,\psi_j(x)\,dx \qquad (9\text{-}26)$$

وتعطى القوة المعمّمة الناتجة عن القوة الموزعة $p(x,t)$ المبينة في الشكل (9-1) بالعلاقة التالية:

$$p_i = \int_0^L p(x,t)\Psi_i(x)dx \qquad (9\text{-}27)$$

مثال (9-8)



تم نمذجة منصة بحرية لاستخراج النفط كجائز منتظم مرن طوله (L) مع كتلة قدرها (M) مركّزة في أعلاه ونابض دوراني مثبّت في أسفله ثابتة (k). استخدم طريقة النمط المفروض لاشتقاق نموذج رياضي للجائز ذي درجتين حرية فارضاً أن دوران الجائز صغير عند $x = 0$

الحـــل:

- اختر تابعي الشكل $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ بحيث يتم تحقيق الشرط الهندسي المحيطي التالي:

$$v(0,t) = 0 \qquad (1)$$

وبالتالي فإن تابعي الشكل يجب أن يحققا:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) = 0 \qquad (2)$$

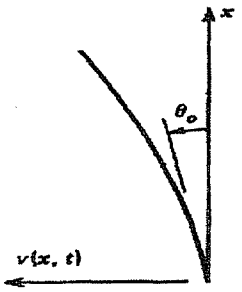
إن أبسط تابعي شكل يحققان العلاقة (2) هما كثيري الحدود التاليين:

$$\psi_1(x) = \frac{x}{L} \quad , \quad \psi_2(x) = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \qquad (3a,b)$$

- احسب ثوابت مصفوفة الصلابة k_{ij}

عندما يتشوه الجائز كما هو مبين في الشكل أدناه فإن الطاقة الكامنة تُختَزن في الجائز وفي النابض وبالتالي فإن الطاقة الكامنة تُكتَب على النحو التالي:

$$V = \frac{1}{2}\int_0^L EI(\mathrm{v}'')^2 dx + \frac{1}{2}k\theta_0^2 \qquad (4)$$



من أجل دوران صغير في القاعدة يمكن أن نكتب θ_o على النحو التالي:

$$\theta_0 = \mathrm{v}'(0,t) = \sum_{i=1}^{N} \psi_i'(0) q_i(t) \qquad (5)$$

نعوض العلاقة (5) في العلاقة (4) ينتج:

$$k_{ij} = \int_o^L EI\, \psi_i'' \psi_j''\, dx + k\, \psi_i'(0)\, \psi_j'(0) \qquad (6)$$

من العلاقتين (3) نكتب:

$$\psi_1' = \frac{1}{L}\ ,\ \ \psi_1'' = 0 \qquad (7a)$$

$$\psi_2' = \frac{2}{L}\left(\frac{x}{L}\right)\ ,\ \ \psi_2'' = \frac{2}{L^2} \qquad (7b)$$

نعوض العلاقتين (7) في العلاقة (6) ينتج:

$$k_{11} = 0 + k\left(\frac{1}{L}\right)\left(\frac{1}{L}\right) = \frac{k}{L^2} \qquad (8a)$$

$$k_{12} = k_{21} = 0 + 0 = 0 \qquad (8b)$$

$$k_{22} = \frac{4EI}{L^3} + 0 = \frac{4EI}{L^3} \qquad (8c)$$

- احسب ثوابت مصفوفة الكتل:

يجب تعديل علاقة القدرة الحركية (9-24) بسبب وجود الكتل M المركزة في رأس الجائز وبالتالي يجب تعديل العلاقة (9-26) لتصبح:

$$m_{ij} = \int_o^L \rho A \psi_i \psi_j \, dx + M\psi_i(L)\psi_j(L) \qquad (9)$$

نعوض التابعين (3) في هذه العلاقة فينتج:

$$m_{11} = \rho A \int_o^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx + M(1)(1) = \frac{\rho AL}{3} + M \qquad (10a)$$

وبالمثل ينتج:

$$m_{12} = m_{21} = \frac{\rho AL}{4} + M \quad , \quad m_{22} = \frac{\rho AL}{5} + M \qquad (10b,c)$$

- جمّع معادلات الحركة معتبراً أن القوى المطبّقة الخارجية معدومة أي $p_1 = p_2 = 0$ ينتج:

$$\begin{bmatrix} \left(M + \frac{\rho AL}{3}\right) & \left(M + \frac{\rho AL}{4}\right) \\ \left(M + \frac{\rho AL}{4}\right) & \left(M + \frac{\rho AL}{5}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{k}{L^2}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{4EI}{L^3}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

في بعض الحالات كتلك المبينة في المثال السابق يتعرض العنصر الإنشائي لقوة محورية (بسبب وزن الكتلة M) وبالتالي يكون لهذه القوة تأثيراً على صلابة العنصر. تُعطى ثوابت مصفوفة الصلابة الهندسية لنموذج ذي N درجة حرية بالعلاقة التالية:

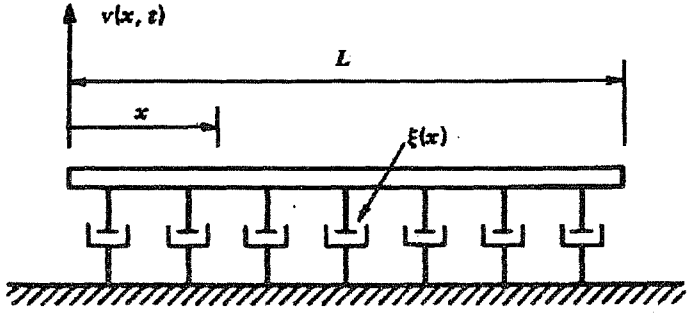
$$k_{Gij} = \int_o^L N(x)\psi_i'(x)\psi_j'(x)\,dx \qquad (9\text{-}28)$$

حيث $N(x)$ القوة المحورية المطبقة على العنصر.

مثال (9-9)

تم نمذجة تأثير تخميد التربة على الحركة الشاقولية لأساس بشكل موزع وبحيث يكون متناسباً طرداً مع السرعة المطبّقة على الأساس أي:

$$p(x,t) = -\xi(x)\,\dot{v}(x,t)$$



حيث يمثل $\xi(x)$ ثابت التخميد الموزّع. حدد تعبيراً رياضياً للقوة المعمّمة p_i الناتجة عن التخميد.

الحـــل:

يمكن استخدام العلاقة (9-27) مباشرةً لتحديد المطلوب أي:

$$p_i = \int_o^L p(x,t)\psi_i(x)\,dx$$

$$= \int_o^L \left[-\xi(x)\sum_{j=1}^{N} \psi_j(x)\,\dot{v}_j(t)\right]\psi_i(x)\,dx$$

$$\boxed{p_i = -\sum_{j=1}^{N} \dot{v}_j\left[\int_o^L \xi(x)\psi_i(x)\psi_j(x)\,dx\right]}$$

عندما تتأثر الجملة بتخميد لزج كما في المثال السابق يمكن أن نكتب القوة المعمّمة الناتجة عن ذلك كما يلي:

$$p_i = -\sum_{j=1}^{N} c_{ij}\, \dot{v}_j$$

ونظراً لكون هذه القوى مجهولة لاعتمادها على السرع لذا نضعها على الطرف الأيسر من معادلة الحركة (9-21) وبالتالي تصبح معادلة الحركة كما يلي:

$$\boldsymbol{m}\,\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{c}\,\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{k}\,\boldsymbol{q} = \boldsymbol{Q} \qquad (9\text{-}29)$$

تسمى المصفوفة c بمصفوفة التخميد.

الفصل العاشر

تقدير مصفوفات الخصائص الإنشائية

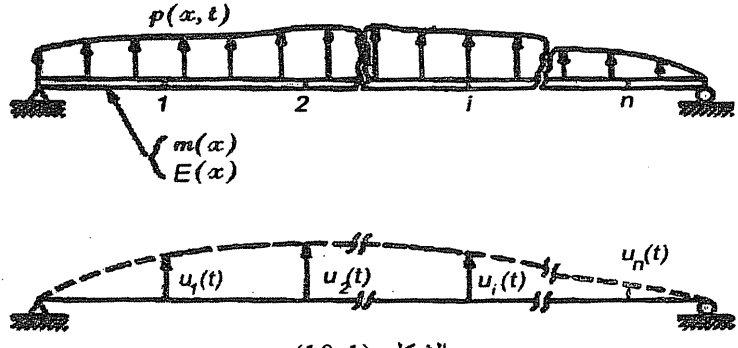
Evaluation of Structural-Property Matrices

10-1 اختيار درجات الحرية:

لقد رأينا في الفصل السابق أنه إذا كان للمنشأ أكثر من نمط للانتقال والتشوه فإن النموذج وحيد درجة الحرية يعطي حلاً تقريبياً للتصرف الحقيقي للمنشأ وعليه لا يمكن وصف التصرف الديناميكي بدقة من خلال نموذج ذي درجة حرية واحدة فلا بد من استخدام نماذج متعددة درجات الحرية. يمكن أن تمثل القيم العظمى لانتقالات نقاط محددة في المنشأ درجات حريته أو يمكن أن تلعب الإحداثيات المعممة الممثلة للقيم العظمى لأنماط الانتقال هذا الدور أيضاً. وسنتناول في هذا الفصل الجمل ذات الثوابت المجمعة و الجمل الممثلة بطريقة العناصر المحدودة.

10-2 شروط التوازن الديناميكي

لنأخذ الجائز المبين في الشكل (10-1) وسنفرض أن حركته يمكن تحديدها بتحديد الانتقالات في مجموعة من نقاطه : $u_n(t), \ldots\ldots\ldots, u_2(t), u_1(t)$



الشكل (10-1)

تكتب معادلات توازن الجائز باستخدام القوى الموافقة لكل انتقال (درجة حرية)، حيث تؤثر في كل نقطة مثل (i) أربعة أنواع من القوى و هي القوة المطبقة الخارجية $p_i(t)$ وقوة العطالة f_{Ii} وقوة التخميد f_{Di} وقوة المرونة f_{Si} . إذاً يمكن أن يُكتَب التوازن الديناميكي عند كل نقطة من النقاط كما يلي:

$$\begin{aligned} f_{I1} + f_{D1} + f_{S1} &= p_1(t) \\ f_{I2} + f_{D2} + f_{S2} &= p_2(t) \\ f_{I3} + f_{D3} + f_{S3} &= p_3(t) \end{aligned} \qquad (10\text{-}1a)$$

يمكن كتابة هذه المعادلات على الشكل المصفوفي التالي:

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \qquad (10\text{-}1b)$$

يمكن كتابة كل قوة من قوى الممانعة بدلالة مجموعة من عوامل التأثير. فمثلاً تُكتَب مركبات قوة المرونة الناتجة في النقطة (1) والتي تعتمد على الانتقالات الناتجة في كل نقاط المنشأ على النحو التالي:

$$f_{S1} = k_{11}u_1 + k_{12}u_2 + k_{13}u_3 + \ldots\ldots\ldots + k_{1n}u_n \qquad (10\text{-}2)$$

يسمى k_{ij} بمعامل تأثير الصلابة و يُعرَّف على أنه القوة الناتجة في النقطة (i) نتيجة تطبيق واحدة الانتقال في النقطة (j).

يمكن كتابة كل العلاقات المشابهة للعلاقة (10-2) في المنشأ على الشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ . \\ f_{Si} \\ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & . & . & k_{1j} & . \\ k_{21} & k_{22} & . & . & k_{2j} & . \\ . & . & . & . & . & . \\ k_{i1} & k_{i2} & . & . & k_{ij} & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ u_j \\ \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}3a)$$

أو:

$$f_s = k\,u \qquad (10\text{-}3b)$$

تسمى k مصفوفة الصلابة.

سنعتبر أن التخميد من النوع اللزج لذا يمكن كتابة قوى التخميد بشكل مشابه للعلاقات (10-3a) أي

$$\begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ . \\ f_{Di} \\ . \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & . & . & c_{1j} & . \\ c_{21} & c_{22} & . & . & c_{2j} & . \\ . & . & . & . & . & . \\ c_{i1} & c_{i2} & . & . & c_{ij} & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ . \\ \dot{u}_j \\ . \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}4a)$$

أو:

$$f_D = c\,\dot{u} \qquad (10\text{-}4b)$$

حيث:

$\dot{u}_i$ هو المشتق الأول بالنسبة للزمن (أو السرعة) للإحداثي الانتقالي u_i

c مصفوفة التخميد

c_{ij} معامل تأثير التخميد ويعرف بأنه قوة التخميد في النقطة (i) نتيجة تطبيق واحدة السرعة في النقطة (j)

وبشكل مشابه أيضاً يمكن كتابة قوى العطالة كما يلي:

$$\begin{Bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ . \\ f_{Ii} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & . & . & m_{1j} & . \\ m_{21} & m_{22} & . & . & m_{2j} & . \\ . & . & . & . & . & . \\ m_{i1} & m_{i2} & . & . & m_{ij} & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_j \\ \vdots \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}5a)$$

أو:

$$f_I = m\,\ddot{u} \qquad (10\text{-}5\text{-}b)$$

حيث:

m مصفوفة الكتل.

$\ddot{u}_j$ المشتق الثاني بالنسبة للزمن (او التسارع) للإحداثي الإنتقالي u_j

m_{ij} معامل تأثير الكتلة و يعرف بأنه قوة العطالة في النقطة i نتيجة تطبيق واحدة التسارع في النقطة j

نعوض العلاقات (10-3) ، (10-4) ، (10-5) في المعادلة (10-1b) فينتج معادلة الجملة متعددة درجات الحرية التالية:

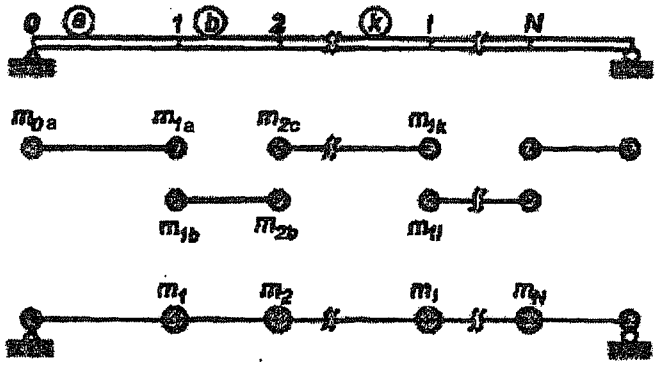
$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = p(t) \qquad (10\text{-}6)$$

10-3 تحديد قوى العطالة (مصفوفة الكتل):

يعتمد تحديد قوى العطالة على الطريقة التي يتم بها تمثيل كتلة المنشأ فإما أن يتم تجميعها في أطراف العناصر أو اعتبارها موزعة على طول العناصر.

10-3-1 الكتل مجمعة Lumped mass

إن أسهل نموذج رياضي لتمثيل كتلة عنصر إنشائي هو تجميعها في نهايتيه حيث تكون الانتقالات معرفة. ولتحديد الكتلة المجمعة في كل نقطة لا بد من تقسيم المنشأ إلى مجموعة من العناصر ترتبط ببعضها بعقد تتركز فيها كتلة المنشأ ويبين الشكل (10-2) جائزاً تم تقسيمه إلى عناصر و تم تجميع كتلة كل عنصر في طرفيه باستخدام طريقة التوازن الساكن و بالتالي فإن الكتلة المجمعة في أي عقدة هي مجموع الكتل المجمعة في أطراف العناصر التي تشترك في تلك العقدة.



الشكل (10-2)

فمن أجل الجائز المبين بالشكل (10-2) تكتب مصفوفة الكتل على النحو التالي:

$$m = \begin{bmatrix} m_1 & o & . & . & . & o \\ o & m_2 & . & . & . & . \\ o & . & . & . & m_i & o \\ o & . & . & . & . & m_n \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}7)$$

حيث: $m_i = m_{ia} + m_{ib}$

n هي عدد درجات الحرية الانتقالية

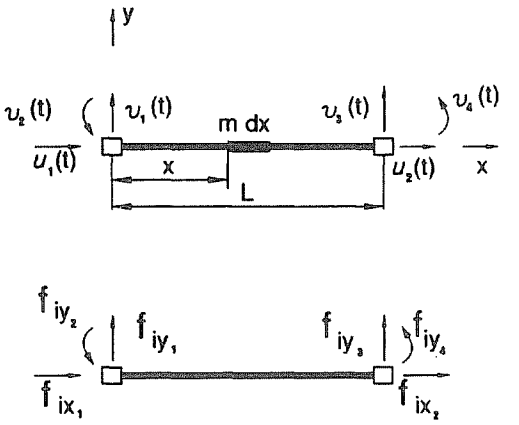
إن الحدود غير القطرية في المصفوفة m معدومة لأن تسارع أي كتلة نقطية ينتج قوى عطالة في تلك النقطة فقط.

إذا كان للعقدة أكثر من درجة حرية انتقالية فإن الكتلة النقطية ستترافق مع كل درجات الحرية الانتقالية للعقدة. و من جهة أخرى إذا كان للعقدة درجة حرية دورانية فستكون الكتلة المرافقة لدرجة الحرية هذه مساوية للصفر.

نظراً لاعتبارنا أن الكتلة مركزة في نقطة ليس لها عطالة دورانية إذاً ستحتوي مصفوفة الكتل المجمعة على عناصر معدومة على القطر تترافق مع درجات الحرية الدورانية.

10-3-2 الكتل موزعة Consistent mass

سنستخدم طريقة العناصر المحدودة لتحديد كتلة عنصر إنشائي كالمبين في الشكل (10-3a).



الشكل (10-3)

يمكن كتابة الشكل المتشوه للعنصر بدلالة درجات حرية العقد في نهايتيه كما يلي:

$$u(x,t)=\left[\,\overline{N}_1(x)\ ,\ \overline{N}_2(x)\,\right]\begin{Bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}8)$$

$$v(x,t)=\left[\,N_1(x)\ ,\ N_2(x), N_3(x), N_4(x)\right]\begin{Bmatrix}v_1(t)\\v_2(t)\\v_3(t)\\v_4(t)\end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}9)$$

حيث:

$u_1(t), u_2(t), v_1(t).....v_4(t)$ هي درجات حرية العقدتين وهي تابعة للزمن فقط وإن:

$$\left.\begin{aligned}\overline{N}_1(x) &= 1-\frac{x}{l}\\ \overline{N}_2(x) &= \frac{x}{l}\end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}10)$$

$$\left.\begin{aligned}N_1 &= 1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2+2\left(\frac{x}{l}\right)^3\\ N_2 &= x-2l\left(\frac{x}{l}\right)^2+l\left(\frac{x}{l}\right)^3\\ N_3 &= 3\left(\frac{x}{l}\right)^2-2\left(\frac{x}{l}\right)^3\\ N_4 &= -l\left(\frac{x}{l}\right)^2+l\left(\frac{x}{l}\right)^3\end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}11)$$

تسمى $N_i(x), \overline{N}_i(x)$ بتوابع الشكل وهي توابع لـــ x فقط.

كما أن $u(x,t)$ و $v(x,t)$ هما على الترتيب الانتقال الطولي و العرضي لأية نقطة من العنصر.

إذا كانت $m(x)$ كتلة واحدة الطول من العنصر فتكون قوة العطالة العرضية المؤثرة على واحدة الطول تساوي $-m(x)\,\ddot{v}(x,t)$ وقوة العطالة الطولية تساوي $-m(x)\,\ddot{u}(x,t)$ ويكون مجموع عمل قوى العطالة العرضية هو:

$$\begin{aligned}W_{Tr} &= \int_o^L -m(x)\,\ddot{v}(x,t)\,v(x,t)\,dx\\ &= -\int_o^L m(x)\,v^T(x,t)\,\ddot{v}(x,t)\,dx\end{aligned} \qquad (10\text{-}12)$$

نعوض العلاقة (10-9) في العلاقة (10-12) فينتج :

$$W_{Tr} = -\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix} \left[\int_o^L m(x) \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ \ddot{v}_4 \end{Bmatrix} dx$$

$$= -\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \left(m_{ij}\right)_{Tr} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ \ddot{v}_4 \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}13)$$

حيث: $[\left(m_{ij}\right)_{Tr}]$ هي مصفوفة الكتل العرضية ويُحسَب كل عنصر منها بالعلاقة التالية:

$$\left(m_{ij}\right)_{Tr} = \int_o^L m(x)\, N_i\, N_j\, dx \qquad (10\text{-}14)$$

يجب أن تقوم قوى العطالة العرضية $f_{Iyi}\ (i = 1, \ldots\ldots, 4)$ بنفس العمل أي:

$$W_{Tr} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{Iy1} \\ f_{Iy2} \\ f_{Iy3} \\ f_{Iy4} \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}15)$$

بمقارنة العلاقة (10-13) بـــ (10-15) ينتج:

$$\begin{Bmatrix} f_{Iy1} \\ f_{Iy2} \\ f_{Iy3} \\ f_{Iy4} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \\ \left(m_{ij}\right)_{Tr} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ \ddot{v}_4 \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}16)$$

بنفس الطريقة يمكن إشتقاق قوى العطالة الطولية وبالتالي مصفوفة الكتل الطولية أي:

$$\begin{bmatrix} f_{Ix1} \\ f_{Ix2} \end{bmatrix} = - \left[\left(m_{ij}\right)_L \right] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}17)$$

حيث:

$[\left(m_{ij}\right)_L]$ هي مصفوفة الكتل الطولية ويُحدَّد كل عنصر منها بالعلاقة التالية:

$$\left(m_{ij}\right)_L = \int_o^L m(x)\, \overline{N}_i\, \overline{N}_j\, dx \qquad (10\text{-}18)$$

بدمج العلاقتين (10-16) و (10-17) مع اعتبار أن العنصر موشوري ثابت المقطع ينتج:

$$\begin{bmatrix} f_{Ix1} \\ f_{Iy1} \\ f_{Iy2} \\ f_{Ix2} \\ f_{Iy3} \\ f_{Iy4} \end{bmatrix} = -\frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^3 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ \ddot{v}_4 \end{Bmatrix} \qquad (10\text{-}19)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة على الشكل المصفوفي التالي:

$$f_I = -m\,\ddot{v} \qquad (10\text{-}20)$$

حيث m هي مصفوفة كتلة العنصر في الإحداثيات المحلية. تسمى هذه المصفوفة بمصفوفة الكتلة المنسجمة لأننا استخدمنا في اشتقاقها نفس توابع الشكل التي تستخدم عادةً في اشتقاق مصفوفة صلابة العنصر.

من أجل كتابة العلاقة (10-20) في جملة إحداثيات عامة لا بد من استخدام بعض عمليات التحويل من الإحداثيات المحلية إلى الإحداثيات العامة ومن ثم تجميع العلاقات الناتجة لكل عناصر المنشأ بنفس الطريقة المتبعة في تشكيل مصفوفة صلابة المنشأ.

10-4 تحديد قوى التخميد

إذا فرضنا أن معامل التخميد في واحدة الطول هو $c(x)$ فيمكن بشكل مشابه للفقرة السابقة استخدام طريقة العناصر المحددة لاستنتاج قوى التخميد لتكتب على النحو التالي:

$$f_D = c\dot{v} \qquad (10\text{-}21)$$

حيث:

$$f_D = \{f_{Dx1}\ f_{Dy1}\ f_{Dy2}\ f_{Dx2}\ f_{Dy3}\ f_{Dy4}\}^T$$
$$\dot{v} = \{\dot{u}_1\ \dot{v}_1\ \dot{v}_2\ \dot{u}_2\ \dot{v}_3\ \dot{v}_4\}^T$$
$$c = [c_{ij}] \qquad (10\text{-}22)$$
$$c_{ij} = \int_o^L c(x) N_i N_j dx$$

10-5 تحديد القوى الخارجية

إذا كان الحمل الديناميكي المؤثر على المنشأ عبارة عن قوى مركزة مطبقة في العقد أي متوافقة مع درجات الحرية فإن شعاع الحمل الديناميكي يكتب مباشرة

ولكن في الحالة العامة تكون الأحمال مطبقة في نقاط أخرى غير العقد وقد تكون هذه الأحمال موزعة بشكل ما، في هذه الحالة هناك طريقتين لتحديد شعاع الحمل الديناميكي في علاقات الحركة هما :

10-5-1 التوازن الساكن

يتم في هذه الحالة إيجاد أحمال العقد المكافئة للأحمال المطبقة بين العقد بتطبيق مبادئ التوازن الساكن وبشكل عملي تحدد قوى العقد باعتبار المنشأ مؤلف من مجموعة من الجوائز المستندة استناداً بسيطاً عند عقدها ومحملة بالقوى الخارجية فتكون ردود الأفعال في مساند هذه الجوائز هي القوى المركزة المكافئة المطبقة على العُقد. كما هو واضح فإن قوى العقد هذه ستكون مترافقة مع درجات الحرية الانتقالية وستكون قوى العقد الدورانية معدومة ما لم يكن هناك عزم خارجي مطبق مباشرة في العقدة .

10-5-2 طريقة العناصر المحدودة

لنعتبر أن حملاً ديناميكياً شدته $p(x,t)$ في واحدة الطول موزعاً على العنصر المبين في الشكل (3-10) والمطلوب هو تحديد أحمال العقد المكافئة لهذا الحمل باستخدام طريقة العناصر المحدودة. بشكل مشابه للفقرات السابقة نساوي بين العمل الذي تقوم به القوى الموزعة والعمل الذي تقوم به قوى العقد المكافئة ينتج:

$$p_i(t) = \int_o^L p(x,t) N_i \, dx$$

حيث $p_i(t)$ هي المركبة (i) من شعاع حمل العقد $\{p_1 \;\; p_2 \;\; p_3 \;\; p_4 \;\; p_5 \;\; p_6\}^T$

N_i هو أحد توابع الشكل المحدد بالعلاقات (10-10) أو (10-11)

تسمى أحمال العقد هذه بالأحمال المنسجمة لأننا استخدمنا في تحديدها نفس توابع الشكل التي استخدمت في تحديد مصفوفة الصلابة.

الفصل الحادي عشر

اهتزاز الجمل متعددة درجات الحرية

Vibration of MDOF Systems

11-1 مقدمـــة

تُكتَب معادلات الحركة لجملة متعددة درجات الحرية غير مخمدة بتعويض $c = 0$ في العلاقة (6-10) على النحو التالي:

$$m\,\ddot{u} + k\,u = p(t) \qquad (11\text{-}1)$$

وفي الحالة العامة تكون المصفوفتان m و k كيفيتين متناظرتين وعناصرهما ثوابت، فإذا كانت المصفوفة m غير قطرية فإن معادلات الحركة تكون مترابطة بواسطة قوى العطالة وبالمثل إذا كانت المصفوفة k غير قطرية فإن معادلات الحركة تكون مترابطة بواسطة قوى المرونة. إذاً بشكل عام تمثل العلاقة (11-1) N معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية مترابطة ولتسهيل حل هذه العلاقة نستخدم التحويل الخطي التالي:

$$u(t) = \Phi\ Y(t) \qquad (11\text{-}2)$$

حيث: $Y_j(t)\ (j = 1, 2..., N)$ هي مجموعة من الإحداثيات المعمّمة تمكّننا من كتابة أي إحداثي $u_i(t)\ (i = 1, 2..., N)$ كمجموع خطي في الاحداثيات $Y_j(t)$.

Φ مصفوفة تحويل مربعة ذات عناصر ثابتة وغير شاذة (لها مقلوب) وسنتناول خصائصها بشكل مفصل لاحقاً.

بتعويض العلاقة (11-2) في العلاقة (11-1) ينتج:

$$m\,\Phi\,\ddot{Y} + k\;\Phi\,Y = p\,(t) \qquad (11\text{-}3)$$

بضرب هذه العلاقة من اليسار بـــ Φ^T ينتج:

$$M\,\ddot{Y} + K\;Y = P\,(t) \qquad (11\text{-}4)$$

حيث:

$$M = \Phi^T\, m\;\Phi \qquad (11\text{-}5a)$$

$$K = \Phi^T\, k\;\Phi \qquad (11\text{-}5b)$$

$$P\,(t) = \Phi^T\, p\,(t) \qquad (11\text{-}6)$$

يقال إن جملة المعادلات (11-4) غير مترابطة عطالياً إذا كانـــت المصـــفوفة M قطرية وكذلك يقال إن جملة المعادلات غير مترابطة مرونياً إذا كانت المصـــفوفة K قطرية.

لكي تكون مصفوفة التحويل Φ ذات قيمة يجب أن تقود إلى مصـــفوفتين K و M قطريتين بآن واحد حيث تصبح مجموعة المعادلات التفاضلية (11-4) غيـــر مترابطة وعندها يمكن كتابة العلاقة (11-4) على النحو التالي:

$$M_j\;\ddot{Y}_j\,(t) + K_j\;Y_j\,(t) = P_j\,(t) \qquad j = 1\,,\,2...,N \qquad (11\text{-}7)$$

حيث: $K_j = K_{jj}\;,\;\; M_j = M_{jj}$

إن المعادلة (11-7) هي معادلة تفاضلية خطية من المرتبة الثانية لها شكل المعادلة التفاضلية الناتجة عن جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة يمكن حلها كمـــا ورد في حالات الجمل وحيدة درجة الحرية.

سوف نرى في الفقرات القادمة كيف نجد المصفوفة Φ التي تحوّل المصفوفتين

K ، M إلى مصفوفتين قطريتين في آن واحد وذلك من خلال حل مسألة القيم الذاتية (eigenvalue) الناتجة عن المصفوفتين K و M.

11-2 تواترات الاهتزاز Vibration frequencies

تكتب معادلات الحركة لجملة متعددة درجات الحرية تهتز بشكل حر بتعويض $p(t)=0$ في العلاقة (11-1) على النحو التالي:

$$m\,\ddot{u}+k\,u=0 \qquad (11\text{-}8)$$

بشكل مشابه للجمل وحيدة درجة الحرية سنفرض أن للاهتزاز الحر طبيعة توافقية وبالتالي يمكن كتابة حل المعادلات (11-8) كما يلي:

$$u=U\,\cos\left(\omega t-\alpha\right) \qquad (11\text{-}9)$$

حيث U شعاع مركباته سعات الحركة.

α فرق الصفحة.

نعوض العلاقة (11-9) في العلاقة (11-8) ينتج مسألة القيم الذاتية التالية:

$$\left[k-\omega^2 m\right]U=0 \qquad (11\text{-}10)$$

حتى يكون لهذه العلاقة حل غير تافه لابد أن يكون معين مصفوفة الأمثال معدوماً أي:

$$\left|\,k-\omega^2 m\,\right|=0 \qquad (11\text{-}11)$$

بنشر هذا المعين ينتج معادلة جبرية من الدرجة N بالنسبة لمربع التواتر $\left(\omega^2\right)$. إن جذور هذه المعادلة $\left(\omega_1^2\,,\,\omega_2^2\,....\,\omega_N^2\right)$ تمثل التواترات المرافقة لـ N نمط اهتزاز ممكنة للجملة، يمكن البرهان أنه عندما تكون مصفوفتا الصلابة والكتل

متناظرتين وموجبتين تحديداً (لهما مقلوب) فإن كل جذور العلاقة (11-11) حقيقية وموجبة.

يرافق كل قيمة ذاتية ω_r^2 شعاعاً ذاتياً أو نمطاً طبيعياً ينتج عن تبديل ω_r^2 في العلاقة (11-10) ويكتب كما يلي:

$$U_r = \{U_1,\ U_2 \ldots .,\ U_N\}_r^T \quad ,\quad r = 1, 2, \ldots, N$$

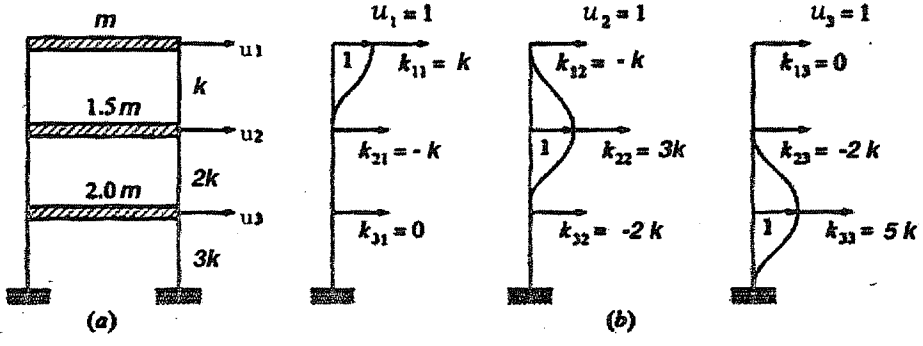
يسمى النمط المرافق لأصغر تواتر بالنمط الأول للاهتزاز (أو الأساسي) ويسمى النمط المرافق للتواتر الأكبر مباشرة بالنمط الثاني وهكذا.

يسمى الشعاع الذي مركباته التواترات مرتبة من الأصغر إلى الأكبر بشعاع التواترات ويمكن كتابته على النحو التالي:

$$\omega = \{\omega_1\ ,\ \omega_2\ \ldots .,\ \omega_N\ \}^T \qquad (11\text{-}12)$$

مثال (11-1)

حدد تواترات الاهتزاز لإطار القص المبين أدناه.



الحـــــل:

يمكن تحديد مصفوفة صلابة هذا الإطار بتطبيق واحدة الانتقال على كل طابق على حدة كما هو مبين في الشكل أعلاه ومن ثم تحديد القوى المتولدة نتيجة لذلك في كل طابق. وبالعودة إلى تعريف الصلابة المبين في الفصل الســـابق تُكتَـــب مصـــفوفة الصلابة بسهولة فينتج:

$$m = m\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix} \qquad k = k\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

ومنه نكتب:

$$k - \omega^2 m = k\begin{bmatrix} (1-B) & -1 & 0 \\ -1 & (3-1.5B) & -2 \\ 0 & -2 & (5-2B) \end{bmatrix} \qquad \text{(a)}$$

حيث: $B = (m/k)\,\omega^2$

تُحدَّد تواترات الاهتزاز بمساواة معين المصفوفة (a) بالصفر وبنشره ينتج:

$$B^3 - 5.5B^2 + 7.5B - 2 = 0 \qquad \text{(b)}$$

بحل هذه المعادلة بإحدى طرق التقريب المتتالي تنتج الجذور التالية:

$$B_1 = 0.351\ , \quad B_2 = 1.61\ , \quad B_3 = 3.54 \qquad \text{(c)}$$

ومنه يمكن إيجاد تواترات الاهتزاز التالية:

$$\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} = \sqrt{k/m}\begin{Bmatrix} 0.592 \\ 1.269 \\ 1.881 \end{Bmatrix} \quad \text{rad}/s \qquad \text{(d)}$$

11-3 أنماط الاهتزاز Vibration modes

كما بينا في الفقرة السابقة أن كل تواتر ω_r يترافق معه نمط للاهتـــزاز U_r إذاً بعد إيجاد تواترات الاهتزاز يمكن كتابة العلاقة (11-10) من أجل تواتر ω_r ونمط اهتزاز U_r على النحو التالي:

$$E_r\, U_r = 0 \qquad (11\text{-}14)$$

حيث:

$$E_r = k - \omega_r^2\, m \qquad (11\text{-}15)$$

يجب الملاحظة أن المصفوفة E_r تعتمد على التواتر ω_r لذا فهي تختلـــف مـــن تواتر لآخر.

باعتبار أن معين المصفوفة E_r معدوماً فإن سعات الاهتزاز U_r غير معينة ولكن يمكن تحديد شكل الجملة المهتزة بحل العلاقة (11-14) بالنسبة لكل السعات بدلالة إحداها، وجرت العادة أن يفرض أول مركبات الشعاع U_r تساوي الواحد وعندها يكتب كمايلي:

$$U_r = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_N \end{Bmatrix}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{Bmatrix}_r = \phi_r \qquad (11\text{-}16)$$

وبالتالي يمكن كتابة العلاقة (11-14) على النحو التالي:

$$\begin{bmatrix} e_{11} & | & e_{12} & . & . & . & e_{1N} \\ - & + & - & - & - & - & - \\ e_{21} & | & e_{22} & . & . & . & e_{2N} \\ . & . & . & . & . & . & . \\ e_{N1} & | & e_{N2} & . & . & . & e_{NN} \end{bmatrix}_r \begin{Bmatrix} 1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{Bmatrix}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (11\text{-}17)$$

حيث تم تجزيء المصفوفة أعلاه طبقاً للمركبات غير المعلومة من الشعاع U_r ويمكن بالتالي كتابة هذه العلاقة على الشكل المختصر التالي:

$$\left[\begin{array}{c|c} e_{11} & E_{10} \\ \hline E_{01} & E_{00} \end{array}\right]_r \left\{\begin{array}{c} 1 \\ \hline \phi_o \end{array}\right\}_r = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \end{array}\right\} \qquad (11\text{-}18)$$

$$(e_{11})_r + E_{10_r}\ \phi_{or} = 0 \qquad (11\text{-}19)$$

$$E_{01_r} + E_{00_r}\ \phi_{or} = 0 \qquad (11\text{-}20)$$

يمكن حل المعادلة (11-20) بالنسبة لـ ϕ_{or} على النحو التالي:

$$\phi_{or} = -E_{00_r}^{-1}\ E_{01_r} \qquad (11\text{-}21)$$

يجب الانتباه إلى أن الشعاع ϕ_{or} الناتج يجب أن يحقق المعادلة الفائضة (11-19).

بمثل هذه الطريقة يُحدَّد شعاع شكل نمط الاهتزاز الموافق لتواتر الاهتزاز ω_r وبالتالي يمكن تجميع هذه الأشعة بمصفوفة الأنماط التالية:

$$\Phi = [\phi_1\ ,\ \phi_2\ ,\ \ldots\ ,\phi_N] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \cdot & \cdot & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdot & \cdot & \phi_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdot & \cdot & \phi_{NN} \end{bmatrix} \qquad (11\text{-}22)$$

يجب التأكيد على أن مربعات التواتر هي القيم الذاتية، وأن أشعة أشكال الأنماط هي الأشعة الذاتية.

مثال (2-11)

حدد أشكال أنماط الاهتزاز (الأشعة الذاتية) لإطار القص الذي تم إيجاد تواتراته في المثال (1-11).

الحـــــل:

بفرض أن المركبة الأولى في كل نمط تساوي الواحد يمكن تطبيق العلاقة (17-11) على هذا الإطار كما يلي:

$$\begin{bmatrix} (1-B) & | & -1 & 0 \\ --- & -- & ------ & ---- \\ -1 & | & (3-1.5\mathrm{B}) & -2 \\ 0 & | & -2 & (5-2\mathrm{B}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -- \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -- \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

فمن أجل النمط (r) يمكن أن نكتب:

$$E_{01r} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad , \quad E_{00r} = \begin{bmatrix} (3-1.5\,B_r) & -2 \\ -2 & (5-2\,B_r) \end{bmatrix}$$

وبالتالي يمكن حساب المركبتين الثانية والثالثة من شعاع النمط (r) كما يلي:

$$\begin{Bmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix}_r = - \begin{bmatrix} (3-1.5\,B_r) & -2 \\ -2 & 5-2\,B_r \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

بتبديل قيم B_1 و B_2 و B_3 التي تم حسابها في المثال (1-11) في العلاقة السابقة تنتج أشعة أشكال الأنماط الموافقة، أي:

النمط الأول: من أجل $B_1 = 0.35$ ينتج:

$$E_{001}^{-1} = \frac{1}{6.68}\begin{bmatrix} 4.3 & 2 \\ 2 & 2.475 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.664 \\ 0.300 \end{Bmatrix}$$

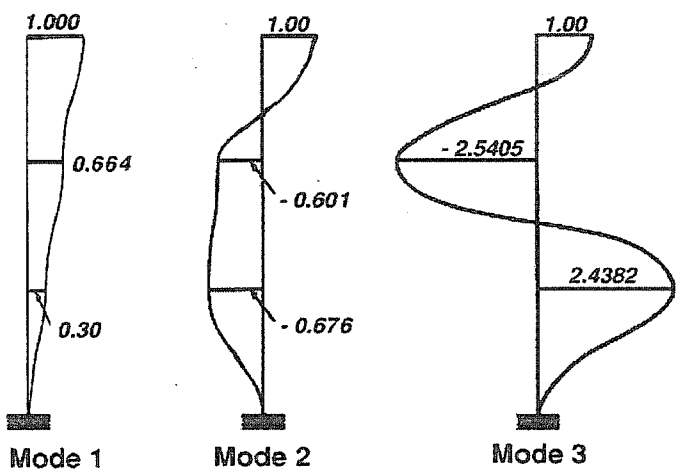
النمط الثاني: من أجل $B_2 = 1.61$ ينتج:

$$E_{002}^{-1} = \frac{1}{2.959}\begin{bmatrix} 1.78 & 2 \\ 2 & 0.585 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.601 \\ -0.676 \end{Bmatrix}$$

النمط الثالث: من أجل $B_3 = 3.54$ ينتج:

$$E_{003}^{-1} = \frac{1}{0.81}\begin{bmatrix} -2.08 & 2 \\ 2 & -2.31 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.57 \\ 2.47 \end{Bmatrix}$$

يبين الشكل أدناه رسماً توضيحياً لأنماط الاهتزاز الثلاث



11-4 التعامد بين أنماط الاهتزاز Orthogonality of mode shapes

إن أهم خاصة لأنماط الاهتزاز هي كونها متعامدة ولشرح هذه الخاصة سنبرهن تعامد شعاعين اختياريين ممثّلين لنمطين مختلفين لاهتزاز منشأ ما مثل ϕ_r و ϕ_s فكل من هذين الشعاعين يحقق العلاقة (11-10) لذا نعوض الشعاع ϕ_r فيها فينتج:

$$k\,\phi_r - \omega_r^2\, m\,\phi_r = 0$$

نضرب هذه العلاقة من اليسار بـ ϕ_s فينتج:

$$\phi_s^T k\,\phi_r - \omega_r^2\,\phi_s^T m\,\phi_r = 0 \qquad (11\text{-}23)$$

وبنفس الطريقة يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$\phi_r^T k\,\phi_s - \omega_s^2\;\phi_r^T m\,\phi_s = 0 \qquad (11\text{-}24)$$

باعتبار أن مصفوفتي الكتل m والصلابة k متناظرتان، لذا يمكن كتابة منقول (Transpose) العلاقة (11-24) على النحو التالي:

$$\phi_s^T k\,\phi_r - \omega_s^2\;\phi_s^T m\,\phi_r = 0 \qquad (11\text{-}25)$$

بطرح العلاقة (11-23) من العلاقة (11-25) ينتج:

$$\left(\omega_r^2 - \omega_s^2\right)\phi_s^T m\,\phi_r = 0 \qquad (11\text{-}26)$$

من أجل نمطين مختلفين للاهتزاز فإن $\omega_r \neq \omega_s$ ولكي تبقى العلاقة (11-26) صحيحة دائماً لابد أن يكون:

$$\phi_s^T m\,\phi_r = 0 \qquad (11\text{-}27)$$

نبدل هذه العلاقة في العلاقة (11-23) ينتج:

$$\phi_s^T k\,\phi_r = 0 \qquad (11\text{-}28)$$

إذاً يقال إن الشعاعين ϕ_r و ϕ_s (الممثلين لنمطي اهتزاز متباينين) متعامدان بالنسبة لكل من مصفوفتي الكتل والصلابة.

11-5 مصفوفتي الصلابة والكتل النمطيتين Modal stiffness and mass matrix

تُكتَب مصفوفة الكتل النمطية على النحو التالي:

$$M = \Phi^T \, m \, \Phi \qquad (11\text{-}29)$$

حيث يُحدَّد أي عنصر فيها وفق العلاقة التالية:

$$M_{ij} = \phi_i^T \, m \, \phi_j \qquad (11\text{-}30)$$

وبأخذ خاصة التعامد المحددة في العلاقة (11-27) بعين الاعتبار ينتج $(M_{ij} = 0)$ عندما $i \neq j$ وبالتالي فإن الموصوفة M قطرية تحدد عناصرها القطرية بالعلاقة التالية:

$$M_r = M_{rr} = \phi_r^T \, m \, \phi_r \qquad (11\text{-}31)$$

بنفس الطريقة تُكتَب مصفوفة الصلابة النمطية على النحو التالي:

$$K = \Phi^T \, k \, \Phi \qquad (11\text{-}32)$$

إن هذه المصفوفة قطرية أيضاً وتُحدَّد عناصر القطر فيها بالعلاقة التالية:

$$K_r = K_{rr} = \phi_r^T \, k \, \phi_r \qquad (11\text{-}33)$$

تُسمّى كل من M_r و K_r بالكتلة والصلابة المعمّمتين على الترتيب المرافقتين لشعاع نمط الاهتزاز ϕ_r.

11-6 الاهتزاز الحر للجمل غير المخمدة Free vibration of undamped MDOFS

باعتبار أن أشكال أنماط الاهتزاز ϕ_r $(r = 1, \ldots N)$ عبارة عن مجموعة من الأشعة المتعامدة والمستقلة خطياً في فضاء الانتقالات الشعاعي ذي الـ N بُعد لذا فهي تشكل أساساً فيه وبالتالي يمكن كتابة أي شعاع يمثل إنتقالات المنشأ كمجموع خطي لأشعة هذا الأساس، أي يمكن كتابة شعاع الانتقال u على النحو التالي:

$$u(t) = \phi_1 \, Y_1(t) + \phi_2 \, Y_2(t) + \ldots\ldots + \phi_N \, Y_N(t) \qquad (11\text{-}34)$$

تسمّى $Y_r(t)$ $(r=1,2,...,N)$ بالإحداثيات المعمّمة وتُحدَّد بشكل مشابه للجمل وحيدة درجة الحرية باستخدام إحدى العلاقتين (11-35) أو (11-36) بفرض أن للاهتزاز طبيعة توافقية

$$Y_r(t) = c_r \cos(\omega_r t - \alpha_r) \qquad (11\text{-}35)$$

أو

$$Y_r(t) = a_r \cos \omega_r t + b_r \sin \omega_r t \qquad (11\text{-}36)$$

تُحدَّد قيم الثوابت $(c_r\ ,\ \alpha_r)$ أو $(a_r\ ,\ b_r)$ بتعويض الشروط الابتدائية للحركة $\boldsymbol{u}(0)$ و $\dot{\boldsymbol{u}}(0)$ في العلاقة (11-34) ومشتقّها بالنسبة للزمن فينتج:

$$\boldsymbol{u}(0) = \phi_1 a_1 + \phi_2 a_2 + ... + \phi_N a_N \qquad (11\text{-}37)$$

$$\dot{\boldsymbol{u}}(0) = \omega_1 \phi_1 b_1 + \omega_2 \phi_2 b_2 + ... + \omega_N \phi_N b_N \qquad (11\text{-}38)$$

لتحديد قيمة ثابت ما a_r نضرب العلاقة (11-37) بـ $\phi_r^T \boldsymbol{m}$ ونستخدم خاصية التعامد ينتج:

$$a_r = \phi_r^T \boldsymbol{m}\, \boldsymbol{u}(0) / M_r \qquad (11\text{-}39)$$

حيث M_r الكتلة المعمّمة المرافقة لنمط الاهتزاز ϕ_r وتُحدَّد بالعلاقة (11-31).

وبنفس الطريقة يُحدَّد أي ثابت b_r من العلاقة (11-38).

$$b_r = \phi_r^T \boldsymbol{m}\, \dot{\boldsymbol{u}}(0) / \omega_r M_r \qquad (11\text{-}40)$$

تمثل العلاقة (11-34) أساساً لطريقة إضافة الأنماط (mode superposition) والتي سوف نأتي عليها لاحقاً.

مثال (3-11)

أوجد الاستجابة الحرة للإطار الذي تم إيجاد أشكال أنماط اهتزازه في المثـــال (11-2) نتيجة الشروط الابتدائية التالية:

$$u(0)=\{1 \quad 0 \quad 0\}^T \quad , \quad \dot{u}(0)=\{0 \quad 0 \quad 0\}^T$$

الحـــــل:

- نحدد مصفوفة الكتل النمطية وفقاً للعلاقات (11-29,30,31) فينتج:

$$M_1 = m\{1 \quad 0.664 \quad 0.3\}\begin{bmatrix}1.0 & 0 & 0\\ 0 & 1.5 & 0\\ 0 & 0 & 2.0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\ 0.664\\ 0.3\end{Bmatrix} = 1.841\,m \qquad (1)$$

$$M_2 = m\{1 \quad -0.601 \quad -0.676\}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1.5 & 0\\ 0 & 0 & 2.0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\ -0.601\\ -0.676\end{Bmatrix} = 2.456\,m \qquad (2)$$

$$M_3 = m\{1 \quad -2.57 \quad 2.47\}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1.5 & 0\\ 0 & 0 & 2.0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\ -2.57\\ 2.47\end{Bmatrix} = 23.109\,m \qquad (3)$$

$$M = m\begin{bmatrix}1.841 & 0 & 0\\ 0 & 2.456 & 0\\ 0 & 0 & 23.109\end{bmatrix} \qquad (4)$$

- يُحدَّد الاهتزاز الحر للجملة بالمعادلة (11-34) وتُحـــدّد الإحـــداثيات المعمّمـــة

بالعلاقة (11-36) مع اعتبار أن كتل الجملة بدأت الحركة دون سرع ابتدائية وعليه فإن الثوابت b_r معدومة وفقاً للعلاقة (11-40). إذاً تُكتَب العلاقة (11-34) كما يلي:

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{Bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\\u_3(t)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}1\\0.664\\0.3\end{Bmatrix}a_1\cos\omega_1 t+\begin{Bmatrix}1\\-0.601\\-0.676\end{Bmatrix}a_2\cos\omega_2 t+\begin{Bmatrix}1\\-2.57\\2.47\end{Bmatrix}a_3\cos\omega_3 t \tag{5}$$

تُحدَّد الثوابت a_r $(r=1,2,3)$ بتطبيق العلاقة (11-39).

$$a_1=\frac{m}{M_1}\begin{Bmatrix}1 & 0.664 & 0.3\end{Bmatrix}\begin{bmatrix}1.0 & 0 & 0\\0 & 1.5 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}=\frac{1}{1.841} \tag{6}$$

$$a_2=\frac{m}{M_2}\begin{Bmatrix}1 & -0.601 & -0.676\end{Bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1.5 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}=\frac{1}{2.456} \tag{7}$$

$$a_3=\frac{m}{M_3}\begin{Bmatrix}1 & -2.57 & 2.47\end{Bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1.5 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}=\frac{1}{23.109} \tag{8}$$

نعوض العلاقات (6) ، (7) ، (8) في العلاقة (5) ينتج:

$$u(t)=\begin{Bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\\u_3(t)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0.543\\0.360\\0.163\end{Bmatrix}\cos\left(0.592\sqrt{k/m}\right)t$$

$$+\begin{Bmatrix}0.407\\-0.245\\-0.275\end{Bmatrix}\cos\left(1.269\sqrt{k/m}\right)t+\begin{Bmatrix}0.0433\\-0.111\\0.107\end{Bmatrix}\cos\left(1.881\sqrt{k/m}\right)t$$

11-7 الاهتزاز القسري للجمل غير المخمدة

لقد بيّنا في الفقرة السابقة أن أشعة أنماط الاهتزاز تشكل أساساً لفضاء الانتقالات الشعاعي وبالتالي يمكن كتابة أي شعاع $u(t)$ يمثل انتقالات المنشأ في هذا الفضاء كعبارة خطية بدلالة أشعة الأساس أي:

$$u(t)=\sum_{r=1}^{N}\phi_r\,Y_r(t) \qquad (11\text{-}41)$$

أو بشكل مصفوفي على النحو التالي:

$$u(t)=\Phi\,Y(t) \qquad (11\text{-}42)$$

حيث Φ هي المصفوفة النمطية والمحددة بالعلاقة (11-22).

وتسمى مركبات الشعاع Y بالإحداثيات المعمّمة وتحدد أي مركبة $Y_i(t)$ بضرب العلاقة (11-41) بـ $\phi_i^T m$ مع استخدام خاصة التعامد بين أنماط الاهتزاز فينتج:

$$Y_i(t)=\phi_i^T\,m\,u(t)/M_i \qquad (11\text{-}43)$$

حيث:

$$M_i=\phi_i^T\,m\,\phi_i \qquad (11\text{-}44)$$

نعوض العلاقة (11-42) في العلاقة (11-1) ينتج:

$$m\Phi\ddot{Y}(t)+k\Phi Y(t)=p(t) \qquad (11\text{-}45)$$

بضرب هذه العلاقة من اليسار بـــ Φ^T ينتج:

$$M\ddot{Y}(t)+KY(t)=P(t) \qquad (11\text{-}46)$$

حيث:

$$M=\Phi^T m\Phi \qquad (11\text{-}47)$$

$$K=\Phi^T k\Phi \qquad (11\text{-}48)$$

$$P(t)=\Phi^T p(t) \qquad (11\text{-}49)$$

تسمى M و K بمصفوفتي الكتل والصلابة النمطيتـــين أو المعمّمتـــين وهمـــا قطريتان ويسمى $P(t)$ بشعاع القوى المعمّمة.

تتألف العلاقة (11-46) من N معادلة تفاضلية خطية غير مترابطة ويمكن كتابـــة أي منها على النحو التالي:

$$M_r\ddot{Y}_r(t)+K_rY_r(t)=P_r(t) \qquad (11\text{-}50a)$$

أو

$$\ddot{Y}_r+\omega_r^2Y_r=P_r/M_r \qquad (11\text{-}50b)$$

حيث:

$$M_r=\phi_r^T m\phi_r \qquad (11\text{-}51a)$$

$$K_r=\phi_r^T k\phi_r \qquad (11\text{-}51b)$$

$$P_r(t)=\phi_r^T p(t) \qquad (11\text{-}51c)$$

ويمكن كتابة تواتر الاهتزاز الموافق للنمط (r) كما يلي:

$$\omega_r^2=K_r/M_r \qquad (11\text{-}51d)$$

إذاً مكّننا استخدام الإحداثيات المعمّمة من تحويل مجموعة معادلات الحركة المترابطة (11-1) إلى مجموعة غير مترابطة (11-46).

لإيجاد $Y_r(t)$ نحلّ المعادلة (11-50) بواسطة تكامل ديوهامل ونضيف إليه الحل المتمّم الذي يعتمد على الشروط الابتدائية للحركة كما ورد في حالة الجمل وحيدة درجة الحرية أي:

$$Y_r(t) = \frac{1}{\omega_r M_r}\int_0^t P_r(\tau)\sin\omega_r(t-\tau)d\tau + a_r\cos\omega_r t + b_r\sin\omega_r t \qquad (11\text{-}52)$$

بعد تحديد جميع الإحداثيات المعمّمة $Y(t)$ $(r=1,2,....N)$ نعوضها في العلاقة (11-41) أو (11-42) فينتج الحل المطلوب. تسمى هذه الطريقة بطريقة إضافة أنماط الاهتزاز.

مثال (11-4)

أوجد استجابة الإطار الذي تم دراسته في الأمثلة (11-1,2,3) تحت تأثير حمل ديناميكي ثابت القدر p_o تم تطبيقه في أعلى الإطار علماً أن الحركة بدأت من شروط الراحة:

الحل:

- شروط بدء الحركة $\boldsymbol{u}(0)=\{0\quad 0\quad 0\}^T$, $\dot{\boldsymbol{u}}(0)=\{0\quad 0\quad 0\}^T$
- القوى الديناميكية المطبقة $\boldsymbol{p}(t)=\{p_o\quad 0\quad 0\}^T$
- من الأمثلة (11-1,2,3) نجد:

$$\omega=\sqrt{k/m}\ \{0.592\quad 1.269\quad 1.881\}^T$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.664 & -0.601 & -2.57 \\ 0.300 & -0.676 & 2.47 \end{bmatrix}$$

$M_1 = 1.841\,m \quad , \quad M_2 = 2.456\,m \quad , \quad M_3 = 23.109\,m$

- تُحدَّد الصلابات المعمّمة المقابلة لـدرجات حريـة الجملـة بتطبيـق العلاقـة (11-51d) كما يلي:

$K_r = \omega_r^2 M_r \quad , \quad K_1 = 0.645\,k \quad , \quad K_2 = 3.955\,k \quad , \quad K_3 = 81.763\,k$

- تُحدَّد القوة المعمّمة المرافقة لأنماط الاهتزاز بتطبيق العلاقة (11-51c)

$P_r = p_o \qquad r = 1, 2, 3$

- بتطبيق العلاقة (11-50a) من أجل كل درجة حرية نجد:

$$1.841\,m\,\ddot{Y}_1(t) + 0.645\,k\,Y_1(t) = p_o \qquad (1)$$

$$2.456\,m\,\ddot{Y}_2(t) + 3.955\,k\,Y_2(t) = p_o \qquad (2)$$

$$23.109\,m\,\ddot{Y}_3(t) + 81.763\,kY_3(t) = p_o \qquad (3)$$

- باعتبار الجملة غير مخمدة وبدأت الاهتزاز من شروط الراحة فإن الحل العـام لأي من المعادلات التفاضلية الثلاث السابقة يُحدَّد بتطبيق العلاقة (6-5). أي:

$$Y_1(t) = \frac{p_o}{0.645\,k}\left[1 - \cos\left(0.592\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right] \qquad (4)$$

$$Y_2(t) = \frac{p_o}{3.955\,k}\left[1 - \cos\left(1.269\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right] \qquad (5)$$

$$Y_3(t) = \frac{p_o}{81.763\,k}\left[1 - \cos\left(1.881\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right] \qquad (6)$$

- لإيجاد معادلات اهتزاز الجملة نبـدل العلاقـات (4), (5), (6) فـي العلاقـة (11-1) ينتج:

$$u(t)=\begin{Bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\\u_3(t)\end{Bmatrix}=\phi_1\,Y_1(t)+\phi_2\,Y_2(t)+\phi_3\,Y_3(t)$$

$$=\frac{p_o}{k}\begin{Bmatrix}1.550\\0.998\\0.465\end{Bmatrix}\left[1-\cos\left(0.592\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right]$$

$$+\frac{p_o}{k}\begin{Bmatrix}0.253\\-0.152\\-0.171\end{Bmatrix}\left[1-\cos\left(1.269\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right]$$

$$+\frac{p_o}{k}\begin{Bmatrix}0.0122\\-0.0314\\0.0302\end{Bmatrix}\left[1-\cos\left(1.881\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t\right]$$

11-8 اهتزاز الجمل المخمدة Vibration of damped MDOF System

لقد بيّنا سابقاً أن معادلات الحركة للجمل المخمدة تُكتَب على النحو التالي:

$$m\ddot{u}+c\dot{u}+k\,u=p(t) \qquad (11\text{-}53)$$

نعوض العلاقة (11-42) الخاصة بالإحداثيات المعمّمة في العلاقة السابقة ومن ثـم نضرب العلاقة الناتجة بـ ϕ_r^T فينتج:

$$\phi_r^T m\Phi\ddot{Y}+\phi_r^T c\Phi\dot{Y}+\phi_r^T k\Phi Y=\phi_r^T p(t) \qquad (11\text{-}54)$$

باستخدام خاصية التعامد بين أشعة أنماط الاهتزاز المبرهن عليها في الفقرتين (11-4,5) نكتب مايلي:

$$\phi_r^T m\,\phi_s = 0 \quad , \quad \phi_r^T k\,\phi_s = 0 \quad , \quad r \neq s$$

$$M_r = \phi_r^T m\,\phi_r \quad , \quad K_r = \phi_r^T k\,\phi_r \quad , \quad r = s$$

سنفرض أن خاصية التعامد تنطبق أيضاً على مصفوفة التخميد أي:

$$\phi_r^T c\,\phi_s = 0 \quad , \quad r \neq s \qquad (11\text{-}55)$$

$$C_r = \phi_r^T c\,\phi_r \quad , \quad r = s \qquad (11\text{-}56)$$

يسمى C_r بالتخميد المعمّم الموافق لنمط الاهتزاز (r)

إذاً باستخدام مفهوم التعامد بين أنماط الاهتزاز تتحول العلاقة (11-53) من مجموعة معادلات تفاضلية مترابطة إلى مجموعة أخرى غير مترابطة مشابهة للعلاقة (11-50):

$$M_r\,\ddot{Y}_r + C_r\,\dot{Y}_r + K_r\,Y_r = P_r(t) \qquad (11\text{-}57a)$$

أو

$$\ddot{Y}_r + 2\zeta_r\,\omega_r\,\dot{Y}_r + \omega_r^2\,Y_r = P_r(t)/M_r \qquad (11\text{-}57b)$$

حيث

$$\omega_r^2 = K_r/M_r \;,\; 2\zeta_r\,\omega_r = C_r/M_r \;,\; P_r(t) = \phi_r^T\,p(t) \qquad (11\text{-}58)$$

تسمى ζ_r بنسبة التخميد المقابلة لنمط الاهتزاز (r).

لقد فرضنا في اشتقاق العلاقات السابقة أن استخدام الإحداثيات المعمّمة فك الترابط بين قوى التخميد في العلاقة (11-53) بنفس الطريقة التي فك الترابط فيها بين قوى المرونة وبين قوى العطالة، وبناءً عليه فإن أشكال أنماط اهتزاز الجملة المخمدة بقيت نفس أشكال أنماط اهتزاز الجملة بدون تخميد، ولهذا لابد من دراسة الشروط

التي يجب أن تحققها مصفوفة التخميد كي يكون فك الترابط بين قوى التخميد ممكناً وفقاً للمنهجية السابقة.

لقد برهن ريلي (Rayleigh) أن استخدام مصفوفة تخميد ناتجة عن جمع نسبة من مصفوفة الكتل ونسبة من مصفوفة الصلابة يحقق الغاية المطلوبة أي:

$$c = \alpha\, m + \beta\, k \qquad (11\text{-}59)$$

حيث β و α ثابتي تناسب اختياريين يُحدَّدان بمعادلتين تنتجان عن فرض نسبتي تخميد ζ_r , ζ_s موافقتين لنمطي اهتزاز (s, r).

نعوض العلاقة (11-59) في العلاقة (11-56) فينتج

$$\begin{aligned} C_r = \phi_r^T (\alpha\, m + \beta\, k)\phi_r &= \alpha \left(\phi_r^T m\, \phi_r\right) + \beta \left(\phi_r^T k\, \phi_r\right) \\ &= \alpha\, M_r + \beta\, K_r \end{aligned} \qquad (11\text{-}60)$$

بقسمة طرفي المعادلة السابقة على M_r ينتج:

$$2\,\zeta_r\,\omega_r = C_r / M_r = \alpha + \beta\,\omega_r^2 \qquad (11\text{-}61)$$

بنفس الطريقة نكتب العلاقة السابقة من أجل نمط الاهتزاز (s) فينتج

$$2\,\zeta_s\,\omega_s = C_s / M_s = \alpha + \beta\,\omega_s^2 \qquad (11\text{-}62)$$

بحلّ العلاقتين (11-61,62) بالنسبة لـ α و β ينتج

$$\alpha = \frac{2\,\omega_r\,\omega_s\,(\zeta_r\,\omega_s - \zeta_s\,\omega_r)}{\omega_s^2 - \omega_r^2} \quad , \quad \beta = \frac{2\,(\zeta_s\,\omega_s - \zeta_r\,\omega_r)}{\omega_s^2 - \omega_r^2} \qquad (11\text{-}63)$$

بعد تحديد α و β تُحدَّد نسبة التخميد الموافقة لأي نمط اهتزاز (i) بتطبيق العلاقة (11-61) كمايلي:

$$\zeta_i = \frac{\alpha + \beta\,\omega_i^2}{2\,\omega_i} \qquad (11\text{-}64)$$

مثال (11-5)

حدد مصفوفة التخميد لإطار القص الذي تم دراسته في الأمثلة (11-1-4) على فرض أن التخميد هو من نوع ريلي وأن نسبة التخميد للنمطين الأول والثاني

$\zeta_1 = \zeta_2 = 5\%$

الحل:

- وجدنا في الأمثلة (11-1-4) مايلي:

$$\omega = \sqrt{k/m}\,\{0.592 \quad 1.269 \quad 1.881\}^T$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 0.664 & -0.601 & -2.57 \\ 0.300 & -0.676 & 2.47 \end{bmatrix}$$

$$M = m\begin{bmatrix} 1.841 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 2.456 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 23.109 \end{bmatrix}, \quad K = k\begin{bmatrix} 0.645 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 3.955 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 81.763 \end{bmatrix}$$

- نحدد β و α بتطبيق العلاقتين (11-63)

$$\alpha = \frac{2(k/m)\,x\,0.592\,x\,1.269\,(0.05\,x\,1.269 - 0.05\,x\,0.592)\sqrt{k/m}}{(k/m)(1.269^2 - 0.592^2)}$$

$$= 0.040368\ \sqrt{k/m}$$

$$\beta = \frac{2(0.05\,x\,1.269 - 0.05\,x\,0.592)\sqrt{k/m}}{(k/m)(1.269^2 - 0.592^2)} = \frac{0.053734}{\sqrt{k/m}}$$

- تُحدَّد مصفوفة التخميد بتطبيق العلاقة (11-59)

$$c = \alpha\, m + \beta\, k = 0.040368\sqrt{k/m}\ \text{x}\ m \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{0.053734}{\sqrt{k/m}}\ \text{x}\ k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$c = \sqrt{km} \begin{bmatrix} 0.094102 & -0.053734 & 0 \\ -0.053734 & 0.221754 & -0.107468 \\ 0 & -0.107468 & 0.349406 \end{bmatrix}$$

- تُحدَّد مصفوفة التخميد النمطية كما يلي:

$$C = \Phi^T\, c\, \Phi = \sqrt{km} \begin{bmatrix} 0.109 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3117 & 0 \\ 0 & 0 & 5.326 \end{bmatrix}$$

- تُحدَّد نسبة التخميد الموافقة لنمط الاهتزاز الثالث بتطبيق العلاقة (11-64)

$$\zeta_3 = \frac{0.040368\sqrt{k/m} + 0.053734\ \text{x}\ 1.881^2\sqrt{k/m}}{2\ \text{x}\ 1.881\sqrt{k/m}} = 0.06127 = 6.127\,\%$$

يُكتَب الحل العام للمعادلة التفاضلية (11-57a) باستخدام تكامل ديوهامل على غرار المعادلة (7-8) كما يلي:

$$Y_r(t) = \frac{1}{M_r\,\omega_{dr}} \int_o^t P_r(\tau)\, e^{-\zeta_r\,\omega_r\,(t-\tau)}\ \text{x}\ \sin\left[\omega_{dr}(t-\tau)\right] d\tau$$
$$+\ e^{-\zeta_r\,\omega_r\,t}\left[Y_{ro}\cos\omega_{dr}\,t + \left(\frac{\dot{Y}_{ro} + \zeta_r\,\omega_r\,Y_{ro}}{\omega_{dr}}\right)\sin\omega_{dr}\,t\right] \qquad (11\text{-}65)$$

حيث تسمى ω_{dr} بالتواتر الدوراني المخمد ويُحدَّد بالعلاقة التالية:

$$\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} \qquad (11\text{-}66)$$

يُحدَّد الثابتان Y_{ro} , $\dot{Y}_{ro}$ باستخدام الشروط الابتدائية للحركة $\boldsymbol{u}(o)$, $\dot{\boldsymbol{u}}(o)$ الذين يُكتَبان باستخدام العلاقة (11-34) كما يلي:

$$\boldsymbol{u}_o = \boldsymbol{u}(o) = \phi_1 Y_1(o) + \phi_2 Y_2(o) + \ldots\ldots\ldots + \phi_N Y_N(o) \qquad (11\text{-}67a)$$

$$\dot{\boldsymbol{u}}_o = \dot{\boldsymbol{u}}(o) = \phi_1 \dot{Y}_1(o) + \phi_2 \dot{Y}_2(o) + \ldots\ldots\ldots + \phi_N \dot{Y}_N(o) \qquad (11\text{-}67b)$$

بضرب هاتين العلاقتين من اليسار بـــ $\phi_r^T \boldsymbol{m}$ وباستخدام خاصية التعامد بين أشعة أنماط الاهتزاز ينتج:

$$Y_{ro} = Y_r(o) = \phi_r^T \boldsymbol{m}\, \boldsymbol{u}_o / M_r \qquad (11\text{-}68a)$$

$$\dot{Y}_{ro} = \dot{Y}_r(o) = \phi_r^T \boldsymbol{m}\, \dot{\boldsymbol{u}}_o / M_r \qquad (11\text{-}68b)$$

البـــاب الثاني

الهندســة الزلزالية

الفصل الثاني عشر

طبيعة الهزة الأرضية

The Nature of Earthquake

12-1 مقدمة

تنتج الهزة الأرضية عن تمزق مفاجئ للقشرة الأرضية مع انتقال كبير لجزء منها فيتحرر جزء هام من طاقة التشوهات الكامنة فيها. ولذلك تعتبر الهزات الأرضية من أهم مصادر الأحمال الديناميكية التي تتعرض لها المنشآت بسبب طاقتها التدميرية الهائلة. وتتعلق درجة أهمية هذه الأحمال بإحتمال حدوث الهزات وبشدتها أو بما يسمى زلزالية المنطقة، ويعتبر إنجاز التصاميم الاقتصادية للمنشآت المقاومة للزلازل تحدياً لأكفاء المهندسين والعلماء، وللقيام بذلك بنجاح لابد أن تتوفر للمهندس المعارف الكافية بعلم الزلازل (Seismology) على الرغم من أن الدراسة التفصيلية للزلازل تقع ضمن اختصاص علم الزلازل يركز علماء الزلازل (Seismologists) على الآثار الشاملة وطويلة الأمد للهزة الأرضية ولهذا يتمحور اهتمامهم على الحركات الأرضية ذات السعات الصغيرة والتي لاتحدث استجابات هامة في المنشآت أما مهندسو الهزات الأرضية (Earthquake Engineers) فيتركز اهتمامهم على الأثار الموضعية للهزات الكبيرة حيث تكون حركة الأرض شديدة إلى الحد الذي تسبب عنده أضراراً كبيرة للمنشآت.

على الرغم من أن اهتمامات مهندسي الزلازل تختلف عن اهتمامات علماء الزلازل فإن هناك مواضيع أساسية في علوم الزلازل تهم مهندسي الزلازل سنتناول بعضها في هذا الفصل.

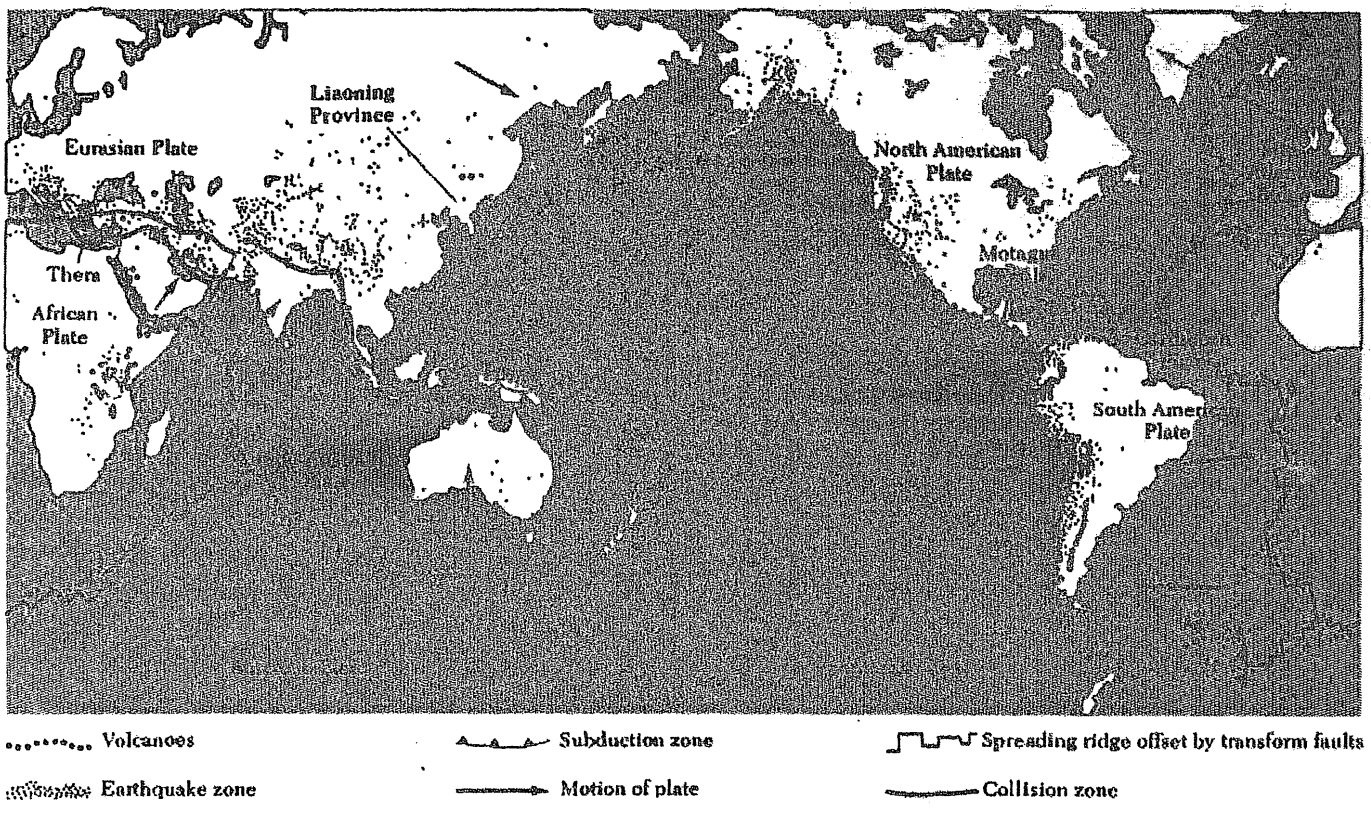
12-2 زلزالية العالم Seismicity of the World

كانت السجلات التاريخية للزلازل التي حدثت في منطقة ما هي المؤشر الرئيسي عن زلزاليتها فمثلاً حفظت سجلات في الصين لأكثر الهزات دماراً خلال ثلاثة آلاف عام ولهذا تتوفر معلومات هامة عن زلزالية الصين وكذلك تتوفر تقارير عن الهزات المدمرة التي حدثت في الشرق الأوسط خلال الألفي سنة الأخيرة لكن هذه التقارير لم تكن مكتملة كتلك المتوفرة عن الصين.

وبشكل عام فإن المعلومات المتوفرة عن زلزالية العالم أقل بكثير بسبب عدم وجود سجلات لأغلب مناطق الكرة الأرضية. ومع انتشار المدنية أخذت المعلومات عن الزلازل بالتزايد ولكن بقيت غيركافية حتى السيتينيات من القرن الماضي. حيث تم تركيب شبكات من محطات تسجيل الزلازل في عدد كبير من أقطار العالم فأصبح ممكننا دراسة الزلازل على مستوى العالم. تم معالجة المعلومات التي سجلت في هذه المحطات ورسمت على خرائط كتلك المبينة في الشكل (12-1) فتبين أن توزع الزلازل ليس منتظماً على سطح الأرض بل يميل للتركيز على طول خطوط معرّفة بشكل جيد تترافق غالباً مع حدود اجزاء من القشرة الأرضية تسمى "الصفائح" .

12-3 الصدوع والأمواج الزلزالية Earthquake Faults and Waves

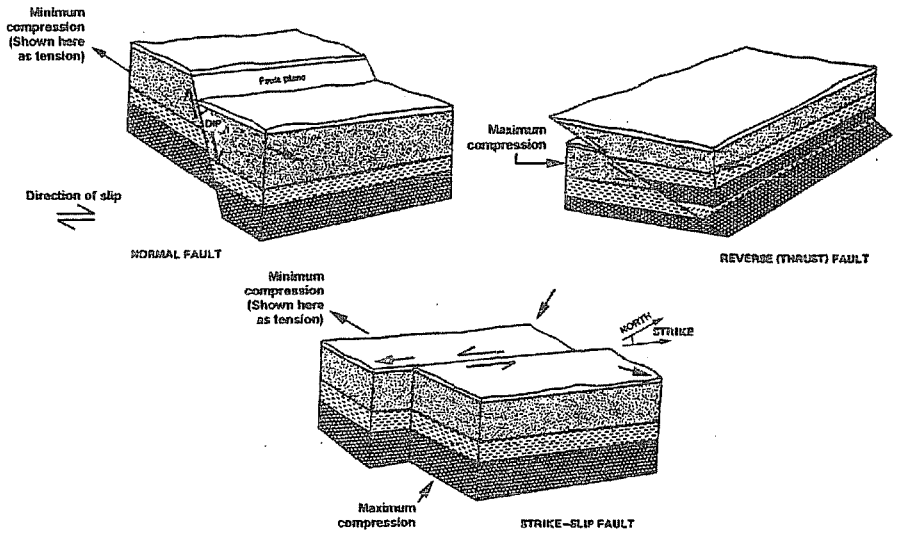
لقد أصبح جلياً من الدراسات الجيولوجية أن الصخور القريبة من سطح الأرض ليست مطلقة الصلابة أو عديمة الحركة كما يبدو للوهلة الأولى و يوجد أدلة قاطعة في العديد من التشكلات الجيولوجية أن الصخور قد خضعت لتشوهات كبيرة جداً عندما دفنت على أعماق معينة. و اتضح أن الصخور تنحني و تنضغط عندما


Liaoning Province
Eurasian Plate
North American Plate
Thera
African Plate
Volcanoes
Subduction zone
Spreading ridge offset by transform faults
Earthquake zone
Motion of plate
Collision zone

الشكل (12-1)

تتعرض لضغط كبير ناتج عن أوزان الطبقات التي تعلوها. و أظهرت الدراسات الجيولوجية أنه حدث في الصخور تمزقات كبيرة (صدوع) نتيجة تعرضها إلى تشوهات فاقت طاقة تشوه المواد المكونه لها. عندما يحدث التمزق تنتج حركة نسبية بين كتلتي الصخور على جانبي سطح التمزق فينتج ما يسمى بالصدع الجيولوجي ويميز اتجاه سطح الصدع كما في الشكل (2-12) بعاملين رئيسين هما:

- اتجاه الصدع (strike) هو الزاوية بين إتجاه الشمال و خط تقاطع سطح الصدع مع سطح الأرض الأفقية .
- ميل الصدع (dip) هي الزاوية التي يصنعها سطح الصدع مع سطح الأرض الأفقي.



الشكل (2-12)

و يمكن تمييز ثلاث أنوع رئيسية من الصدوع طبقاً لحركة الكتلتين الصخريتين على طرفي الصدع .

- صدع انزلاق (strike-slip fault) كما هو مبين في الشكل (2-12) حيث أدت الاجهادات القاصة التي تعرضت لها الصخور إلى انزلاق كتلتي الصخر بالنسبة لبعضها على طول سطح الصدع دون حدوث أي انتقال شاقولي بينهما.
- صدع طبيعي (normal fault) يتميز بانزلاق الصخور الواقعة فوق سطح الصدع إلى الأسفل.
- صدع عكسي (reverse fault) يتميز بانزلاق الصخور الواقعة تحت سطح الصدع إلى الأسفل.

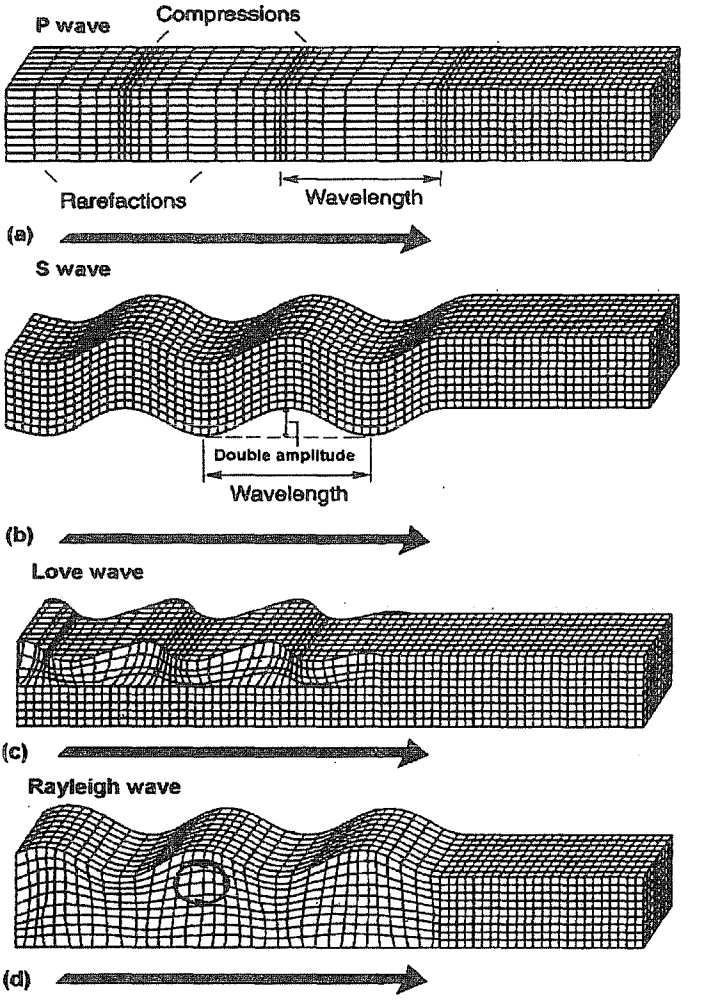
يجب التأكيد أن الصدوع تحدث عندما تصل التشوهات والاجهادات في الصخور إلى حد انهيار المواد المكونة لها فتتحرر فجأة الطاقة الكامنة الناتجة عن تشوهات الصخور التي تنتشر في طبقات الأرض على شكل أمواج اهتزازية مرنة منبثقة من نقطة التمزق . تسمى هذه الأمواج بالهزة الأرضية وتسمى النقطة الواقعة على سطح الصدع والتي بدأ فيها التمزق ببؤرة الزلزال (Focus) وتسمى النقطة على سطح الأرض الواقعة فوق البؤرة مباشرة بالمركز السطحي للزلزال (Epicenter) .

عندما تحدث الهزة الأرضية ينتشر نوعين من الأمواج انطلاقاً من البؤرة :

- أمواج رئيسية أو أمواج P (Primary Waves) حيث تتحرك ذرات المادة بشكل موازي لمنحى انتشار الأمواج مما يؤدي إلى تناوب في التشوهات بين ضغط وشد فتارةً تدفع الصخور وتارةً تسحبها فتشبه إلى حد كبير الأمواج الصوتية التي يمكنها الانتشار في الأجسام الصلبة وفي السوائل .
- أمواج ثانوية أو أمواج S (Secondary Waves) حيث تتحرك ذرات المادة جانبياً أو إلى الأعلى والأسفل بشكل متعامد مع منحى انتشار الأمواج فتؤدي إلى نشوء تشوهات قص في الصخور وعندما تصل إلى سطح الأرض

يمكن أن تنتج حركة شاقولية وأخرى أفقية لاتستطيع هذه الأمواج الانتشـــار في السوائل .تنتشر الأمواج الرئيسيه بسرعة أكبر مـــن الأمـــواج الثانويـــة وبالتالي تصل أولاً إلى أي نقطة معطاة.

ويبين الشكلان (12-3a,b) هذين النوعين من الأمواج.



الشكل (12-3)

وعندما تنتشر طاقة الاهتزاز قريباً من سطح الأرض ينشأ نوعان آخران من الأمواج :

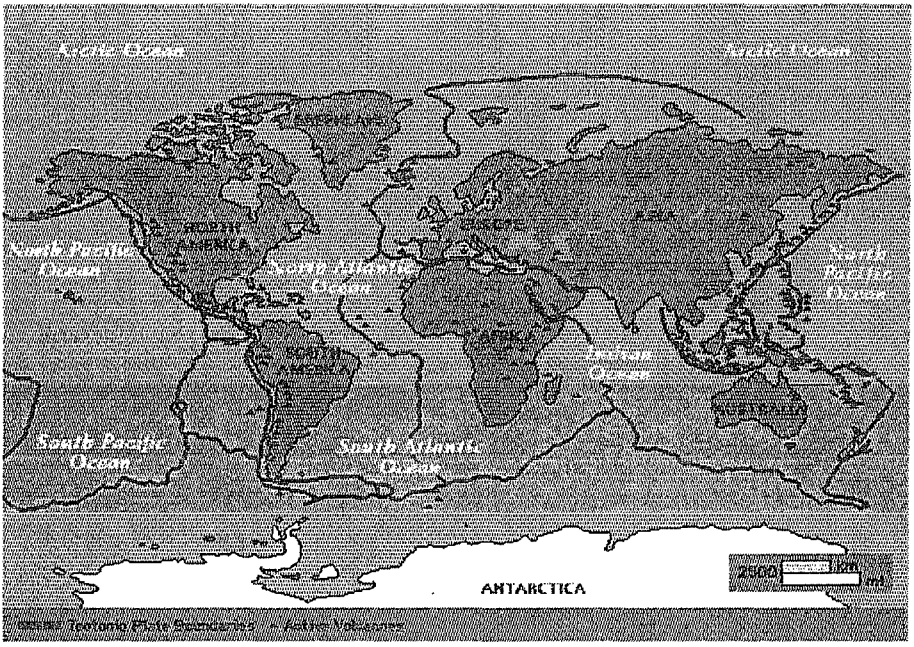
- أمواج ريلي (Rayleigh Waves) و هي تشبه الأمواج الرئيسية أو أمواج P حيث تتحرك ذرات المادة بشكل موازي لمنحى انتشار الأمواج مما يؤدي إلى تناوب في التشوهات بين ضغط وشد فتارةً تدفع الصخور وتارةً تسحبها فتشبه إلى حد كبير الأمواج الصوتية التي يمكنها الانتشار في الأجسام الصلبة وفي السوائل إلا أن سعتها تضمحل مع العمق.
- أمواج لف (Love waves) وهي تشبه الأمواج الثانوية أو أمواج S حيث تتحرك ذرات المادة جانبياً أو إلى الأعلى والأسفل بشكل متعامد مع منحى انتشار الأمواج فتؤدي إلى نشوء تشوهات قص في الصخور وعندما تصل إلى سطح الأرض يمكن أن تنتج حركة شاقولية وأخرى أفقية. لا تستطيع هذه الأمواج الانتشار في السوائل وتضمحل سعتها أيضاً مع العمق.

ويبين الشكلان (12-3c,d) هذين النوعين من الأمواج .

بيّنت الدراسات الجيولوجية أن معظم الهزات الأرضية حدثت نتيجة انزلاقات على طول صدوع جيولوجية موجودة سلفاً ويحدث الانزلاق بسبب حركة الصفائح التكتونية التي تتكون منها القشرة الخارجية للأرض (وحالياً تنقسم القشرة الأرضية إلى سبع صفائح كبيرة ومجموعة من الصفائح الصغيرة كما في الشكل (12-4).

تتحرك هذه الصفائح ببطئ عائمة فوق الطبقات المائعة والضعيفة التي تشكل البنية الداخلية للأرض. عندما تتصادم هذه الصفائح أو تنزلق على بعضها عند سطوح التماس تنشأ إجهادات ضغط في القشرة الأرضية . تزداد هذه الأجهادات ببطئ عبر مئات السنين وعندما تصل إلى طاقة تحمل الصخور تتمزق الصخور (تنهار) وتتحرر التشوهات فتحدث الهزة الأرضية. لقد وضع هذه النظرية لحدوث الزلازل

العالم الامريكي (Harry fielding Reid) عام 1911 وتسمى بنظرية الأرتداد المرن (Elastic Rebound Theory) والتي تنص على مايلي : عندما تكون الصخور معرضة إلى تشوهات كبيرة فتنهار بشكل مفاجئ في نقطة ما (البؤرة) فيحدث شق على طول صدع. وعندما يحدث إنزلاق في الصدع تتحرك القشرة الأرضية فيحدث الزلزال وتتغير التشوهات المحلية في الصخور المحيطة التي تؤدي بدورها إلى انزلاقات إضافية في الصدع أو في صدوع مجاورة والتي تؤدي إلى هزات أخرى تسمى بالارتدادية.



الشكل (12-4)

12-4 مقاييس حجم الزلازل Measures of Earthquakes Size

يهتم مهندسوا الزلازل عادة بالآثار التي تحدثها في المنشآت من إجهادات و تشوهات و مقدار الأضرار الحاصلة. و يعتمد مقدار الضرر بشكل أساسي على

حجم الهزة الأرضية و يوجد عدة مقاييس للتعبير عن حجم الهزة أهمها مقياس ريختر ومقياس ميركالي المعدل.

12-4-1 مقياس ريختر Richter Scale

يعتبر قياس الطاقة المتحررة في بؤرة الزلزال من أهم المقاييس الكمية التي تهم علماء الزلازل ويسمى ذلك بقدر الزلزال (magnitude). وللقيام بذلك وضع ريختر مقياساً لتحديد قدرالزلازل سمي قدر ريختر (M_L Richter Magnitude) وهو بالتعريف اللغوريتم العشري لسعة موجة الزلزال العظمى مقدرة بالمكرون ومسجلة على جهاز وود _أندرسن (Wood – Anderson Seismometer) المركب على بعد 100 km من المركز السطحي للزلزال. يتضح من هذا التعريف أنه عندما يزداد القدر بواحد فإن سعة موجة الهزة تزدادعشرة مرات. لايوجد لقدر الزلزال حد أعلى وحد أدنى ولكن حجم الزلزال محدود بطاقة تحمل صخور القشرة الأرضية فمنذ اعتمد هذا المقياس في عام 1935 قليل من الزلازل كان لها قدر أكبر من 8 وبشكل عام كي ينتج عن الزلزال أضرارهامة في منطقة مركزه السطحي لابد أن يكون قدره أكبر من 5.5 .

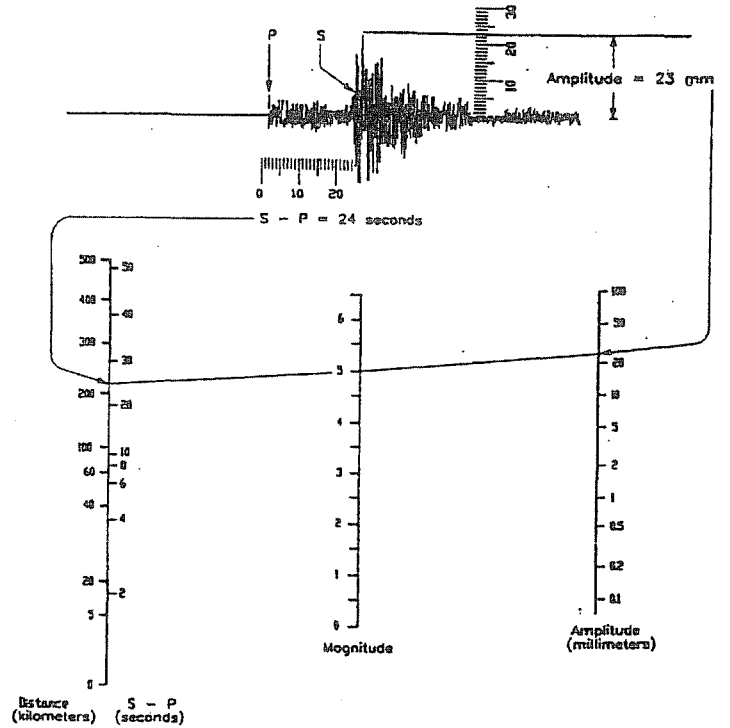
إذا كان جهاز القياس (السيسموميتر) مركباً عند مسافة تختلف عن 100 km فيجب إجراء تحويل كالمبين في الشكل (12-5) يأخذ بالحسبان المسافة من البؤرة إلى السيسموميتر.

تم الربط تجريبياً بين قدر الزلزال (M_L) وطاقة التشوه المرن المتحررة في بؤرته وتم استنتاج العلاقة التالية :

$$\text{Log}E = 11.8 + 1.5M_L$$

حيث E طاقة التشوه المتحررة مقدرة بالأرغ (ergs).

من العلاقة السابقة يتضح أن أي زيادة في القدر بدرجة واحدة يقابلها زيـــادة فـــي الطاقة المتحررة قدرها اثنان وثلاثون مرة.



Procedure for calculating the local magnitude, M_L

1. Measure the distance to the focus using the time interval between the S and the P waves (S − P = 24 seconds).
2. Measure the height of the maximum wave motion on the seismogram (23 millimeters).
3. Place a straight edge between appropriate points on the distance (left) and amplitude (right) scales to obtain magnitude M_L = 5.0.

الشكل (12-5)

12-4-2 مقياس ميركالي المعدل Modified Mercalli Intensity Scale (MM)

يسمى تأثير الزلزال على سطح الأرض بالشدة. ويتألف مقياس الشدة من سلسلة من الاستجابات المحدده مثل: إيقاظ الناس، حركة الأثـــاث، أضـــرار للمـــداخن ....،

وأخيراً دمار شامل. وعليه يقسم هذا المقياس إلى اثنتي عشر درجة بدءاً من اهتزاز غير محسوس وانتهاءً بدمار شامل ويرمز لهذه الدرجات بأرقام رومانية. كما هو واضح ، ليس لهذا المقياس أساس رياضي ولكنه قسم إلى درجات بناءً على الآثار التي يتركها الزلزال على الناس والمنشآت والبيئة . ويبين الجدول التالي وصف مختصر لدرجات الشدة المذكورة سابقاً مع مايقابلها من قدر للزلزال.

القدر Magintnde	الشدة Intensity	الوصف
1.0-3.0	I	- لا يشعر بالهزة أحد إلا بعض الأشخاص في ظروف خاصة مفضلة.
3–3.9	II	- يشعر بالهزة بعض الأشخاص في حالة الراحة وخاصة في الطوابق العليا من البناء.
	III	- يشعر بها أشخاص في المنازل بوضوح خاصة في الطوابق العليا، كثير من الأشخاص لا يميزونها كزلزال، تهتز السيارات الواقفة قليلاً، الاهتزاز يشبه مرور شاحنة.
4-4.9	IV	- يشعر بها الكثيرون في المنازل والبعض خارج المنازل خلال النهار، يستيقظ البعض ليلاً، تضطرب الصحون والنوافذ والابواب وتحدث في الجدران أصوات تشققات، يتم الشعور بها كما لو ان شاحنة صدمت بناءً، تهتز السيارات الواقفة بوضوح.
	V	- يشعر بها كل الناس تقريباً ويستيقظ العديد, تتكسر بعض الصحون والنوافذ, تنقلب الاشياء غير المستقرة, يمكن ان يتوقف نواس الساعات.

- يشعر بها كل الناس , يخاف الكثير ، تتحرك بعض المفروشات الثقيلة، تتساقط طينة الجدران احياناً، تحدث اضرار خفيفة.	VI	5.0-5.9
- تحدث اضرار مهملة في الابنية والمنشآت المصممة جيداً, واضرار طفيفة إلى متوسطة في المنشآت العادية المبنية بشكل جيد، واضرار كبيرة في المنشآت المبنية او المصممة بشكل سيء, تتحطم بعض المداخن.	VII	
- تحدث اضرار طفيفة في المنشآت المصممة بشكل خاص، واضرار كبيرة في الابنية العادية مع انهيارات جزئية، و أضرار هائلة في المنشآت المبنية بشكل سيء، تسقط المداخن والاعمدة والجدران والنصب التذكارية, تتقلب المفروشات الثقيلة.	VIII	6.0-6.9
- تحدث اضرار مهمة في المنشآت المصممة بشكل خاص, تخرج الاطارات المصممة جيداً من مستويها العمودي, تحدث اضرار هائلة في الأبنية القوية مع انهيارات جزئية, تقتلع الابنية من اساساتها.	IX	
- تتهدم بعض الابنية الخشبية المبنية جيداً, تتهدم معظم الابنية الحجرية والابنية الاطارية مع اساساتها, تنحني السكك الحديدية.	X	7.0 فأعلى
- تبقى بعض الابنية واقفة, تتهدم الجسور, تنحني السكك الحديدية بشكل كبير.	XI	
- دمار شامل، تتشوة خطوط الرؤية وتتشوه مناسيب الارض, تتقذف الاجسام في الهواء.	XII	

الفصل الثالث عشر

التحليل الديناميكي للمنشآت تحت تأثير أحمال الهزات الأرضية

13 -1 مقدمـــــة

يعود السبب الرئيسي للأضرار التي تتعرض لها المنشآت أثناء الهزات الأرضية إلى استجابتها لحركة الأرض تحت أساساتها. ولتقييم تصرف المنشآت تحت تأثير هذا النوع من الأحمال لا بد من تطبيق مبادئ ديناميك المنشآت لتحديد الانتقالات والإجهادات التي يتعرض لها المنشأ. وباعتبار أن الأحمال الديناميكية تابع للزمن فإن تصرف المنشأ سيكون تابعاً للزمن أيضاً مما يؤدي إلى مجموعة غير منتهية من الحلول خلال المجال الزمني المدروس، ومن وجهة نظر هندسية فإن القيم العظمى لاستجابة المنشأ هي ذات الأهمية العملية لحالة التصميم.

13-2 استجابة الجمل المرنة وحيدة درجة الحرية للهزات الأرضية

يمثل المنشأ ذو الطابق الواحد المبين في الشكل (13-1a) أبسط المنشآت التي يمكن تحليلها ديناميكياً باستخدام درجة حرية واحدة ممثلة بالانتقال الجانبي عند السطح، ويمكن نمذجة المنشأ كما في الشكل (13-1b) بافتراض أن كتلة المنشأ مركزة عند مستوى السطح الذي يعتبر صلباً وأن التشوهات المحورية في الأعمدة مهملة.

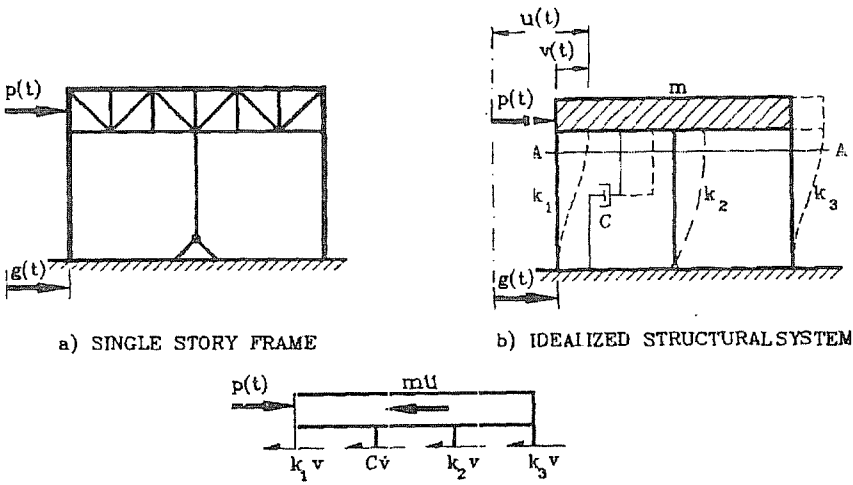
بأخذ معادلة توازن القوى المطبقة على الجسم الطليق المبين في الشكل (13-1c) تنتج معادلة التوازن الديناميكي التالية :

$$f_i + f_d + f_s = p(t) \qquad (13\text{-}1)$$

حيث : $f_i = mii$ تمثل قوة العطالة، $f_d = cv$ تمثل قوة التخميد

$f_S = kv$ تمثل قوة الإرجاع المرن، $p(t)$ تمثل القوة المطبقة

$\ddot{u}$ يمثل التسارع الكلي للكتلة و v و $\dot{v}$ يمثلان انتقال الكتلة وسرعتها بالنسبة للقاعدة.و k و m و c هي الصلابة والكتلة ومعامل التخميد على الترتيب.



a) SINGLE STORY FRAME

b) IDEALIZED STRUCTURAL SYSTEM

c) FREE BODY DIAGRAMS, SECTION A–A

Single-degree-of-freedom system

الشكل (13-1)

بتبديل المعطيات السابقة في المعادلة (13-1) تصبح كما يلي:

$$m\ddot{u} + c\dot{v} + kv = p(t) \qquad (13\text{-}2)$$

يمكن كتابة التسارع الكلي للكتلة بدلالة تسارع القاعدة كما يلي :

$$\ddot{u}(t) = \ddot{g}(t) + \ddot{v}(t) \qquad (13\text{-}3)$$

حيث يمثل $\ddot{v}(t)$ تسارع الكتلة بالنسبة للقاعدة ويمثل $\ddot{g}(t)$ تسارع القاعدة.

عندما يتعرض المنشأ لهزة أرضية فقط فإن $p(t) = 0$ وتصبح المعادلة (13-2) كما يلي :

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p_e(t) \qquad (13\text{-}4)$$

حيث : $p_e(t) = -m\ddot{g}(t)$ تمثل قوة فعالة تابعة للزمن.

باعتبار أن القوة تابع للزمن فستكون الاستجابة تابع للزمن أيضاً وبالتالي يجب أن تتحقق هذه المعادلة في أي لحظة من زمن الاستجابة.

لقد وجدنا في الفقرة (5-6) أنه لإيجاد استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لحمل نبضي قصير الأمد كالمبين في الشكل (13-2) يمكن اعتبار تأثير الحمل النبضي كتغير في سرعة الجملة وذلك من خلال تطبيق مبدأ كمية الحركة الذي ينص على أن الدفع يساوي تغير كمية الحركة وعليه يمكن كتابة المعادلة التالية

$$\dot{v}(t)=\frac{1}{m}\int_0^t p(t)dt \qquad (13\text{-}5)$$

بعد انتهاء فترة تطبيق الحمل ستقوم الجملة بمرحلة اهتزاز حر شروطها الإبتدائية:

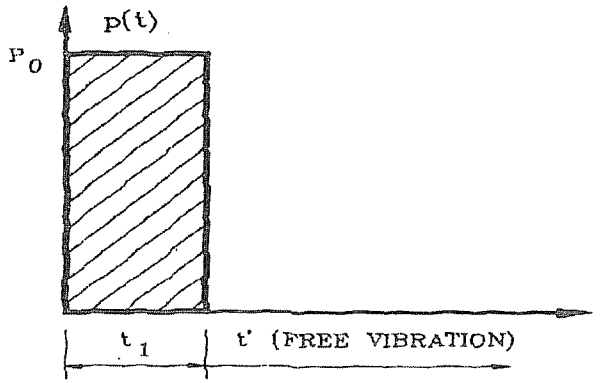
$$\dot{v}(t_1)=\frac{1}{m}\int_0^{t_1} p(t)\,dt \quad ; \quad v(t_1)\cong 0$$

نحصل على معادلة الاهتزاز الحر للجمل غير المخمدة بتعويض هذين الشرطين الإبتدائيين في المعادلة (17-3) فينتج:

$$v(t-t_1)=\frac{1}{m\omega}\left(\int_0^{t_1} p(t)\,dt\right)\sin\omega(t-t_1) \qquad (13\text{-}6)$$

وإذا عوضنا الشرطين الإبتدائيين في المعادلة (33-3) نحصل على معادلة الاهتزاز الحر للجمل المخمدة:

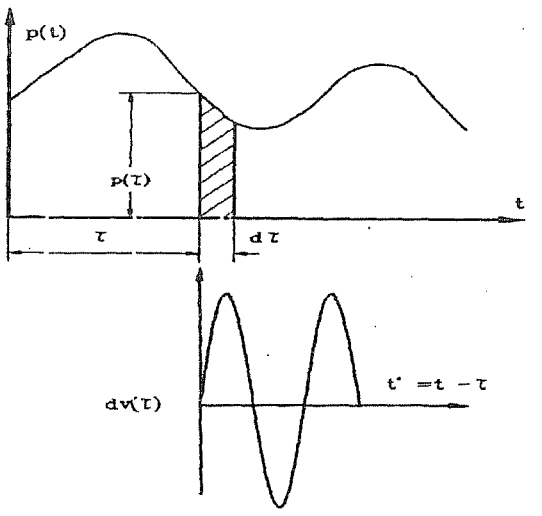
$$v(t-t_1)=\frac{1}{m\omega_d}\left(\int_0^{t_1} p(t)\,dt\right)e^{-\zeta\omega(t-t_1)}\sin\omega_d(t-t_1) \qquad (13\text{-}7)$$



Short duration rectangular impulse.

الشكل (13-2)

كما بينا في الفصل السادس يمكن توسيع الطريقة المذكورة أعلاه لتشمل إيجاد استجابة جملة لتأثير حمل ديناميكيّ عام لأن أي حمل ديناميكي يمكن تمثيله بمجموعة من الأحمال النبضية المتتالية كما هو مبين في الشكل (13-3).



Differential impulse response.

الشكل (13-3)

لنعتبر واحداً من هذه الأحمال النبضية الذي يبدأ عند الزمن τ ويستمر فترة زمنية مقدارها $d\tau$ فيكون الدفع الذي تتعرض له الجملة نتيجة هذا الحمل النبضي $p(\tau)d\tau$ وكما وجدنا سابقا سينتج استجابة تفاضلية قدرها:

$$dv(\tau) = \frac{p(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau}{m\omega} \qquad (13\text{-}8)$$

نحصل على الاستجابة الكاملة للجملة بإضافة الاستجابات التفاضلية الناجمة عن الأحمال النبضية المتعاقبة وعليه ستكتب الاستجابة الكاملة كما في المعادلة التالية:

$$v(t) = \frac{1}{m\omega}\int_0^t p(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau \qquad (13\text{-}9)$$

أما إذا كانت الجملة ذات تخميد فتكون معادلة الاستجابة كما يلي:

$$v(t) = \frac{1}{m\omega_d}\int_0^t p(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau \qquad (13\text{-}10)$$

13-2-1 طريقة السجل الزمني

يمكن الحصول على الاستجابة لحمل الهزة الأرضية مباشرة باستبدال الحمل $p(\tau)$ في المعادلة (13-10) بالحمل الفعال للهزة $p_e(\tau) = m\ddot{g}(\tau)$ فينتج:

$$v(t) = \frac{V(t)}{\omega} \qquad (13\text{-}11)$$

حيث يمثل معامل الاستجابة $V(t)$ السرعة ويعطى بالعلاقة

$$V(t) = \int_0^t \ddot{g}(\tau)\,e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau \qquad (13\text{-}12)$$

يمكن الآن الحصول على انتقال المنشأ في أي لحظة خلال سجل الهزة الأرضية وذلك باستخدام العلاقة (13-12). ومن المفيد التعبير عن القوى التي تتولد في المنشأ خلال الهزة الأرضية بدلالة قوى العطالة. وكما أسلفنا فإن قوة العطالة

تساوي جداء الكتلة بالتسارع الكلي وباستخدام معادلة التوازن الديناميكي (13-2) مع اعتبار القوة الخارجية معدومة ينتج:

$$\ddot{u}(t) = -\frac{c}{m}\dot{v}(t) - \frac{k}{m}v(t) \qquad (13\text{-}13)$$

بإهمال حد التخميد في المعادلة السابقة نظراً لمساهمته الطفيفة في عملية التوازن ينتج:

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 v(t) \qquad (13\text{-}14)$$

وعليه فإن القص القاعدي لمنشأ مؤلف من طابق واحد (يساوي ويعاكس بالجهة قوة العطالة) في أي لحظة من الزمن خلال سجل الهزة الأرضية يعطى بالعلاقة التالية:

$$Q(t) = m\omega^2 v(t) \qquad (13\text{-}15)$$

ويحدد العزم القالب المطبق على قاعدة المنشأ بضرب قوة العطالة بارتفاع المنشأ

$$M(t) = hm\omega^2 v(t) \qquad (13\text{-}16)$$

13-2-2 طريقة أطياف الإستجابة

يتضح مما سبق أن حساب الانتقالات والقوى في كل لحظة من سجل الهزة يتطلب جهوداً كبيرة حتى لأبسط الجمل الإنشائية ولهذا من أجل أغلب المسائل العملية وخاصة ما يتعلق بالتصميم الإنشائي فإن القيم العظمى لعناصر الاستجابة مطلوبة فقط. فالقيمة العظمى للانتقال المحدد بالعلاقة (13-11) يسمى بالانتقال الطيفي Spectral displacement ويعطى بالعلاقة:

$$S_d = v(t)_{\max} \qquad (13\text{-}17)$$

بتعويض هذه العلاقة في العلاقتين (13-15) و (13-16) ينتج العلاقتين المحددتين للقيمة العظمى للقص القاعدي وللعزم القالب

$$Q_{\max} = m\omega^2 S_d \qquad (13\text{-}18)$$

$$M_{\max} = hm\omega^2 S_d \qquad (13\text{-}19)$$

من تفحص العلاقة (13-11) يتبين أنه يمكن الحصول بشكل تقريبي على القيمة العظمى لسرعة الاستجابة بضرب الانتقال الطيفي بالتواتر الزاوي ويسمى هذا المقدار بالسرعة الطيفية الكاذبة Spectral pseudo velocity

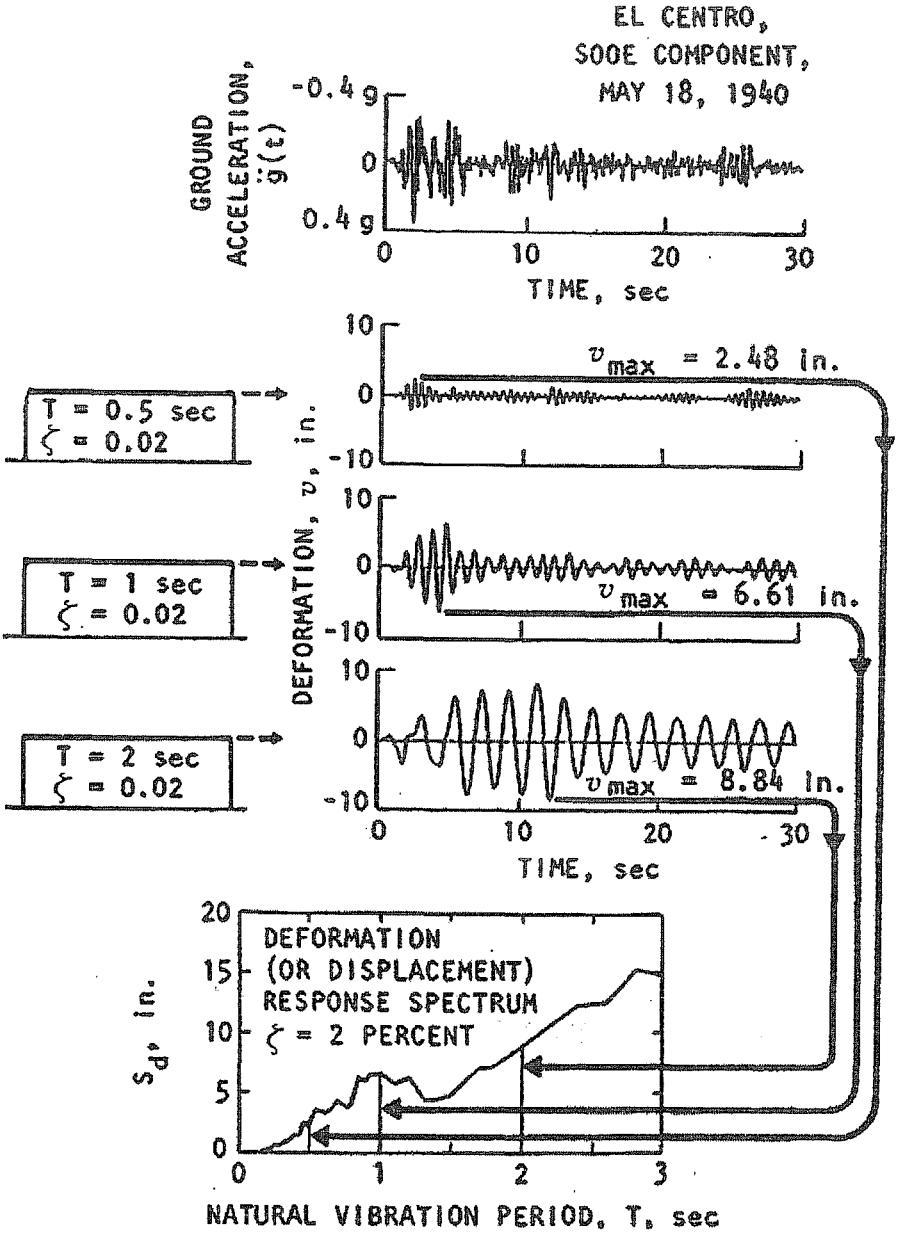
$$S_{pv} = \omega S_d \qquad (13\text{-}20)$$

وكذلك يتبين من العلاقة (13-14) أنه يمكن الحصول على القيمة العظمى للتسارع الكلي بضرب الانتقال بمربع التواتر الزاوي ويسمى هذا المقدار بالتسارع الطيفي الكاذب Spectral pseudo acceleration

$$S_{pa} = \omega^2 S_d \qquad (13\text{-}21)$$

ويسمى المخطط البياني لأي من عناصر الاستجابة الطيفي بدلالة التواتر أو الدور بطيف الاستجابة response spectrum لذلك العنصر. يبين الشكل (13-4) تمثيلاً بيانياً لطيف الانتقال الناجم عن هزة السنترو (Elcentro) التي حدثت في أيار 1940.

ونظراً لأن عناصر الاستجابة الثلاثة ترتبط بدور الاهتزاز أو التواتر الزاوي فمن المفيد أن ترسم أطيافها على مخطط واحد ذي محاور لوغاريتمية. ويبين الشكلين (13-5) و (13-6) أطياف عناصر الاستجابة الثلاث لهزة السنترو مرسومة بدلالة الدور والتواتر الزاوي.


EL CENTRO,
SOOE COMPONENT,
MAY 18, 1940
GROUND ACCELERATION, $\ddot{g}(t)$
-0.4 g
0
0.4 g
0
10
20
30
TIME, sec
T = 0.5 sec
ζ = 0.02
T = 1 sec
ζ = 0.02
T = 2 sec
ζ = 0.02
DEFORMATION, v, in.
10
0
-10
v_{max} = 2.48 in.
v_{max} = 6.61 in.
v_{max} = 8.84 in.
TIME, sec
DEFORMATION
(OR DISPLACEMENT)
RESPONSE SPECTRUM
ζ = 2 PERCENT
S_d, in.
20
15
10
5
0
1
2
3
NATURAL VIBRATION PERIOD, T, sec

(13-4) الشكل

RESPONSE SPECTRUM

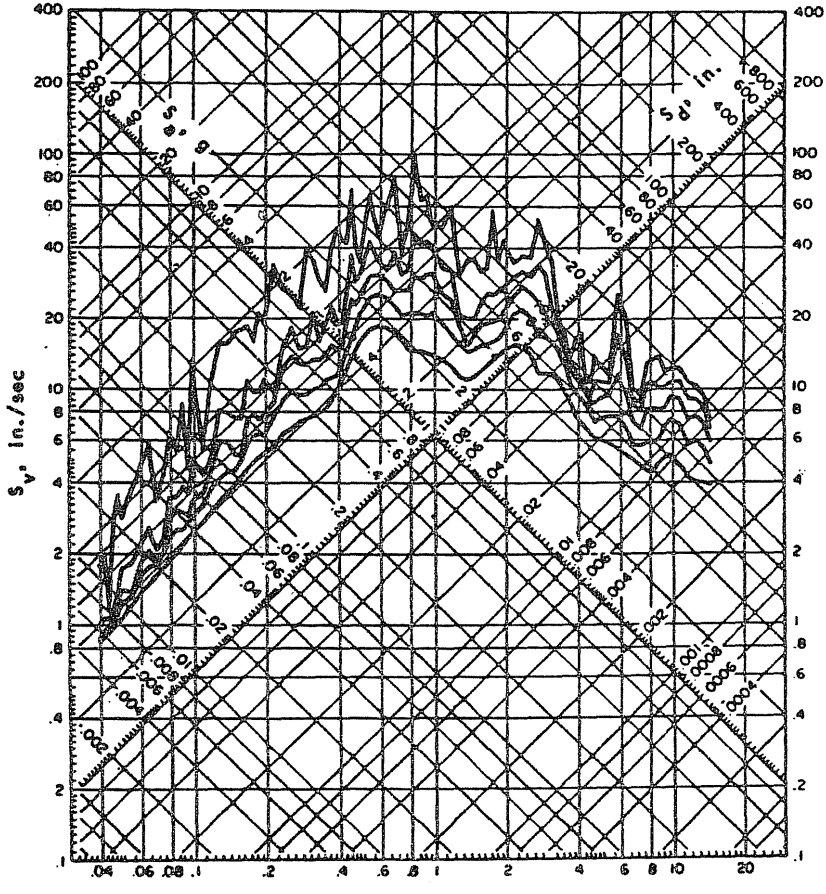
IMPERIAL VALLEY EARTHQUAKE

MAY 18, 1940 — 2037 PST

I I I A 0 0 1 40.001.0 EL CENTRO SITE

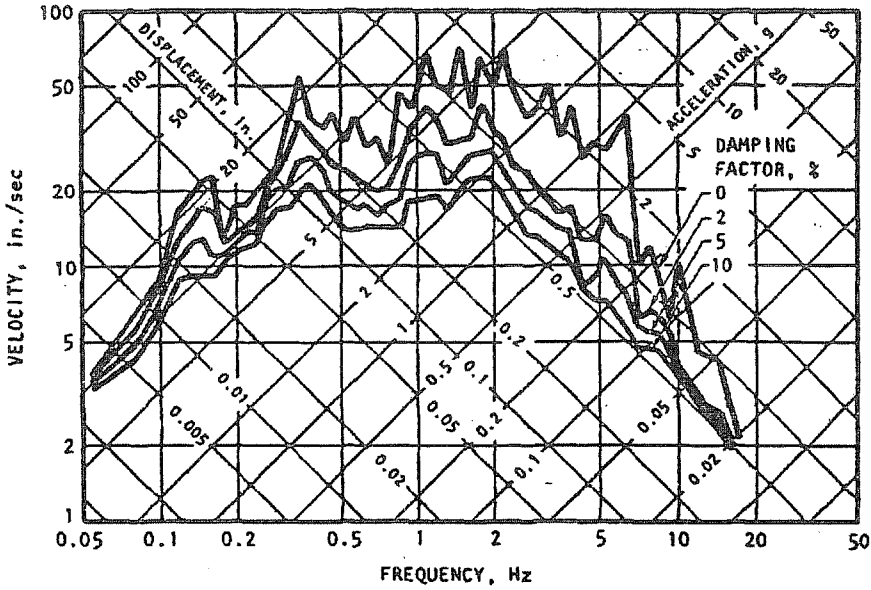
IMPERIAL VALLEY IRRIGATION DISTRICT COMP S00E

DAMPING VALUES ARE 0, 2, 5, 10, AND 20 PERCENT OF CRITICAL



Typical tripartite response-spectra curves.

الشكل (13-5)



Response spectra, El Centro earthquake, May 18, 1940, north – south direction.

الشكل (13-6)

إن استخدام أطياف الاستجابة المرنة الناتجة عن مركبة واحدة من هزة أرضية قد يكون مفيداً لأغراض تحليل المنشآت ولكن لن يكون مناسباً لأغراض التصميم وذلك لعدة أسباب أهمها:

* أن أطياف الاستجابة التصميمية لمنطقة ما يجب أن تشتق من السجلات الزمنية للتسارعات الأرضية لمجموعة من الهزات الأرضية محتملة الحدوث في تلك المنطقة وليس من سجل واحد على أن يشتمل ذلك هزات قريبة وأخرى بعيدة.
* إن طيف الاستجابة المشتق من سجل واحد يعتمد على التواتر وهذا يؤدي إلى أن يكون الطيف متكسراً كأسنان المنشار له مناقير وأودية وهذا غير مناسب للتصميم فإذا كان للمنشأ تواتر أدى إلى وقوع استجابته في وادٍ من أودية طيف

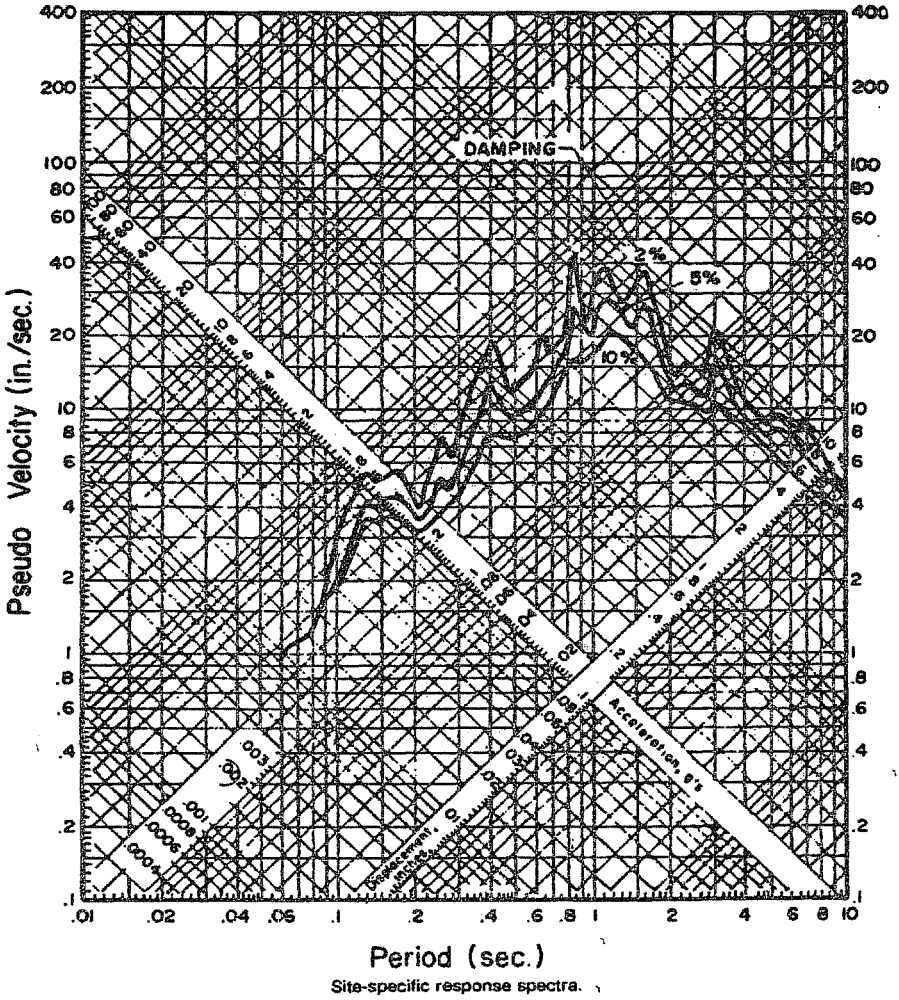
الاستجابة فإن التصميم المبني على مثل هذه القيمة سيكون أقل من المطلوب بالنسبة لهزة أرضية أخرى تختلف قليلاً في خصائصها عن الهزة التي اعتمدت في اشتقاق طيف الاستجابة. وبالعكس إذا وقعت استجابة المنشأ على منقار سيتم المبالغة في تصميم المنشأ بالنسبة لهزة أخرى.

ولتجنب هاتين المشكلتين تم اعتماد فكرة طيف الاستجابة الصقيل Smoothed Response Spectrum الذي يبنى إحصائياً من مجموعة من أطياف الاستجابة الناتجة لمجموعة من الهزات الأرضية ، إما باستخدام القيم الوسطية للمنشآت أو باستخدام فكرة مغلف اطياف الاستجابة للمنشآت الهامة ويبين الشكل (13-7) أطياف الاستجابة المشتقة من هزة أرضية افتراضية شدتها 6.5 على مقياس ريختر ويبعد مركزها 15 miles ويبين الشكل (13-8) الأطياف المقابلة المصقولة وقد تم تطوير هذين المخططين من قبل هيئة التكنولوجية التطبيقية في كاليفورنيا . ويبين الشكل (13-9) مخططاً مماثلاً لأطياف الاستجابة التصميمية طوره العالم نيومارك وزملاؤه.

ويجب التنويه إلى أنه قبل اختيار المنحني المناسب على مخطط أطياف الاستجابة التصميمي لا بد من تقدير نسبة التخميد وهذا يعتمد على نوع المنشأ ويبين الجدول التالي ملخصاً لقيم تقريبية للتخميد وفقاً لنوع المنشأ.

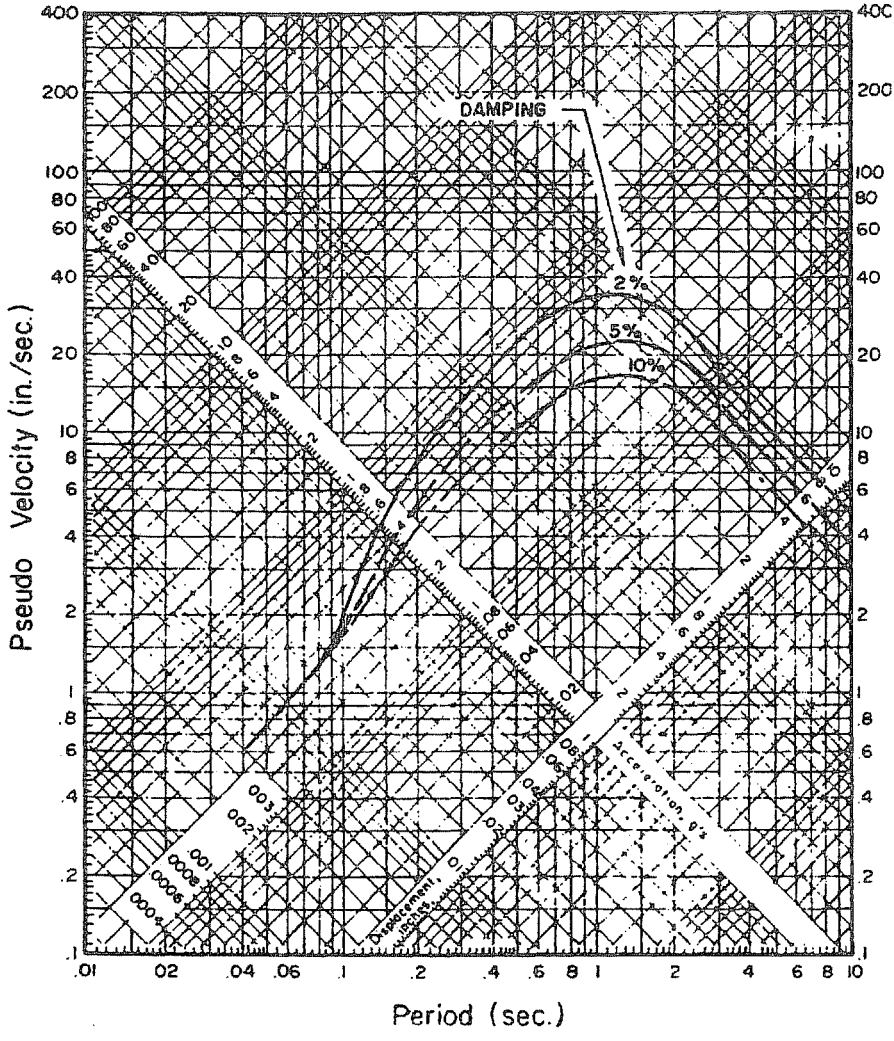
Recommended Damping Values

Stress Level	Type and Condition of Structure	Percentage of Critical Damping
Working stress, $\leq \frac{1}{2}$ yield point	Vital piping	1 – 2
	Welded steel, prestressed concrete, well-reinforced concrete (only slight cracking)	2 – 3
	Reinforced concrete with considerable cracking	3 – 5
	Bolted and / or riveted steel, wood structures with nailed or bolted joints	5 – 7
At or just below yield point	Vital piping	2 – 3
	Welded steel, prestressed concrete (without complete loss in prestress)	5 – 7
	Prestressed concrete with no prestress left	7 – 10
	Reinforced concrete	7 – 10
	Bolted and / or riveted steel, wood structures with bolted joints	10 – 15
	Wood structures with nailed joints	15 – 20



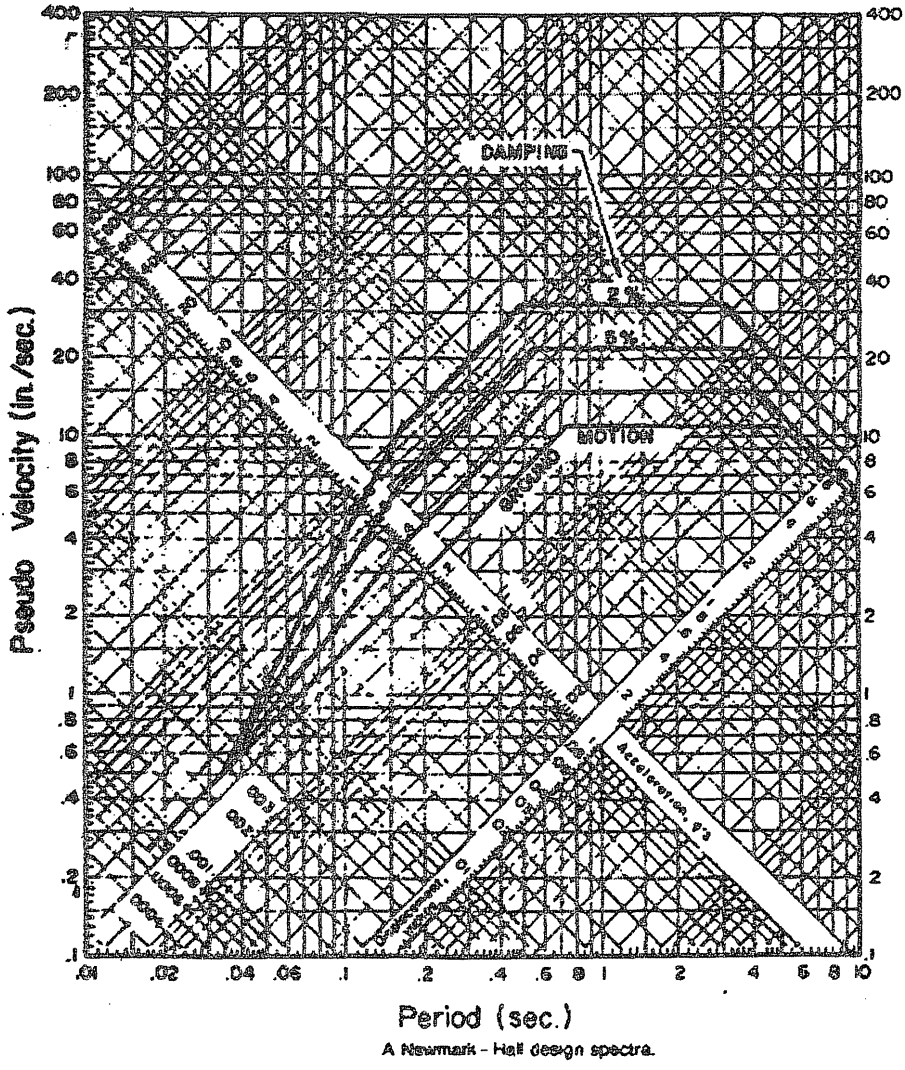
Site-specific response spectra.

الشكل (13-7)



Smoothed site-specific design spectra.

الشكل (13-8)



A Newmark - Hall design spectra.

(13-9) الشكل

3 – 13 استجابة الجمل المرنة متعددة درجات الحرية للهزات الأرضية

في أغلب الجمل الإنشائية من المستحيل نمذجة الاستجابة الديناميكية للجملة بدقة بدلالة إحداثي انتقالي واحد، لإن وصف استجابة الجملة في أية لحظة من الزمن يتطلب مجموعة من الإحداثيات الانتقالية المستقلة (Independent displacement coordinates)

من اجل تبسيط الحل بينا في الفصل العاشر أنه يمكن نمذجة كتل المنشأ بتجميعها في مركز كتلة الطوابق المختلفة مما يؤدي إلى مصفوفة كتل قطرية حيث تتوضع الكتل المجمعة سواء كانت كتلاً انتقالية أو دورانية على القطر الرئيسي للمصفوفة.

وعليه يمكن كتابة قوى العطالة التي تؤثر على المنشأ كما يلي:

$$f_i = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & m_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \vdots \\ \ddot{v}_n \end{Bmatrix} \qquad (13\text{-}22)$$

وبغية تحديد مصفوفة صلابة المنشأ فإن أبسط نمذجة للمنشأ تعتمد الفرضيات التالية:

* أن الطابق يتصرف كلوح في مستويه.
* الجوائز صلبة بالمقارنة مع الأعمدة.
* الأعمدة مرنة في المستوى الأفقي ولكن صلبة في المستوى الشاقولي.

بناءً على هذه الفرضيات الثلاثة يمكن نمذجة المنشأ باستخدام ثلاث درجات حرية ديناميكية لكل طابق منها انتقالان أفقيان متعامدان ودوران حول محور شاقولي يمر بمركز الكتلة وتخفض درجات الحرية إلى انتقال أفقي واحد في كل طابق في حال

تم نمذجة الجملة بإطار مستوٍ وعندها تكتب قوى الإرجاع المرنة في المنشأ على النحو التالي:

$$f_s = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & & & & & \\ -k_2 & k_1+k_2 & -k_3 & & & & \\ & -k_3 & k_2+k_3 & -k_4 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & \ddots & \ddots & -k_n \\ & & & & & -k_n & k_{n-1}+k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ v_{n-1} \\ v_n \end{Bmatrix} \qquad (13\text{-}23)$$

حيث تمثل k_i الصلابة الانتقالية للطابق (i)

وعند غض النظر عن الفرضيات أعلاه فيتحول الحد k_i إلى مصفوفة جزئية وكذلك يتحول الانتقال v_i إلى شعاع يحتوي مركبات الانتقال المختلفة في الطابق (i) وفي كل الأحوال فإن إيجاد مصفوفتي الكتل والصلابة يمكن أن يتم كما جاء في الفصل العاشر.

تكتب معادلة الاهتزاز الحر لجملة متعددة درجات الحرية بدون تخميد باستخدام العلاقة (6–10) على الشكل المصفوفي التالي:

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{k}\,\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0} \qquad (13\text{-}24)$$

تحدد تواترات وانماط اهتزاز الجملة كما في الفقرة (2–11) بحل مسألة القيم الذاتية (Eigenvalue) التالية:

$$(\boldsymbol{k} - \omega^2 \boldsymbol{m})\,\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0} \qquad (13\text{-}25)$$

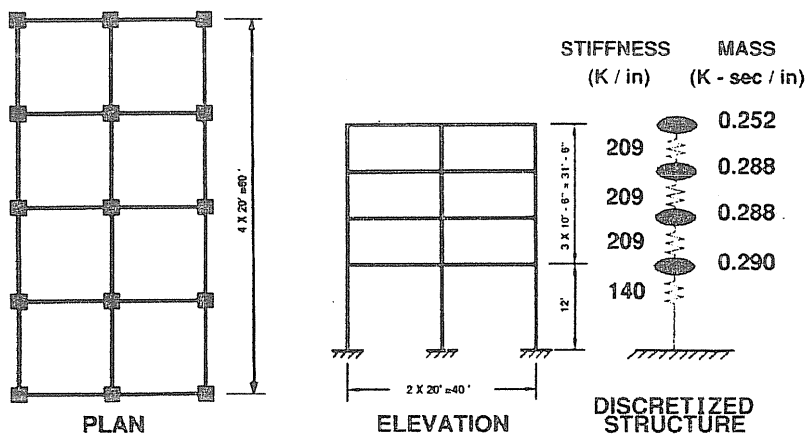
ولإيجاد الحل غير الصفري لمجموعة المعادلات المتجانسة هذه لا بد من مساواة معين مصفوفة الأمثال بالصفر أي:

$$\det\left(\boldsymbol{k} - \omega^2 \boldsymbol{m}\right) = 0 \qquad (13\text{-}26)$$

بنشر هذا المعين ينتج كثير حدود من الدرجة (N) وجذوره هي التواترات المقابلة لـ (N) نمط اهتزاز للجملة ويدعى النمط ذو التواتر الأصغر بالنمط الأساسي (Fundamental Mode). بتبديل التواترات الناتجة واحدة تلو الأخرى في مسألة القيم الذاتية (13-25) ومن ثم حلها لإيجاد السعات النسبية لكل مركبة من مركبات الانتقال بدلالة واحدة منها نكون بذلك قد حددنا الأشعة الذاتية والتي تدعى بأنماط الاهتزاز.

مثال (13-1)

حدد مصفوفتي الكتل والصلابة للمبنى البيتوني ذي الأربعة طوابق المبين في الشكل أدناه في الاتجاه العرضي وذلك باعتبار درجات الحرية الأربعة الممثلة بالانتقالات الأفقية في مستوى الطوابق مع فرض أن كتل المنشأ مجمعة في مستوي الطوابق وهي كما في الشكل ومن ثم أوجد تواترات وأنماط الاهتزاز الحر مع العلم أن أبعاد مقطع أعمدة البناء (14x14in) ومقطع الجوائز (20X14in) وأن معامل مرونة البيتون $3.6x10^6\ psi$.



بفرض أن الجوائز صلبة بالنسبة للأعمدة فتكون الصلابة الانتقالية للعمود الواحد :

$$k_i = 12EI_c / l^3$$

وتكون صلابة الطابق:

$$k_s = 3k_i$$

$$I_c = (14)^4 / 12 = 3201 \text{ in}^4$$

$$k_{s4,3,2} = 3\,x12\,x3.6\,x10^6\,x3201 \;/\; (126)^3 = 209\ kips/in$$

$$k_{s1} = 3\,x12\,x3.6\,x10^6\,x3201/(144)^3 = 140\ kips/in$$

ويمكن تعريف العنصر k_{ij} من مصفوفة الصلابة بأنه القوة الناشئة عند درجة الحرية i نتيجة إعطاء درجة الحرية j واحدة القيم وتقييد بقية درجات الحرية انظر الشكل أدناه، وعليه يمكن كتابة مصفوفتي الصلابة والكتل كما يلي:

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} 209 & -209 & 0 & 0 \\ -209 & 418 & -209 & 0 \\ 0 & -209 & 418 & -209 \\ 0 & 0 & -209 & 349 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.16 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{k} - \omega^2\boldsymbol{m} = 200\begin{bmatrix} 1.05 - 1.01B & -1.05 & 0 & 0 \\ -1.05 & 2.09 - 1.15B & -1.05 & 0 \\ 0 & -1.05 & 2.09 - 1.15B & -1.05 \\ 0 & 0 & -1.05 & 1.74 - 1.16B \end{bmatrix}$$

حيث: $B = \omega^2 / 800$

وتكون المعادلة المميزة: $\left|\boldsymbol{k} - \omega^2\boldsymbol{m}\right| = 0$

وبنشرها ينتج كثير الحدود التالي:

$$B^4 - 6.183B^3 + 11.476B^2 - 6.43B + 0.486 = 0$$

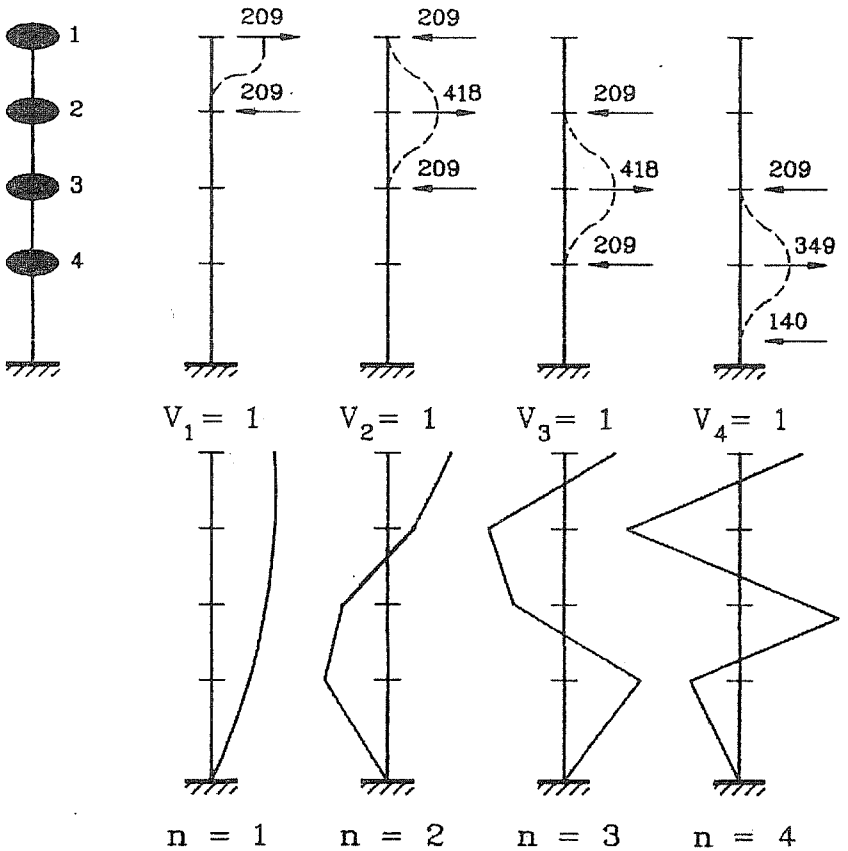
بحله ينتج:

$B_1 = 0.089 \Rightarrow \omega_1 = 8.438$ rad/sec $\Rightarrow T_1 = 0.744$ sec

$B_2 = 0.830 \Rightarrow \omega_2 = 25.768$ rad/sec $\Rightarrow T_2 = 0.244$ sec

$B_3 = 2.039 \Rightarrow \omega_3 = 40.388$ rad/sec $\Rightarrow T_3 = 0.155$ sec

$B_4 = 3.226 \Rightarrow \omega_4 = 50.800$ rad/sec $\Rightarrow T_4 = 0.124$ sec



Stiffness determination and mode shapes

بتبديل قيم B_i واحدة تلو الأخرى في المعادلة (13-25) وإيجاد قيم (N-1) مركبة من شعاع الانتقالات بدلالة المركبة الأولى التي سنفرضها تساوي الواحد ينتج أنماط الاهتزاز التي نجمعها في مصفوفة أنماط الاهتزاز التالية:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.91 & 0.20 & -1.07 & -1.78 \\ 0.74 & -0.78 & -0.75 & 1.75 \\ 0.47 & -1.05 & 1.24 & -0.92 \end{bmatrix}$$

بما أن للجملة (N) درجة حرية و(N) نمط اهتزاز مستقل فمن السهل أن نعبر عن الشكل المتشوه للمنشأ بدلالة سعات أنماط الاهتزاز والتي تسمي الإحداثيات المعممة أو الطبيعية وعليه يمكن الحصول على الانتقال v_i في نقطة ما بجمع مساهمات كل أنماط الاهتزاز أي:

$$v_i = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} Y_n \qquad (13\text{-}27)$$

وبشكل مشابه يكتب شعاع الانتقالات على النحو التالي:

$$v = \sum_{n=1}^{N} \phi_n Y_n = \Phi Y \qquad (13\text{-}28)$$

ويمكن كتابة معادلات الحركة للجملة ذات N درجة حرية على النحو التالي:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + k v = p(t) \qquad (13\text{-}29)$$

نعوض العلاقة (13-28) في العلاقة (13-29) ينتج:

$$m\Phi\ddot{Y} + c\Phi\dot{Y} + k\Phi Y = p(t) \qquad (13\text{-}30)$$

نضرب هذه العلاقة من اليسار بمنقول نمط الاهتزاز ϕ_n فينتج:

$$\phi_n^T m \Phi \ddot{Y} + \phi_n^T c \Phi \dot{Y} + \phi_n^T k \Phi Y = \phi_n{}^T p(t) \qquad (13\text{-}31)$$

نستخدم علاقات التعامد (11-27,28,55) فتصبح العلاقة السابقة كما يلي:

$$M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t) \qquad (13\text{-}32)$$

حيث :

الكتلة المعممة الموافقة لنمط الاهتزاز (n)	$M_n = \phi_n^T m \phi_n$
التخميد المعمم الموافق لنمط الاهتزاز (n)	$C_n = \phi_n^T c \phi_n = 2\zeta \omega_n M_n$
الصلابة المعممة الموافقة لنمط الاهتزاز (n)	$K_n = \phi_n^T k \phi_n = \omega_n^2 M_n$
القوة المطبقة المعممة الموافقة لنمط الاهتزاز (n)	$P_n(t) = \phi_n^T p(t)$ (13-33)

يمكن تبسيط العلاقة (13-32) لتُكتَب على النحو التالي:

$$\ddot{Y}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \frac{P_n(t)}{M_n} \qquad (13\text{-}34)$$

من الواضح أن استخدام الإحداثيات الطبيعية قد حول معادلات الحركة من مجموعة من المعادلات التفاضلية المترابطة إلى مجموعة من المعادلات التفاضلية المستقلة غير المترابطة.

في الحالة التي يتعرض فيها المنشأ إلى هزة أرضية لابد من استبدال شعاع القوة على الطرف الأيمن من معادلة الحركة (13-29) بشعاع القوة الفعالة الناتج عن ضرب مصفوفة الكتل بتسارع الكتلة نتيجة الهزة الأرضية أي:

$$p_e(t) = m \Gamma \ddot{g}(t) \qquad (13\text{-}35)$$

حيث يحتوي الشعاع Γ على معاملات تأثير تمثل التسارعات عند الإحداثيات الانتقالية الناجمة عن واحدة التسارع الأفقية عند قاعدة المنشأ، يتحول هذا الشعاع إلى شعاع مركباته واحدية في المنشآت البسيطة التي تكون درجات الحرية فيها انتقالات أفقية.

بتعويض العلاقة (13-35) في العلاقة (13-31) ينتج أن القوة الفعالة تعطى بالعلاقة التالية:

$$P_{en}(t) = \vartheta_n \ddot{g}(t) \qquad (13\text{-}36)$$

حيث : $\vartheta_n = \phi_n^T m \Gamma$

بتعويض العلاقة (13-36) في المعادلة (13-34) ينتج معادلة الحركة لنمط الاهتزاز (n)

$$\ddot{Y}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \vartheta_n \ddot{g}(t) / M_n \qquad (13\text{-}37)$$

13-3-1 طريقة السجل الزمني

بشكل مشابه لما تم اتباعه بشأن الجمل وحيدة درجة الحرية فإنه يمكن الحصول على الاستجابة الموافقة لنمط الاهتزاز (n) باستخدام تكامل ديوهامل كما يلي:

$$Y_n(t) = \frac{\vartheta_n V_n(t)}{M_n \omega_n} \qquad (13\text{-}38)$$

$Y_n(t)$ سعة نمط الاهتزاز Modal amplitude .

حيث يمثل $V_n(t)$ التكامل التالي:

$$V_n(t) = \int_0^t \ddot{g}(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_{dn} (t-\tau) d\tau \qquad (13\text{-}39)$$

ويتم الحصول على الانتقالات الكاملة للمنشأ بتجميع مساهمات أنماط الاهتزاز وفقاً للعلاقة (13-28) أي:

$$v(t) = \sum_{n=1}^{N} \phi_n Y_n(t) = \Phi Y(t) \qquad (13\text{-}40)$$

ويحدد التسارع المعمم المقابل لنمط الاهتزاز (n) عن طريق جداء مربع التواتر الزاوي بسعة الانتقال للإحداثي المعمم أي :

$$\ddot{Y}_n(t) = \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{\vartheta_n \omega_n V_n(t)}{M_n} \qquad (13\text{-}41)$$

تسمى $\alpha_n = \varphi_n / M_n$ بمعامل مساهمة الأنماط (Modal participation factor)

وعليه يمكن إيجاد تسارعات الكتل الناتجة عن النمط (n) وفق العلاقة التالية:

$$\ddot{v}_n(t) = \phi_n \ddot{Y}_n(t) \qquad (13\text{-}42)$$

وتحدد القوى الزلزالية الناتجة عن النمط (n) بضرب مصفوفة الكتل بشعاع التسارع أي:

$$q_n(t) = m\,\ddot{v}_n(t) = m\,\phi_n\,\omega_n \vartheta_n V_n(t) / M_n \qquad (13\text{-}43)$$

أما القوة الزلزالية الكلية فتنتج من إضافة مساهمات كل أنماط الاهتزاز وتحسب وفق العلاقة التالية:

$$q(t) = \sum_{n-1}^{N} q_n(t) = m\ \Phi\ diag\left[\omega^2\right] Y(t) \qquad (13\text{-}44)$$

حيث $diag\left[\omega^2\right]$ مصفوفة قطرية تحتوي على مربع التواترات الزاوية على قطرها الرئيسي أما القص القاعدي فيتم الحصول عليه بجمع القوى الزلزالية على كامل ارتفاع المنشأ وعليه يمكن كتابة القص القاعدي الناتج عن نمط الاهتزاز (n) على النحو التالي:

$$Q_n(t) = \sum_{i=1}^{N} q_{in}(t) = \Gamma^T q_n(t) = M_{en}\omega_n V_n(t) \qquad (13\text{-}45)$$

حيث : $M_{en} = \vartheta_n^2 / M_n$ الكتلة الفعالة المقابلة للنمط (n) أو نسبة مساهمة الكتلة النمطية (Modal participation factor Mass ratio) ، Γ شعاع الواحدة

إن مجموع الكتل الفعالة المقابلة لكل أنماط الاهتزاز يساوي مجموع كتل المنشأ. وهذه النتيجة ضرورية لتحديد عدد أنماط الاهتزاز الواجب اعتمادها في التحليل للحصول على دقة مقبولة في حساب استجابة المنشأ. فإذا كان مجموع الكتل الفعالة المقابلة لعدد محدود من أنماط الاهتزاز أكبر من نسبة محددة من مجموع كتلة المنشأ فإن التحليل يعتبر مقبولاً.

ويمكن التعبير عن القص القاعدي الناتج عن نمط الاهتزاز (n) بدلالة وزن المنشأ كما يلي:

$$Q_n(t) = \frac{W_{en}}{g}\omega_n V_n(t) \qquad (13\text{-}46)$$

حيث W_{en} تمثل الوزن الفعال المقابل للنمط (n) ويعطى بالعلاقة التالية:

$$W_{en} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{H} W_i \phi_{in}\right)^2}{\sum_{i=1}^{H} W_i \phi^2_{in}} \qquad (13\text{-}47)$$

يمكن توزيع القص القاعدي باستخدام العلاقتين (43,45) على النحو التالي:

$$q_n(t) = \frac{m \phi_n Q_n(t)}{\vartheta_n} \qquad (13\text{-}48)$$

13-3-2 طريقة أطياف الإستجابة

يمكن الحصول على القيم العظمى للاستجابة المقابلة لنمط الاهتزاز (n) بشكل مشابه تماماً للجمل وحيدة درجة الحرية وعلى اعتبار أن القيمة العظمى لانتقال جملة وحيدة درجة الحرية يعطى بالعلاقة S_{dn}

$$S_{dn} = \frac{V_n(t)_{max}}{\omega_n} \qquad (13\text{-}49)$$

وبالتعويض في العلاقة (13-38) فإن القيمة العظمى للإحداثي المعمم أو الطبيعي المقابل للنمط (n) تعطى بالعلاقة:

$$Y_{n\max} = \alpha_n S_{dn} \quad \text{أو} \quad Y_{n\max} = \vartheta_n S_{dn} / M_n \qquad (13\text{-}50)$$

وعليه فإن القيم العظمى للانتقالات الناتجة عن نمط الاهتزاز (n) تنتج بضرب القيمة العظمى لهذا الإحداثي الطبيعي بشعاع نمط الاهتزاز (n) أي:

$$\nu_{n\,max} = \phi_n \alpha_n S_{dn} \quad \text{أو} \quad \nu_{n\,max} = \phi_n Y_{n\,max} = \phi_n \frac{\vartheta_n S_{dn}}{M_n} \qquad (13\text{-}51)$$

كما أن القيم العظمى للقوى الزلزالية الناتجة عن نمط الاهتزاز (n) تعطى بالعلاقة:

$$q_{n\,max} = m\,\phi_n\,\alpha_n\,S_{pan} \quad \text{أو} \quad q_{nmax} = m\,\phi_n \frac{\vartheta_n S_{pan}}{M_n} \qquad (13\text{-}52)$$

وبجمع هذه القوى على كامل ارتفاع المنشأ نحصل على القيمة العظمى للقص القاعدي الناتج عن نمط الاهتزاز (n) كما يلي:

$$Q_{n\max} = \vartheta_n^2 S_{pan} / M_n \qquad (13\text{-}53)$$

والذي يمكن كتابته بدلالة وزن المنشأ وفق العلاقة التالية:

$$Q_{n\max} = W_{en} S_{pan} / g \qquad (13\text{-}54)$$

وأخيراً يمكن حساب القيمة العظمى للعزم القالب وفق العلاقة التالية:

$$M_o = h\,m\,\phi_n\,\vartheta_n S_{pan} / M_n \qquad (13\text{-}55)$$

حيث h شعاع سطري يحتوي على ارتفاعات الطوابق فوق القاعدة.

كما هو واضح سابقاً فإن طريقة أطياف الاستجابة تعتمد على إيجاد القيم العظمى للاستجابة الناتجة عن كل نمط اهتزاز على حدى، كما أن القيم العظمى لنمط اهتزاز ليس بالضرورة أن تتزامن مع القيم العظمى لنمط آخر ولذلك لا بد من إيجاد طريقة لتجميع مساهمات أنماط الاهتزاز للحصول بدقة مقبولة على القيم العظمى للاستجابة الكلية للمنشأ. إحدى هذه الطرق هي تجميع القيم المطلقة للقيم العظمى (Sum of the Absolute Value SAV) الناتجة عن كل أنماط الاهتزاز. وهذا ما يعبّر عنه بالعلاقة التالية:

$$r \le \sum_{n=1}^{N} |r_n| \qquad (13\text{-}56)$$

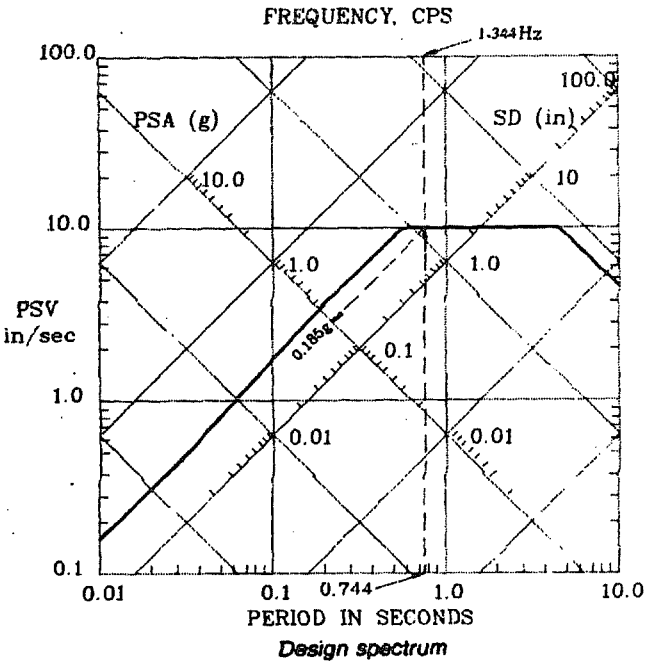
وباعتبار أن طريقة التجميع هذه تفترض تزامن حدوث القيم العظمى لكل أنماط الاهتزاز وبنفس الإشارة فإن النتيجة ستكون حداً أعلى للقيم العظمى لاستجابة المنشأ الكلية. ولهذا يمكن اعتماد طريقة أخرى مبنية على نظرية الاحتمالات كطريقة الجذر التربيعي لمجموع مربعات القيم (Square Root of the Sum of the Squares) والتي يمكن التعبير عنها بالطريقة التالية:

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} r_n^2} \qquad (13\text{-}57)$$

وقد بينت النتائج أن هذه الطريقة تعطي تقريباً جيداً لاستجابة الجمل الإنشائية.

مثال (13-2)

باستخدام مخطط طيف الاستجابة التصميمي المبين أدناه. أوجد استجابة المنشأ المبين في المثال (1-13) وذلك من خلال تحديد مساهمة كل نمط من أنماط الاهتزاز الأربعة مع إجراء مقارنة بين نتائج طريقتي تجميع مساهمات أنماط الاهتزاز السابقين.



الحـــــل:

نجد من نتائج المثال (1-13):

$$m = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.16 \end{bmatrix} \quad , \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.91 & 0.20 & -1.07 & -1.78 \\ 0.74 & -0.78 & -0.75 & 1.75 \\ 0.47 & -1.05 & 1.24 & -0.92 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \begin{Bmatrix} 8.44 \\ 25.77 \\ 40.39 \\ 50.80 \end{Bmatrix} rad / sec \quad , \quad T = \begin{Bmatrix} 0.744 \\ 0.244 \\ 0.155 \\ 0.124 \end{Bmatrix} sec \quad , \quad \Gamma = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$M = \Phi^T m \Phi \ , \ \vartheta = \Phi^T m \Gamma$$

بالعودة إلى مخطط طيف الاستجابة المبين أعلاه وباستخدام أدوار اهتزاز المنشأ واحداً تلو الآخر نحصل على القيم العظمى للانتقالات الطيفية:

$$S_d = \begin{Bmatrix} 1.19 \\ 0.155 \\ 0.062 \\ 0.039 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

نحسب القيم العظمى للانتقالات الناتجة عن كل نمط على حدى بتطبيق العلاقة (13-51) كما يلي:

$$v_{n\,max} = \phi_n \left(\vartheta_n / M_n\right) S_{dn} = \phi_n \, \alpha_n \, S_{dn}$$

وعليه يمكن حساب القوى الزلزالية الفعّالة والقص القاعدي الناتجين عن أي نمط اهتزاز وفق العلاقتين التاليتين:

$$q_n = m \, \ddot{v}_n = \omega_n^2 \, m \, v_n$$

$$Q_n = \sum_{i=1}^{N} q_{ni}$$

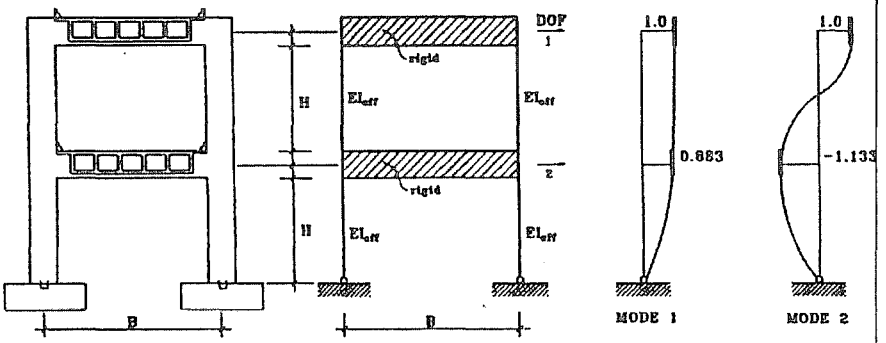
ويبين الجدول التالي نتائج الحسابات:

Modal Parameter		Modal Response $n=1$	2	3	4	Combined Response SAV	SRSS
	$\omega =$	8.44	25.77	40.39	50.80		
	$\alpha_n =$	1.212	−0.289	0.075	0.010		
	$S_d =$	1.190	0.155	0.062	0.039		
	$\phi =$	1.00	1.00	1.00	1.00		
		0.91	0.20	−1.07	−1.78		
Response Quantity		0.74	−0.78	−0.75	1.75		
		0.47	−1.05	1.24	−0.92		
Displacement	$n=4$	1.44	−0.045	0.019	−0.002	1.506	1.441
$v_n = \phi_n \alpha_n S_{dn}$	3	1.31	−0.009	−0.020	0.003	1.342	1.310
	2	1.07	0.035	−0.014	−0.003	1.122	1.071
	1	0.68	0.047	0.023	0.001	0.751	0.682
Acceleration	4	102.6	−29.9	31.0	−5.1	168.6	111.4
$\ddot{v}_n = \omega_n^2 v_n$	3	93.3	−6.0	−32.6	7.7	139.6	99.3
	2	76.2	23.2	−22.8	−7.7	129.9	83.2
	1	48.4	31.2	37.5	2.6	119.7	68.8
Inertia force	4	25.91	−7.54	7.83	−1.30	42.6	28.1
$q_n = M\ddot{v}_n$	3	26.82	−1.72	−9.38	2.23	40.2	28.6
	2	21.91	6.68	−6.56	−2.23	37.4	23.9
	1	14.03	9.05	11.35	0.75	35.2	20.2
Shear	4	25.91	−7.54	7.83	−1.30	42.6	28.1
$Q_n = \Sigma q_n$	3	52.73	−9.26	−1.55	0.93	64.5	53.6
	2	74.64	−2.58	−8.11	−1.30	86.6	75.1
	1	88.67	6.47	3.24	−0.55	98.9	89.0
Overturning	4	272.1	−79.2	82.2	−13.7	447.2	295.4
moment	3	825.7	−176.4	65.9	−3.9	1071.9	846.9
(ft-kips)	2	1609.4	−203.5	−19.2	−17.5	1849.6	1622.4
	1	2673.4	−125.9	19.7	−24.1	2843.1	2676.5

مثال (13-3)

يبين الشكل (a) أدناه إطاراً حاملاً لجسر مؤلف من طابقين تم نمذجته كما في الشكل (b) بجملة ذات درجتين من الحرية حيث اعتبر الجزء العلوي من الإطار غير قابل للانعطاف وأهملت التشوهات المحورية والقاصة في العناصر. أوجد انتقالات الإطار العظمى وقوة القص في القاعدة باستخدام طيف الاستجابة

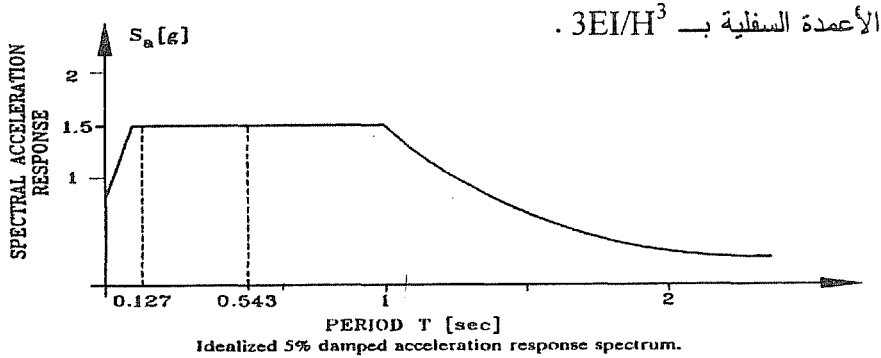
المبين في الشكل (d)، مع العلم أن عرض الجسر B=50 ft والمجاز بين الإطارات الحاملة للجسر 80 ft وارتفاع الطابق الواحد من الإطار H=15 ft وأن وزن واحدة المساحة من سطح الجسر $0.3\ kips/ft^2$ شاملاً وزن الإطار نفسه وأن الصلابة الفعالة لعمود الإطار هي : $EIe = 6x10^{16}\ kip - ft^2$ مبنية على أساس نصف العطالة الكلية للعمود وأن تسارع الجاذبية $g = 32.2\ ft/s^2$.



(a) Structure (b) Idealization (c) Displacement Modes

Double-deck viaduct bridge bent.

تعطى صلابة الانعطاف لأي من الأعمدة العلوية بـ $12EI/H^3$ لأي من الأعمدة السفلية بـ $3EI/H^3$.



Idealized 5% damped acceleration response spectrum.

الشكل (d)

تكتب مصفوفة صلابة الإطار كما يلي:

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} 24EIe/\mathrm{H}^3 & -24EIe/\mathrm{H}^3 \\ -24EIe/\mathrm{H}^3 & 30EIe/\mathrm{H}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42670 & -42670 \\ -42670 & 53330 \end{bmatrix} \text{ kips / ft}$$

وتحدد الكتلة المركزة عند كل درجة حرية (طابق) كما يلي:

$$\mathrm{m} = 80\mathrm{x}\ 50\mathrm{x}\ 0.3 / 32.2 = 37.3 \ \text{kips} - \mathrm{s}^2 / \mathrm{ft}$$

وبناءً عليه فتكتب مصفوفة الكتل كما يلي:

$$\boldsymbol{m} = \begin{bmatrix} 37.3 & 0 \\ 0 & 37.3 \end{bmatrix} \ kips\text{-}s^2/ft$$

بحل مسألة القيم الذاتية $\left|\boldsymbol{k} - \omega^2 \boldsymbol{m}\right| = 0$ ينتج:

$$\omega_1 = 11.581 \ \text{read/s} \Rightarrow \mathrm{T}_1 = 0.543 \ \text{s}$$

$$\omega_2 = 49{,}932 \ \text{read/s} \Rightarrow \mathrm{T}_2 = 0.127 \ \text{s}$$

وباستخدام العلاقة (13-25) مع كل من ω_1 و ω_2 بالتتالي ينتج نمطي الاهتزاز التاليين والمبينين في الشكل (c) أعلاه:

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 0.883 \end{Bmatrix}, \ \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ -1.133 \end{Bmatrix}$$

ويكتب شعاع معاملات تأثير الهزة الأرضية كما يلي:

$$\Gamma = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \end{Bmatrix}$$

وتحدد مساهمات نمطي الاهتزاز في الاستجابة من الجدول التالي:

Mode	ϑ_n	M_n	$\alpha_n = \vartheta_n / M_n$
1	70.236	66.382	1.058
2	−4.961	85.182	−0.058

وتدل مساهمة نمطي الاهتزاز (α_n) المبينة في الجدول أن نمط الاهتزاز الأول هو المسيطر. باستخدام دوري الاهتزاز مع مخطط طيف الاستجابة التصميمي المبين في الشكل (d) أعلاه ينتج:

$$S_a = \begin{Bmatrix} 1.5 \\ 1.5 \end{Bmatrix} g = \begin{Bmatrix} 48.3 \\ 48.3 \end{Bmatrix} \text{ ft/s}^2$$

فتحسب القيمة العظمى للانتقالات الناجمة عن نمطي الاهتزاز كما يلي:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}_{1\,max} = \phi_1 \alpha_1 S_{a1} / \omega_1^2 = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 0.883 \end{Bmatrix} \text{x } 1.058 \text{ x } 48.3 / (11.581)^2 = \begin{Bmatrix} 4.57 \\ 4.04 \end{Bmatrix} in$$

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}_{2\,max} = \phi_2 \alpha_2 S_{a2} / \omega_2^2 = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ -1.133 \end{Bmatrix} \text{x } (-0.058) \text{ x } 48.3 / (49.932)^2 = \begin{Bmatrix} -0.014 \\ 0.016 \end{Bmatrix} in$$

وباستخدام العلاقة (13-52) نحسب القيم العظمى للقوى الزلزالية كما يلي:

- المقابلة للنمط الأول:

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}_{1\,max} = m \phi_1 \alpha_1 S_{a1} = \begin{bmatrix} 37.3 & 0 \\ 0 & 37.3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 0.8883 \end{Bmatrix} \text{x } 1.058 \text{ x } 48.3 = \begin{Bmatrix} 1906 \\ 1683 \end{Bmatrix} \text{ kips}$$

ومنه ينتج القص القاعدي:

$$Q_{1\,max} = q_{1_{max}} + q_{2\,max} = 3589 \quad kips$$

- المقابلة للنمط الثاني:

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}_{2\,max} = \begin{bmatrix} 37.3 & 0 \\ 0 & 37.3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.133 \end{Bmatrix} \text{x } (-0.058) \text{ x } 48.3 = \begin{Bmatrix} -104.5 \\ 118.4 \end{Bmatrix} \text{ kips}$$

ومنه ينتج القص القاعدي:

$$Q_{2\,max} = q_{1_{max}} + q_{2\,max} = -104.5 + 118.4 = 13.9 \quad kips$$

ويلخص الجدول التالي نتائج الحسابات:

Response Quantity		Modal Parameter	Modal Response $n=1$	Modal Response 2	Combined Response SAV	Combined Response SRSS
		$\omega =$	11.581	49.932		
		$\alpha_n =$	1.058	-0.058		
		$S_a =$	48.3	48.3		
		$\phi =$	1.0 0.883	1.0 -1.133		
Displacement $y_n = \{\phi_n\}\alpha_n S_{an}/\omega_n^2$	$n=1$		4.57	-0.014	4.584	4.57
	2		4.04	0.018	4.058	4.04
Inertia force $\{f_n\} = [M]\{\phi_n\}\alpha_n S_{an}$	1		1906	-104.5	2010.5	1908.8
	2		1683	118.4	1801.4	1687.16
Base Shear $Q_n = \Sigma f_n$			3589	13.9	3602.9	3589.02

الفصل الرابع عشر

طرائق القوى الجانبية الستاتكية المكافئة

Equivalent Static Lateral Force Procedures

14-1 مقدمة

بغية تصميم منشأ مقاوم للهزات الأرضية لابد من تحديد القوى التي يجب أن يتحملها لكن تحديد هذه القوى بدقة خلال عمر المنشأ غير ممكن ولهذا يجب تقدير هذه القوى بشكل منطقي مع مراعات شروط أمان المنشأ والكلفة الاقتصادية.

ولهذا تعتمد القوى الزلزالية على عدد من العوامل مثل مقاس وخصائص الهزة، والبعد من الصدع، وجيولوجية موقع المنشأ ونوع الجملة الانشائية المقاومة للأحمال الجانبية. لذلك يجب أخذ هذه العوامل بالاعتبار عند تحديد القوى الزلزالية التصميمية. ويوجد طريقتان شائعتان لتحديد القوى الزلزالية التصميمية:

الأولى طريقة القوى الستاتيكية المكافئة:Equivalent Static Force Procedure

والثانية طريقة التحليل الديناميكي: Dynamic Analysis التي تم شرحها في الفصل الثالث عشر.

ويتم في الطريقة الستاتيكية تحديد قوى العطالة كقوى ساكنة مكافئة باستخدام علاقات تجريبية لا تأخذ بشكل ظاهري الخصائص الديناميكية للجملة الانشائية المدروسة لكن هذه العلاقات طورت لتمثل التصرف الديناميكي للمنشآت المنتظمة ذات التوزيع المنتظم للكتلة والصلابة، وفي هذه الحالة تعتبر طريقة القوى المكافئة الساكنة كافية في معظم الأحوال. بينما يؤدي تطبيقها على المنشآت غير المنتظمة إلى نتائج غير صحيحة.

إن الهدف من هذا الفصل هو مراجعة وإجراء مقارنة بين طريقتين تعتمدان على طريقة القوى المكافئة الساكنة هي طريقة الكود السوري الحالي وطريقة ملحق الكود التي هي مشتقة من الكود الامريكي UBC97.

14-2 طريقة الكود السوري

يحدد الكود القوة الزلزالية الكلية أو مايسمى القص القاعدي (V) التي يتعرض لها المنشأ بالعلاقة التالية:

$$V = ZIKCSW \qquad (14\text{-}1)$$

يمكن النظر للقص القاعدي على أنه نسبة ($ZIKCS$) من أحمال المنشأ الميتة الكلية W. تعتمد هذه النسبة على زلزالية المنطقة وجيولوجية موقع البناء ودرجة أهميته ودور اهتزازه ونوع الجملة الانشائية المقاومة للزلازل.

14-2-1 معامل زلزالية المنطقة

تمثل زلزالية المنطقة التي يقع فيها المنشأ بالمعامل Z الذي يساوي القيمة العظمى لتسارع حركة الأرض الناتج عن الزلزال في المنطقة المدروسة ويحدد كنسبة مئوية من تسارع الجاذبية الأرضية. وتقسم عادة البلدان بناءً على النشاط الزلزالي في الفترة الماضية إلى عدد من المناطق الزلزالية بناء على الأضرار المتوقعة ويبين الجدول التالي التقسيمات المعتمدة في الكود السوري:

المنطقة	الأضرار المتوقعة	شدة الهزات المتوقعة على مقياس M.M.
0	لايوجد	حتى V
1	أضرار طفيفة	حتى VI
2A	أضرار أقل من متوسطة	حتى VII

2B	أضرار متوسطة	
2C	أضرار أكثر من متوسطة	
3	أضرار كبيرة	من VIII وأعلى
4	من ضمن المنطقة 3 ولكن قريبة من مواقع الصدوع الرئيسية	

ويبين الجدول (1-14) المناطق الزلزالية في سوريا مع المعامل Z الموافق لها

الجدول 1-14							
المنطقة	0	1	2A	2B	2C	3	4
قيمة Z	0	0.075	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4

14-2-2 معامل أهمية المنشأ I

تتم زيادة القص القاعدي للمنشآت الأساسية باستخدام المعامل I. وتعرف المنشآت الأساسية على أنها المنشآت التي يجب أن تبقى سليمة وتؤدي الخدمات كاملة بعد حدوث الزلزال ويحدد العامل I لمثل هذا النوع من المنشآت بـ1.5 وتتم زيادة القص القاعدي بـ25% (I=1.25) من أجل المباني التي يستخدمها أكثر من ثلاث مائة شخص. أما باقي المباني والمنشآت فتحدد قيمة I بواحد.

14-2-3 معامل المطاوعة (السلوك اللدن) K

يزيد المعامل K القص القاعدي أو يخفضه بناء على خصائص اللدونه المتأصله في الجملة الإنشائية المقاومه لأحمال الزلازل حيث تتراوح قيمة K بين 0.67 للإطارات اللدنه المقاومه للعزوم و1.33 للجمل الإنشائية الصندوقيه ويبين الجدول (14-2) قيم K المقابلة للأنواع المختلفة من الجمل.

الجدول 2-14	
نوع الجملة الإنشائية المقاومة للزلازل	K
1- كل الجمل الإنشائية عدا المذكورة أدناه	1.0
2- الجمل الإنشائية الصندوقية: الأبنية ذات الجدران التي تعمل بشكل صندوقي في مقاومة القوى الجانبية	1.3
3-الأبنية ذات الجمل الإنشائية الثنائية والتي تتألف من إطارات فراغية مطاوعة (لدنة) مقاومه للعزوم وجدران قص أو إطارات مربطة (مكتفه) مع تحقيق الشروط التصميمية التالية: * تقاوم الاطارات وجدران القص أو الاطارات المربطة القوى الزلزالية وفقا لصلابتها النسبية مع الأخذ بالحسبان التأثير المتبادل بين الاطارات وجدران القص. * يجب أن تكون جدران القص أو الاطارات المربطة قادرة على تحمل كامل الأحمال الزلزالية عندما تعمل بشكل مستقل عن الاطارات الفراغية المطاوعة المقاومة للعزوم. * يجب أن تكون الاطارات الفراغية المطاوعة المقاومة للعزوم قادرة على تحمل ما لا يقل عن 25% من الأحمال الزلزالية الكلية.	0.8
4- الأبنية ذات الاطارات الفراغية المطاوعة المقاومة للعزوم والمصممة بحيث تتحمل الاطارات كامل الأحمال الزلزالية.	0.67
5- الخزانات العالية والمحمولة على مجموعة من الأعمدة لاتقل عن 4 أعمده مربطة بشكل متصالب.	2.5
6- المنشآت الخاصه: المداخن، أبراج التلفزيون، أبراج التبريد ....إلخ	2.0

14-2-3 معامل الدور C

يمثل C تأثير دور المنشأ على القص القاعدي ويحدد بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{1}{10T^{2/3}} \qquad (14\text{-}2)$$

حيث T دور اهتزاز المنشأ الأساسي مقدرا بالثانية و يحدد بإحدى الطرق التالية:

1- يمكن تقدير الدور الأساسي للجمل الإنشائية التي تشتمل على جدران قص باستخدام العلاقة التجريبية التالية:

$$T = 0.08N \quad (Sec) \qquad (14\text{-}3)$$

حيث N عدد الطوابق

2- يمكن تقدير الدور الأساسي للجمل الإنشائية الخرسانية المؤلفة من إطارات فراغية مطاوعة بالعلاقة التجريبية التالية:

$$T = 0.1N \quad (Sec) \qquad (14\text{-}4)$$

3- بغض النظر عن العلاقتين السابقتين يجب تقدير الدور الأساسي باستخدام العلاقة التقريبية التالية:

$$T = C_t (h_n)^{3/4} \qquad (14\text{-}5)$$

حيث h_n ارتفاع المنشأ من القاعدة حتى أعلى منسوب فيه مقدرا بالمتر

$C_t = 0.0853$ للإطارات الفولاذية المقاومة للعزوم

$C_t = 0.0731$ للإطارات الخرسانية المسلحة المقاومة للعزوم وللإطارات المربطة (المكتفة) لا مركزيا

$C_t = 0.0488$ للأبنية الأخرى كافة

ويمكن كطريقة بديلة تحديد C_t في حالة المنشآت والأبنية الحاوية على جدران قص خرسانية أو حجرية من العلاقة التالية:

$$C_t = 0.0743/\sqrt{A_c} \qquad (14\text{-}6)$$

حيث A_c مجموع المساحات الفعالة لجدران القص في الطابق الأول من المنشأ وتقدر بالمتر المربع وتعطى بالعلاقة التالية:

$$A_c = \sum A_e \left[0.2 + (D_e / h_n)^2\right] \qquad (14\text{-}7)$$

حيث A_e المساحة الدنيا للمقطع العرضي لجدران القص (مقدرة بالمتر المربع) في أي مستوي أفقي في الطابق الأول. D_e طول جدار القص في الطابق الأول مقدرا بالمتر بالاتجاه الموازي للقوى الجانبية المطبقة.

يجب أن لاتزيد قيمة (D_e / h_n) المستعملة في العلاقة (14-7) على 0.9

4- يمكن حساب الدور الأساسي T بأي طريقة من طرائق التحليل الديناميكي بالاعتماد على الخصائص الإنشائية للجملة المقاومة للقوى الجانبية من مقاومة وصلابة عناصر وتوزيع كتل. مع الأخذ بالحسبان تأثير التشققات في المقاطع الخرسانية والحجرية على صلابة العناصر.

ويمكن تقدير الدور الأساسي T باستخدام علاقة ريلي التالية:

$$T = 2\pi \sqrt{(\sum_{i=1}^{n} w_i \delta_i^2) \div g[\sum_{i=1}^{n-1} F_i \delta_i + (F_n + F_t)\delta_n]} \qquad (14\text{-}8)$$

حيث: w_i وزن المنشأ الناتج عن المنسوب i وهو جزء من وزن المنشأ الكلي W

$\delta_n,...,\delta_1$ السهم المرن الأفقي الناتج عن تطبيق القوى الأفقية المركزة عند المناسيب n.,....,1

$F_n,...,F_1$ القوى الزلزالية الأفقية المركزة عند المناسيب 1,...., n والمحددة بالعلاقة (14-18)

F_t القوة الزلزالية الأفقية المركزة عند أعلى المنشأ والمحددة بالعلاقة (14-16)

عندما تزيد قيمة T المحسوبة بطرق التحليل الديناميكي الدقيقة أو بطريقة ريلي على قيمة T المحسوبة وفقا للفقرة (3) السابقة يسمح بزيادة T المحسوبة في الفقرة

(3) بـ 30% من قيمتها في المنطقة الزالية (4) وبـ40% من قيمتها في بقية المناطق الزلزالية.

عند حساب C يجب الأخذ بالاعتبار الشرطين التحديدين التاليين:

$$C \le 0.18 \quad , \quad 0.38 \ge KC \ge 0.09 \qquad (14\text{-}9,10)$$

14-2-4 معامل مقطع التربة S

يأخذ المعامل S بالاعتبار شروط ونوع تربة الموقع والعلاقة بين دور التربة ودور المنشأ ويحدد المعامل S من خلال وصف تربة الموقع إذا لم يتم تحديد دور التربة بشكل دقيق، وقد تم تقسيم أنواع الترب إلى ثلاث أنواع مبينة في الجدول (14-3) مع قيم S المقابلة

عندما يحدد دور الموقع T_s على أساس دراسات مفصلة للتربة فيحدد المعامل S بالعلاقتين التاليتين:

$$\text{عندما } \frac{T}{T_s} \le 1.0, \qquad S = 1.0 + \frac{T}{T_s} - 0.5(\frac{T}{T_s})^2 \ge 1.0 \qquad (14\text{-}11)$$

$$\text{عندما } \frac{T}{T_s} \ge 1.0, \qquad S = 1.2 + 0.6\frac{T}{T_s} - 0.3(\frac{T}{T_s})^2 \ge 1.0 \qquad (14\text{-}12)$$

تخضع هاتان العلاقتان إلى الشروط التحديدية التالية :

$$T \ge 0.3 \quad , \qquad 0.5 \le T_s \le 2.5 \qquad (14\text{-}13,14)$$

14-2-5 الوزن الميت W

تشتمل W المستخدمة في حساب القص القاعدي على مجمل أوزان البناء الميتة مضافا إليها نسبة 25% من مجمل الأحمال الحية في حالة الأبنية العادية أما في حالة الأبنية المستخدمة كمستودعات ومصانع فيضاف مجمل الأحمال الحية.

الجدول (3-14)		
نوع مقطع التربة	وصف مقطع تربة الموقع	قيمة المعامل S
S_1	صخور من أي نوع كانت بحيث تتجاوز سرعة موجة القص فيها 775 m/sec أوتربة قاسية لا تزيد سماكتها على 62m مؤلفة من رمال وحصويات رسوبية مستقرة أوغضار قاسي متوضعة فوق طبقات صخرية.	1.0
S_2	ترب غير متماسكة عميقة أو غضارية قاسية وتشمل المواقع التي تزيد سماكة التربة فيها على 62m والمؤلفة من رمال وحصويات رسوبية مستقرة أوغضار قاسي متوضعة فوق طبقات صخرية.	1.2
S_3	ترب غضارية طرية إلى متوسطة القساوة ورملية مؤلفة من 9m أو أكثر من الغضار الطري إلى متوسط القساوة مع طبقات متداخلة أو غير متداخلة من الرمل أو الترب غير المتماسكة. عندما لاتكون خصائص التربة غير معروفة بشكل مفصل أو عندما لايقع تصنيف التربة الدقيق ضمن أحد التصنيفات السابقة فيعطي لتربة الموقع التصنيف S_3	1.5

14-2-6 توزيع القوى الجانبية

يوزع القص القاعدي (V) على ارتفاع البناء كقوة مركزه عند كل منسوب (F_i) إضافة إلى قوة مركزة (F_t) في أعلى البناء أي:

$$V = F_t + \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad (14-15)$$

تحدد القوة الإضافية المركزه F_t في أعلى البناء بالعلاقة التالية:

$$F_t = 0.07TV \le 0.25V \quad \text{عندما} \quad T > 0.7Sec \qquad (14-16)$$

$$F_t = 0.0 \quad \text{عندما} \quad T \le 0.7Sec \qquad (14-17)$$

يوزع الجزء المتبقي من القص القاعدي $(V - F_t)$ على ارتفاع البناء وفقا للعلاقة التالية:

$$F_x = (V - F_t)\frac{w_x h_x}{\sum_{i=1}^{n} w_i h_i} \qquad (14-18)$$

حيث w_i وزن المنشأ الناجم عن المنسوب i.

h_i ارتفاع المنسوب i فوق القاعدة

F_x القوة الزلزالية عند المنسوب x وتطبق في مركز كتلة هذا المنسوب.

تجدر الملاحظة أنه عندما تكون كتل الطوابق و ارتفاعاتها متساوية فإن توزيع القوى الزلزالية وفقا للعلاقة (14-18) سيكون خطيا متزايدا باتجاه الأعلى وأي تغير في شكل هذا التوزيع يدل على عدم انتظام المنشأ.

مثال (14-1)

أوجد القص القاعدي لمبنى مكاتب مؤلف من تسعة طوابق مزمع إشادته في منطقة ذات زلزالية عالية (المنطقة الثالثة) علماً أن:

- الجملة الإنشائية للبناء تتألف من إطارات مطاوعة مقاومة للعزوم.
- تربة الموقع من النوع S_2 .
- أبعاد مسقط البناء 30x50m والارتفاع الطابقي 3.5m .
- الأحمال الميتة $500kg/m^2$ و الأحمال الحية $200kg/m^2$

الحـــل:

يعطى القص القاعدي بالعلاقة التالية:

$V = ZIKCSW$ (العلاقة 14-1)

$Z = 0.3$ (المنطقة الثالثة، الجدول 14-1)

$I = 1.0$ (مبنى مكاتب، الفقرة 14-2-2)

$K = 0.67$ (اطارات لدنة مقاومة للعزوم، الجدول 14-2)

$T = 0.1N = 0.9\sec$ (اطارات عزوم، العلاقة 14-4)

$T = C_t(h_n)^{3/4} = 0.0731(9\times 3.5)^{3/4} = 0.97\sec$ (العلاقة 14-5)

$C = \dfrac{1}{10T^{2/3}} = \dfrac{1}{10(0.97)^{2/3}} = 0.10 < 0.18.$ (العلاقة 14-9)

$S = 1.2$ (الجدول 14-3)

$KC = 0.67\times 0.1 = 0.067 < 0.09$ (العلاقة 14-10)

$w_i = (0.5 + 0.25\times 0.2)\times 30\times 50 = 825 \quad ton$

$W = 9\times 825 = 7425 \quad ton$

$V = 0.3\times 1.0\times 0.09\times 1.2\times 7425 = 240 \quad ton$

التوزيع الشاقولي للقص القاعدي

$T = 0.97 > 0.7\sec \Rightarrow F_t = 0.07TV$

$F_t = 0.07\times 0.97\times 240 = 16.3ton < 0.25V = 58.7ok$

$V - F_t = 240 - 16.3 = 223.7ton$

تحسب القوة الأفقية المطبقة على أي من الطوابق عدا الأخير بتطبيق العلاقة (14-18) أما الطابق الأخير فيجب إضافة F_t للقوة الناتجة عن هذه العلاقة ويلخص الجدول التالي خطوات الحل:

المنسوب	$h_x(m)$	$w_x(ton)$	$w_x h_x \times 10^{-3}$	$F_i + F_t(ton)$
9	31.5	825	26.98	62.56
8	28.0	825	23.1	39.55
7	24.5	825	20.12	34.45
6	21	825	17.33	29.67
5	17.5	825	14.44	24.72
4	14.0	825	11.55	19.78
3	10.5	825	8.66	14.83
2	7.0	825	5.58	9.55
1	3.5	825	2.89	4.95
المجموع		7425	130.65	240

مثال (2-14)

أوجد القوى الزلزالية لمبنى مكاتب مؤلف من ثلاث طوابق مزمع إشادته في منطقة ذات زلزالية عالية (المنطقة الثالثة) علماً أن:

- الجملة الإنشائية المقاومة للزلازل عبارة عن جدران قصية
- تربة التأسيس من النوع S_1 .
- أبعاد مسقط البناء 36x55m وارتفاع الطابق الأرضي 4m وارتفاع كل من الطابقين الأخيرين 3.4m .
- الأحمال الميتة $500kg/m^2$ ، $450kg/m^2$ ، $400kg/m^2$ ، للطوابق من الأسفل إلى الأعلى. و الأحمال الحية $200kg/m^2$

الحـــل:

يعطى القص القاعدي بالعلاقة (14-1) التالية:

$V = ZIKCSW$ (العلاقة 14-1)

$Z = 0.3$ (المنطقة الثالثة، الجدول 14-1)

$I = 1.0$ (مبنى مكاتب، الفقرة 14-2-2)

$K = 1.0$ (جدران قصية، الجدول 14-2)

$T = 0.08N = 0.24\sec$ (جدران قصية، العلاقة 14-4)

$h_n = 4 + 2 \times 3.4 = 10.8m$

$T = C_t (h_n)^{3/4} = 0.0488(10.8)^{3/4} = 0.29\sec$ (العلاقة 14-5)

$C = \dfrac{1}{10T^{2/3}} = \dfrac{1}{10(0.29)^{2/3}} = 0.229 > 0.18.$ (العلاقة 14-9)

$S = 1.0$ (الجدول 14-3)

$KC = 1.0 \times 0.18 = 0.18 < 0.25$ (العلاقة 14-10)

$w_1 = (0.5 + 0.25 \times 0.2) \times 36 \times 55 = 1089 \quad ton$

$w_2 = (0.45 + 0.25 \times 0.2) \times 36 \times 55 = 990 \quad ton$

$w_3 = (0.4 + 0.25 \times 0.2) \times 36 \times 55 = 891 \quad ton$

$W = w_1 + w_2 + w_3 = 2970 \quad ton$

$V = 0.3 \times 1.0 \times 0.18 \times 1.0 \times 2970 = 160 \quad ton$

التوزيع الشاقولي للقص القاعدي

$T = 0.29 < 0.7\sec \Rightarrow F_t = 0.0$

$V - F_t = 160 ton$

تحسب القوة الأفقية المطبقة على أي من الطوابق بتطبيق العلاقة (14-18) ويلخص الجدول التالي خطوات الحل

المنسوب	$h_i(m)$	$w_i(ton)$	$w_i h_i$	$F_i + F_t(ton)$
3	10.8	891	9622.8	72.27
2	7.4	990	7326	55.02
1	4.0	1089	4356	32.71
المجموع		2970	21304.8	160

14-3 الطريقة الستاتيكية الثانية في ملحق الكود العربي السوري

يسمح ملحق الكود باستخدام الطريقة الستاتيكية المكافئة عندما يكون المنشأ منتظماً وذو ارتفاع لا يزيد عن 73m أو غير منتظم ولا يزيد ارتفاعه على 20m ويشترط الكود ضرورة إجراء تحليل ديناميكي للمنشأ عندما تختلف شروط البناء عن ذلك أو عندما تكون تربة التأسيس فقيرة (النوع S_F) ودور المنشأ أكبر من 0.7sec. ويجب الانتباه إلى أن الأحمال الزلزالية المقدرة تكون جاهزة للاستخدام مباشرة مع الطريقة الحدية دون حاجة لتصعيدها بعوامل أمان.

14-3-1 الطريقة الستاتيكية المكافئة

يحدد القص القاعدي التصميمي بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{C_v I}{RT} W \qquad (14\text{-}19)$$

حيث: T دور المنشأ الأساسي في الاتجاه المدروس ويحدد كما جاء في الفقرة (14-2-3).

I معامل أهمية المنشأ ويستخدم لزيادة هامش الأمان في المنشآت الأساسية (التي يجب أن تبقى في الخدمة بعد حدوث الزلزال مثل المشافي ومحطات الإطفاء) أو المنشآت الخطرة كتلك التي تحتوي على غازات سامة أو مواد متفجرة.

وتحدد قيمة هذا المعامل بـ 1.25 لهذا النوع من المنشآت و بـ 1.0 لباقي المنشآت.

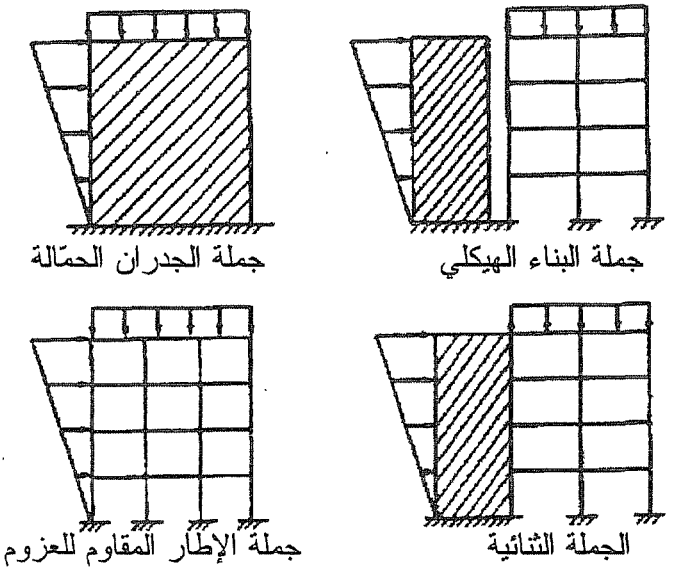
W مجموع الأوزان الميتة و 25% من الأحمال الحية في حالة المستودعات

C_v معامل زلزالي يأخذ بالاعتبار زلزالية المنطقة وشروط تربة الموقع ويحدد من الجدول (5-14).

R معامل يأخذ بالحسبان درجة مطاوعة (لدونة) الجملة الإنشائية والمتبقي من مقاومتها بعد تشكل أول مفصل لدن فيها وتحدد قيمته بناءً على أداء جمل مماثلة خلال هزات حدثت في الماضي ويبين الجدول (4-14) قيمة المعامل R لكل أنواع الجمل الإنشائية التي يمكن تصنيفها وفق أحد الأنواع الرئيسية الأربع التالية التي يبينها الشكل (1-14).

- جملة الجدران الحمّالة: هي جملة إنشائية بدون إطار فراغي تام يتحمل الأحمال الشاقولية وتقوم الجدران الحمّالة والإطارات المربطة بتحمل معظم أوكل الأحمال الشاقولية إضافة إلى مقاومة القوى الجانبية .
- جملة البناء الهيكلي (إطارات مع جدران قص): تشتمل الجملة بشكل أساسي على إطار تام ليحمل الأوزان الشاقولية. أما القوى الجانبية فتقاوم بجدران القص أو الإطارات المربطة.
- جملة الإطار المقاوم للعزوم: جملة مؤلفة من إطار فراغي تام يسند الأحمال الشاقولية ويقاوم القوى الجانبية وذلك عن طريق مقاومة الانعطاف التي تتمتع بها عناصره .
- الجملة الثنائية : جملة إنشائية لها الخصائص التالية :
  - تشتمل على إطار فراغي تام يسند الأحمال الشاقولية .

- تؤمن مقاومة القوى الجانبية عن طريق جدران القص والإطارات المربطة و الإطارات المقاومة للعزوم ويجب أن تصمم الإطارات المقاومة للعـزوم لتتحمل على الأقل 25% من القص القاعدي التصميمي .
- يجب أن تصمم الجملتين لتتحملا معاً كامل القـص القاعـدي التصـميمي ويتحمل كل منهما بما يتناسب مع صلابته النسبية آخذين بعـين الاعتبـار التأثير المتبادل بينهما على كافة المستويات .



الشكل (14-1)

يجب أن لا يزيد القص القاعدي المحسوب وفق العلاقـة (14-19) عـن القـص المحسوب وفق العلاقة (14-20) كما يجب أن لا يقل عن القص المحسوب وفـق العلاقة (14-21).

$$V = \frac{2.5C_a I}{R} W \qquad (14-20)$$

$$V = 0.11 C_a I W \qquad (14\text{-}21)$$

حيث: C_a معامل زلزالي يعتمد على زلزالية المنطقة وشروط تربة الموقع ويحدد من الجدول (6-14).

إضافة لما تقدم في المناطق ذات الزلزالية العالية (المنطقة 4) يجب أن لا يقل القص القاعدي عن المحسوب بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{0.8 Z N_v I}{R} W \qquad (14\text{-}22)$$

حيث: N_v معامل القرب من المصدر ويعتمد على درجة القرب من صدع نشط معروف و يحدد من الجدول (10-14) ويستعمل N_v أيضاً في تحديد المعامل الزلزالي C_v للأبنية الواقعة في المنطقة الرابعة.

14-3-2 معامل زلزالية المنطقة Z Seismic Zone Factor

يقسم الكود القطر إلى ست مناطق زلزالية ويبين الجدول (1-14) هذا التقسيم.

14-3-3 نوع مقطع التربة S Soil Profile Type

يعكس نوع مقطع التربة S تأثير ظروف التربة في الموقع على حركة الأرض ويحدد من الجدول (7-14) وفقاً لتوصيف عام للتربة أو وفقاً لخواص التربة الفيزيائية التي تحدد باختبارات معيارية كسرعة موجة القص أو تجربة الاختراق النظامية أو مقاومة القص غير المصرف.

14-3-4 معاملي القرب من المصدر N_v و N_a Near Source Factors

تصنف المصادر الزلزالية في المنطقة (4) إلى ثلاث أنواع C,B,A وفقاً لإمكانية ونشاط الصدوع في المنطقة المجاورة للمنشأ ويبين الجدول (8-14) تصنيف

المصادر الزلزالية بدلالة معدل انزلاق الصدع والقدر الأعظمي للهزة التي يمكن أن يولدها.

بناءً على نوع المصادر الزلزالية والبعد عنها يحدد معاملي القرب من الموقع N_a و N_v من الجدولين (9-14) و(10-14). يستخدم معاملي القرب من الموقع في تحديد المعاملين الزلزاليين C_v و C_a من الجدولين (5-14) و(6-14) في المنطقة الرابعة.

14-3-5 توزيع القوى الجانبية Distribution of Lateral Forces

يوزع القص القاعدي V كقوة مركزة عند كل منسوب (F_i) وقوة إضافية (F_t) في أعلى البناء بذات الطريقة المتبعة في الفقرة (6-2-14).

14-3-6 تأثير الفتل على البناء Torsion Effect

يضاف عزم فتل طارئ إلى عزم الفتل الذي يتعرض له البناء وذلك بسبب عدم التأكد من توزع كتله وصلابة البناء. ويتم ذلك بإضافة عزم فتل عند كل طابق مساوي للقوة الزلزالية المطبقة مضروبة بلامركزية طارئه تساوي 5% من بعد البناء المتعامد مع منحى القوة.

عندما يكون الانتقال عند أي من طرفي البناء أكبر بـ20% من الانتقال الوسطي يصنف البناء بغير منتظم من وجهة نظر الفتل وتكبر اللامركزية الطارئة بضربها بالعامل التالي:

$$A_x = \left(\frac{\delta_{\max}}{1.2\delta_{avg}}\right)^2 \le 3.0 \qquad (14\text{-}23)$$

حيث: δ_{avg} و $\delta_{\max}$ الانتقالان الوسطي و الأعظمي عند المنسوب x

14-3-7 معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير ρ Reliability/Redundancy Factor

اشترط الكود زيادة القوة الزلزالية الأفقية بالمعامل ρ ليعيق استخدام الجمل الإنشائية ذات درجة عدم التقرير المنخفضة وبالتالي يتم تصميم هذه الجمل بشكل محافظ وعليه يجب ضرب القوى الزلزالية وبالتالي القص القاعدي المحدد بالعلاقات (14-19-22) بالمعامل ρ الذي يتعلق بنوع الجملة الإنشائية المقاومة للقوى الجانبية ويعطى بالعلاقة التالية:

$$1.0 \le \rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} \le 1.5 \qquad (14\text{-}24)$$

حيث A_B مساحة الطابق الأرضي مقدرة بالمتر المربع .

$r_{\max}$ القيمة الأكبر لـ r_i في الثلثين السفليين من البناء .

r_i قيمة القص النسبية للعنصر الأكثر تعرضاً للقص في الطابق i وتساوي قيمة القص في هذا العنصر منسوبة لقوة القص الإجمالية التي يتعرض لها هذا الطابق وذلك في الاتجاه المدروس، وسيتم شرح الاشتراطات الخاصة لحساب r_i للجمل الإنشائية المختلفة من خلال الأمثلة التي سترد لاحقاً .

يجب أن لا تتجاوز ρ الـ 1.25 للإطارات الخاصة المقاومة للعزوم وفي حال زيادة ρ عن هذه القيمة يجب إضافة مجاز للإطار .

تؤخذ ρ مساوية الواحد في المناطق الزلزالية 2 , 1, 0 وعند حساب الانتقالات في كل المناطق .

يمكن تخفيض ρ إلى 80% من القيمة المحسوبة بالعلاقة (14-24) في حالة الجملة الثنائية.

سنشرح فيما يلي بعض الطرق التقريبية لتقدير قيمة ρ حسب نوع الجملة الإنشائية المستخدمة لمقاومة القوى الجانبية .

أولاً : جمل الإطارات المربطة :

بفرض أن الإطار المربط يحتوي على N_{brace} عنصر قطري تقاوم القص V_i في الطابق i . وبفرض أن H_{avg} هي متوسط المركبات الأفقية للقوى في العناصر القطرية فيمكن بتقريب مقبول كتابة هذه القوة بدلالة القص الطابقي V_i كما يلي:

$$H_{avg} = \frac{V_i}{N_{brace}}$$

ويمكن تحديد المركبة الأفقية الأكبر بشكل تقريبي كما يلي :

$$H_{\max} = 1.25 H_{avg} = 1.25 \frac{V_i}{N_{brace}}$$

$$r_{\max} = \frac{H_{\max}}{V_i} = \frac{1.25}{N_{brace}}$$

وعليه تحدد ρ كما يلي :

$$1.0 \le \rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} \le 1.5$$

$$1.0 \le \rho = 2 - \frac{6.1 N_{brace}}{1.25\sqrt{A_B}} = 2 - \frac{4.9 N_{brace}}{\sqrt{A_B}} \le 1.5 \qquad (14\text{-}25a)$$

ثانياً :جمل الإطارات المقاومة للعزوم :

بفرض أن الإطار يحتوي على N_{bays} فتحة (مجاز) فيحدد القص الوسطي V_{bays} الذي تتحمله الفتحة الواحدة بالعلاقة التالية :

$$V_{bays} = \frac{V_i}{N_{bays}}$$

ويحدد بشكل تقريبي أيضاً القص الأعظمي الذي يمكن أن تتحمله فتحة واحدة كما يلي:

$$H_{\max} = 1.25 V_{bays} = 1.25 \frac{V_i}{N_{bays}}$$

ومنه تحدد $r_{\max}$ و ρ كما يلي :

$$r_{\max} = \frac{H_{\max}}{V_i} = \frac{1.25}{N_{bays}}$$

$$1 \le \rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} = 2 - \frac{4.9N_{bays}}{\sqrt{A_B}} \le 1.5 \qquad (14\text{-}25b)$$

ثالثاً: جملة جدران القص:

يشترط الكود تحديد $r_{\max}$ على أساس عدد أجزاء الجدار ذات الطـول 3m (N_3) التي يساويها الجدار الواحد أي: $N_3 = \frac{l_w}{3}$

حيث l_w طول الجدار الواحد

وبالتالي يحدد وسطي القص الذي يتحمله الجزء الواحد بما يلي: $V_{avg} = \frac{V_i}{N_3}$

ويحدد القص الأعظمي الذي يتحمله الجزء بشكل تقريبي كما يلي :

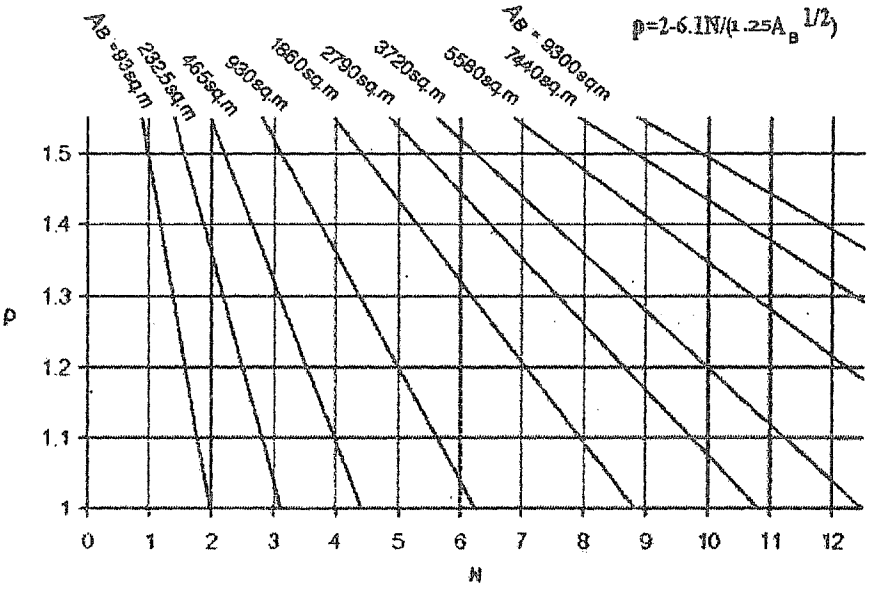
$$H_{\max} = 1.25V_{avg} = \frac{1.25V_i}{N_3}$$

ومنه تحدد كل من r_{max} و ρ كما يلي :

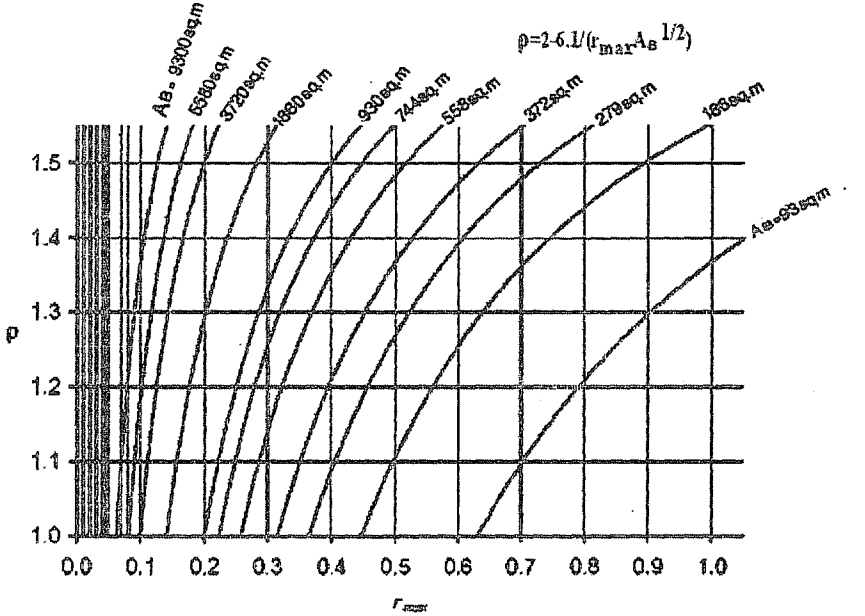
$$r_{\max} = \frac{H_{\max}}{V_i} = \frac{1.25}{N_3}$$

$$1.0 \le \rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} = 2 - \frac{4.9N_3}{\sqrt{A_B}} \le 1.5 \qquad (14\text{-}25c)$$

ويبين الشكلان (2-14) و (3-14) رسماً بيانياً للعلاقتين (14-24,25)



الشكل (14-2)



الشكل (14-3)

14-3-8 حدود الانتقالات الجانبية Drift Limitations

تسمى الانتقالات الناجمة عن القوى الزلزالية التصميمية بالانتقالات التصميمية Δ_s و يمكن حساب هذه الانتقالات بأخذ النقاط التالية بالحسبان :

* يؤخذ معامل الوثوقية وعدم التقرير مساوياً الواحد .
* يهمل الحد الأدنى المفروض على القص القاعدي والممثل بالعلاقة (14-21).
* يستعمل الدور الناتج عن تحليل المنشأ حتى لو تجاوز السقف المفروض بالفقرة (14-2-3).

تحدد الاستجابة العظمى غير المرنة بالعلاقة التالية :

$$\Delta_M = 0.7R\Delta_s \qquad (14\text{-}26)$$

حيث R معامل الجملة الإنشائية المحدد بالجدول (14-4).

يتم التحكم بالانتقالات بدلالة الانزياح الطابقي الذي يعرف بأنه الانتقال الجانبي لطابق بالنسبة للطابق الأسفل منه مباشرة و يحدد الانزياح الطابقي من الاستجابة العظمى غير المرنة المحددة بالعلاقة (14 -26) .

يجب أن تشتمل الانتقالات على تأثيري الحركة الانسحابية والفتل ولهذا يجب تحقيق الانزياح الجانبي في مستوى العناصر المقاومة للقوى الجانبية بشكل عام عند أطراف البناء.

تحدد القيمة العظمى للانزياح الجانبي بإحدى العلاقتين التاليتين :

عندما $T < 0.7$ sec $\quad \Delta_a \le 0.025\ h \qquad (14\text{-}27a)$

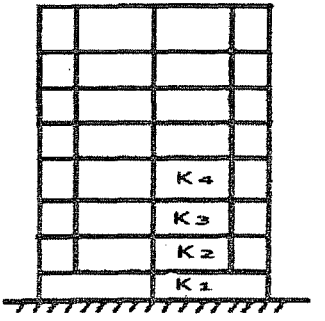
عندما $T \ge 0.7$ sec $\quad \Delta_a \le 0.02\ h \qquad (14\text{-}27b)$

حيث h ارتفاع الطابق .

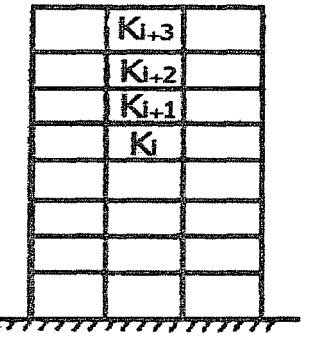
14-3-9 عدم الانتظام الإنشائي Structural Irregularity

حدد ملحق الكود الثاني أشكال عدم الانتظام الإنشائي فتم تقسيمها إلى الفئتين التاليتين:

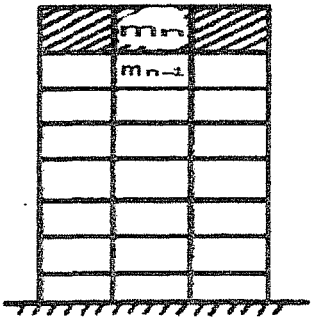
- **عدم انتظام إنشائي شاقولي:** ويشمل الطابق اللين والطابق الضعيف والتغير الكبير في الكتلة من طابق لآخر والتغير الكبير في الأبعاد وعدم الاستمرار في مواقع العناصر المقاومة للقوى الجانبية في مستوييها. ويحتوي الجدول (11-14) تبويباً وشرحاً كاملاً لهذه الأنواع من درجات عدم الانتظام. ويوضحها الشكلان (14-4,5)
- **عدم انتظام في المستوي:** يحدث في الأبنية التي تحتوي هذا النوع من عدم الانتظام عزم فتل كبير عند تعرضها لقوى زلزالية ويشتمل على الأبنية التي مسقطها على شكل (L) أو التي تحتوي عدم استمرار في بلاطات الأسقف أو التي تحتوي عدم استمرار في مسار القوى الجانبية أو التي تكون عناصر مقاومة القوى الجانبية فيها غير متوازية فيما بينها أو لا توازي محاور البناء. ويحتوي الجدول (12-14) تبويباً وشرحاً كاملاً لهذه الأنواع من درجات عدم الانتظام. ويوضحها الشكل (14-6)



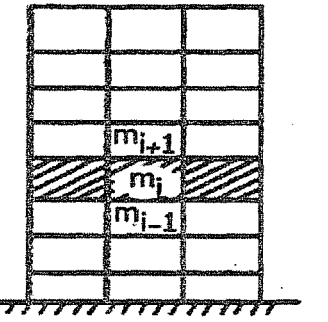
$3K_1/(K_2+K_3+K_4) < 0.8$
or $K_1/K_2 < 0.7$



$3K_i/(K_{i+1}+K_{i+2}+K_{i+3}) < 0.8$
or $K_i/K_{i+1} < 0.7$

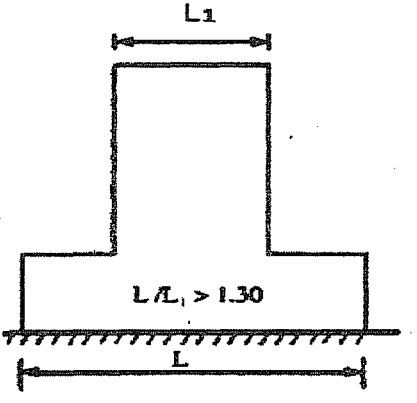


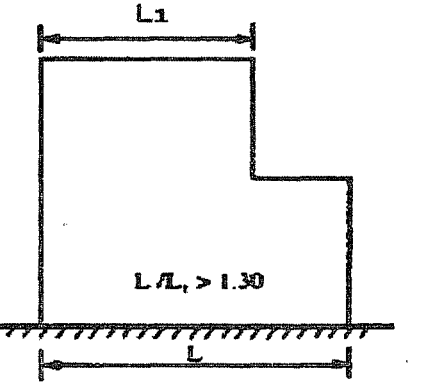
$m_n/m_{n-1} > 1.5$



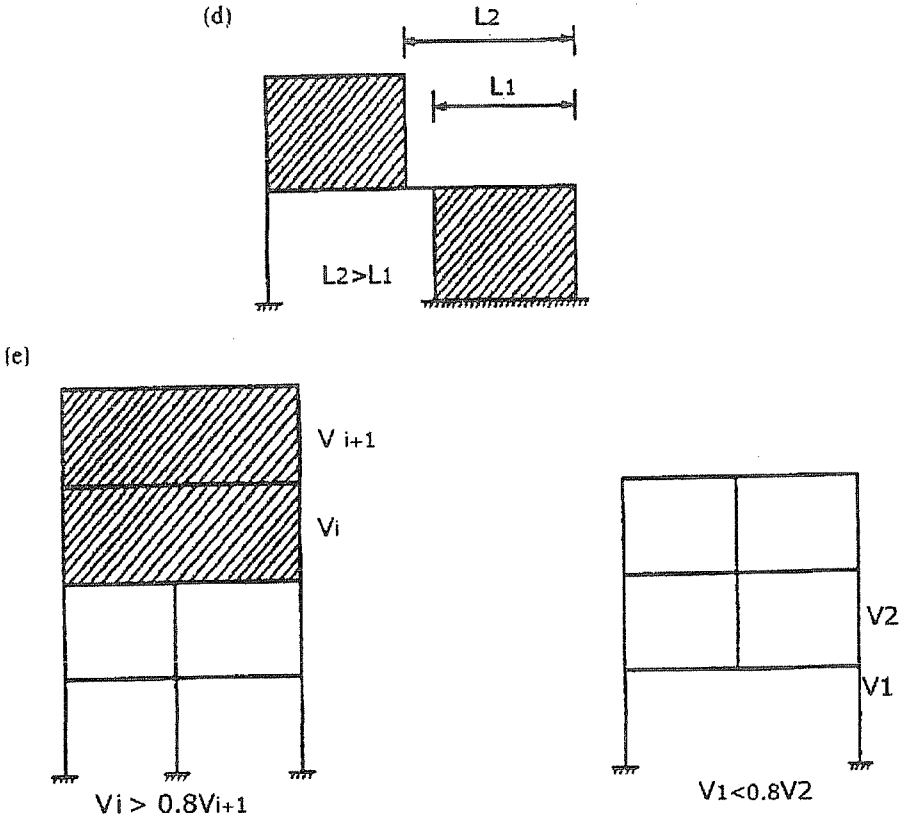
$m_i/m_{i+1} > 1.5$

or $m_i/m_{i-1} > 1.5$

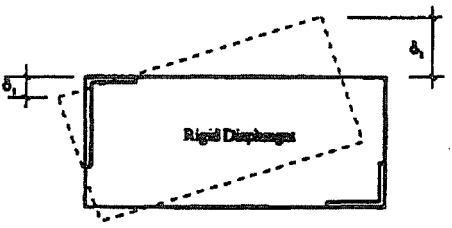




الشكل (14-4)

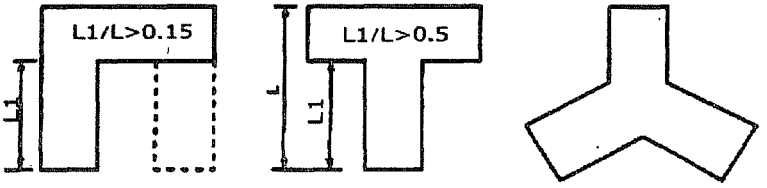


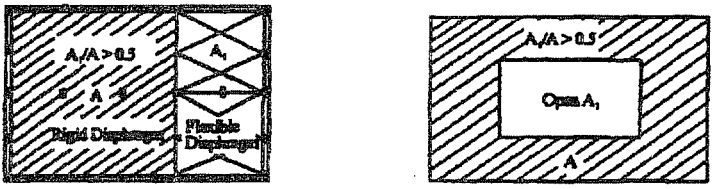
الشكل (14-5)

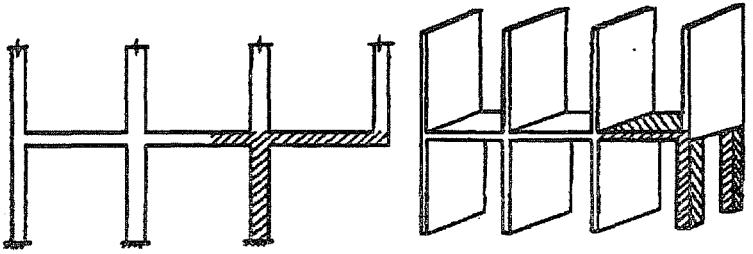


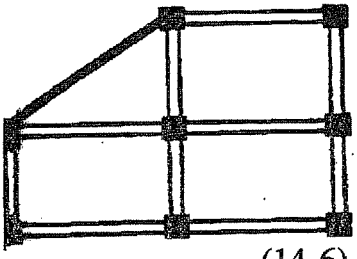
$\delta_2 > 0.6(\delta_1 + \delta_2)$

δ Is story drift









الشكل (14-6)

14-3-10 توزيع القوى الزلزالية في الطابق الواحد

لقد بينا في الفقرة (6-2-14) طريقة مبسطة لتوزيع القص القاعدي على الطوابق المختلفة في البناء . وبالتالي تحديد حصة كل طابق من القص القاعدي. وسنشرح في هذه الفقرة طريقة لتحديد مساهمة كل جملة إنشائية (جدار قص، إطار مربط، إطار) في كل طابق في تحمل حصتها من القص القاعدي. وسنميز حالتين الأولى عندما ينطبق مركز الصلابة على مركز الكتلة والثانية عندما لا يحدث هذا الانطباق.

الحالة (1): ينطبق مركز الصلابة (أو مركز الدوران) على مركز الكتلة.

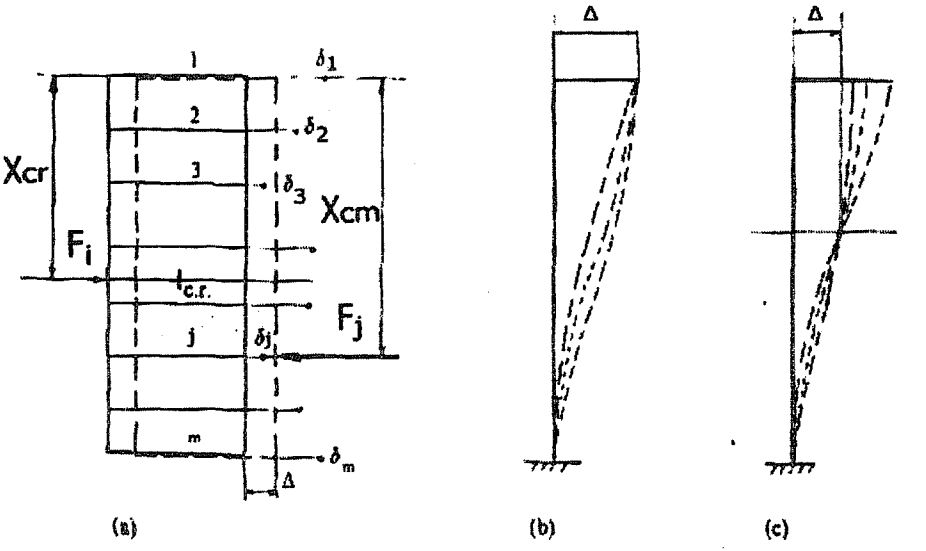
* يتم فرض أن البلاطات الطابقية (الديفرامات) لا متناهية الصلابة في مستوياتها فتستطيع جعل الانتقالات في الطابق الواحد متساوية.
* يتم تحليل كل جملة إنشائية بشكل منفصل تحت تأثير واحدة الحمل مطبقة في الطابق المدروس وذلك لتحديد الانتقالات. هذه الانتقالات تحتوي خصائص الجملة الإنشائية وتعكس صلابتها وبالتالي يمكن استعمالها لتحديد القوى الجانبية الحقيقية.

يبين الشكل (14-7a) مسقط أحد الطوابق في مبنى مبين عليه الجمل الإنشائية $j,..,2,1$ التي تقاوم القوى الجانبية باتجاه محدد. عندما تطبق واحدة القوى على كل جملة على حدا ينتج عنها انتقالات في نفس الاتجاه قدرها $\delta_m,...,\delta_j,...,\delta_2,\delta_1$ إذا كان مركز كتلة الطابق و مركز صلابته منطبقين يمكن كتابة معادلة التوازن على النحو التالي :

$$\sum F_{vj} = F_i \qquad (14\text{-}28)$$

حيث F_{vj} القوة الزلزالية التي تقاومها الجملة الإنشائية j .(القص المباشر)

F_i القوة الزلزالية الكلية المطبقة على الطابق i في الاتجاه المدروس.



الشكل (14-7)

بتطبيق القوى F_{vj} (j=1,.....,m) على الجمل الإنشائية في الطابق i تنتقل انتقالاً متساوياً قدره Δ_i وبتطبيق مبادئ نظرية المرونة نكتب :

$$\frac{F_{vj}}{\Delta_i} = \frac{1}{\delta_j} \Rightarrow F_{vj} = \frac{\Delta_i}{\delta_j} \qquad (14\text{-}29)$$

نعوض العلاقة (14–29) في العلاقة (14–28) فينتج :

$$\sum_j \frac{\Delta_i}{\delta_j} = F_i \Rightarrow \Delta_i = F_i \frac{1}{\sum_j 1/\delta_j} \qquad (14\text{-}30)$$

نعوض هذه العلاقة في العلاقة (14–29) ينتج :

$$F_{vj} = F_i \cdot \frac{R_j}{\sum_j R_j} \qquad (14\text{-}31)$$

حيث : $R_j = 1/\delta_j$ تمثل صلابة الجملة j عند الطابق i . في الاتجاه المدروس.

يعرف مركز الصلابة أو الدوران على أنه نقطة من الطابق إذا مرت فيها محصلة القوى الزلزالية F_i لن تحدث دوراناً وبالتالي لن يخضع الطابق إلى عزم فتل وعليه يحدد إحداثيات مركز صلابة الطابق i بتطبيق معادلات التوازن :

$$F_{xi} y_{cri} = \sum_{j=1}^{m2} F_{vxj} y_j \ , \qquad F_{yi} x_{cri} = \sum_{j=1}^{m1} F_{vyj} x_j$$

نبدل العلاقة (14-31) في هاتين العلاقتين فينتج احداثيي مركز الصلابة:

$$x_{cri} = \frac{\sum_{j=1}^{m1} R_{yj} x_j}{\sum_{j=1}^{m1} R_{yj}} , \qquad y_{cri} = \frac{\sum_{j=1}^{m2} R_{xj} y_j}{\sum_{j=1}^{m2} R_{xj}} \qquad (14\text{-}32a,b)$$

حيث:

R_{xj} صلابة الجمل الإنشائية التي تقاوم القوى الزلزالية بالاتجاه x وعددها m2

R_{yj} صلابة الجمل الإنشائية التي تقاوم القوى الزلزالية بالاتجاه y وعددها m1

الحالة (2): عندما لا ينطبق مركز الصلابة على مركز الكتلة بلا مركزية قدرها e يجب أن تقام الجمل الإنشائية قوى قص إضافية ناتجة عن الفتل الناتج من ضرب القوة الزلزالية الطابقية باللامركزية وتحدد قوة القص الإضافي بالعلاقة التالية :

$$F_{ij} = T_i \cdot \frac{R_j d_j}{\sum R_j d_j^{\,2}} \qquad (14\text{-}33)$$

$$T_i = F_i \bar{e} \qquad (14\text{-}34)$$

حيث:

d_j بعد الجملة الإنشائية (جدار القص ، الإطار ،.....) المقاومة للقوى الزلزالية عن مركز الصلابة .

$\bar{e}$ تساوي اللامركزية e أو e_{acc} أيهما أكبر في حالة الطريقة الستاتيكية الأولى حيث e_{acc} تساوي 5% من بعد البناء المتعامد مع منحى القوة الزلزالية. أما في حالة الطريقة الستاتيكية الثانية فإن $\bar{e} = e \pm e_{acc}$ ويجب الانتباه إلى أن e_{acc} تضاف أو تطرح بحيث يكون القص الكلي الناتج اكبر مايمكن.

14-3-11 تراكبات الأحمال

عند تصميم المباني والمنشآت الخرسانة وكل الأجزاء المكونة لها لمقاومة أفعال الزلازل يجب تحقيق تراكبات الأحمال التالية :

$$1.5D + 1.8L \qquad (14\text{-}35)$$

$$1.1(1.2D \pm 1.0E + f_1 L + f_2 S) \qquad (14\text{-}36)$$

$$1.1(0.9D \pm 1.0E) \qquad (14\text{-}37)$$

حيث D،L،S الأفعال الناتجة عن الأحمال الميتة والحية والثلج على الترتيب .

f_1 تساوي 1.0 للأسقف في المواقع ذات التجمعات العامة وفي الأماكن التي تتجاوز فيها الإحمال الحية $5kN/m^2$ وتساوي 0.5 لباقي المواقع .

f_2 وتساوي 0.7 للأسقف النهائية ذات الأشكال الخاصة والتي لا تسمح بطرح الثلج بعيداً عن المنشأ وتساوي 0.2لباقي أشكال الأسقف النهائية .

E الأفعال الناتجة عن الزلازل وتحدد بالعلاقة التالية :

$$E = \rho E_h + E_v \qquad (14\text{-}38)$$

E_h الأفعال الناتجة عن الهزة الأرضية وتحسب من القص القاعدي V المحدد وفقاً للفقرة (14-3-1) .

ρ معامل الوثوقية وعدم التقرير المحدد وفقاً للفقرة (14-3-7).

E_v الأفعال الناتجة عن المركبة الشاقولية للهزة الأرضية ويعطى بالعلاقة التالية :

$$E_v = 0.5 C_a I D \qquad (14\text{-}39)$$

بتعويض العلاقة (39-14) في العلاقة (38-14) والناتج في العلاقتين (37و36,-14) ينتج العلاقات التالية :

$$1.1[(1.2 \pm 0.5C_a I)D \pm \rho E_h + f_1 L + f_2 S] \qquad (14\text{-}40)$$

$$1.1[(0.9 \pm 0.5C_a I)D \pm \rho E_h] \qquad (14\text{-}41)$$

في بعض الحالات الخاصة كتلك الناتجة عن احتواء المنشأ عدم انتظام من النوعين الرابع الشاقولي أو المسقط الأفقي (انقطاع في مسار الأحمال) فإن كافي العناصر الساندة لمثل هذه الجمل يجب أن تحقق أيضاً حالات تراكب الأحمال الزلزالية الخاصة التالية :

$$1.2D \pm 1.0E_m + f_1 L \qquad (14\text{-}42)$$

$$0.9D \pm 1.0E_m \qquad (14\text{-}43)$$

حيث :

$$E_m = \Omega_o E_h \qquad (14\text{-}44)$$

Ω_0 معامل تكبير القوة الزلزالية يحدد من الجدول (4-14) حسب نوع الجملة الإنشائية ويأخذ بالحسبان المقاومة الإنشائية الإضافية (المتبقية في المنشأ بعد تشكل أو مفصل لدن فيه).

14-3-12 تأثير الحركات الشاقولية على الأظفار الأفقية :

تطبق الاشتراطات التالية في المناطق الزلزالية (3) و(4) فقط :

تصمم الأجزاء الظفرية الأفقية على قوة صافية (أي بدون أن يحسم منها الأوزان الرأسية المتجهة للأسفل) تتجه إلى الأعلى وقدرها ($0.7C_a.I.W_p$) بالإضافة لكافة تراكيب الأحمال الممكنة الأخرى.

أما العناصر الأفقية سابقة الإجهاد فيجب أن تصمم باستعمال ما لا يزيد على (50%) من الأحمال الميتة بمفردها أو بالتراكيب مع تأثيرات القوى الجانبية.

الجدول (4-14)

الجمل الإنشائية الأساسية	وصف جملة مقاومة القوى الجانبية	R	Ω_0	حدود الارتفاع للمناطق الزلزالية 3،4 (m)
1- جملة الجدران الحاملة	(1) جمل الجدران المدعمة بإطارات خفيفة مع عوارض ألواح للقص.			
	أ- جدران مؤلفة من ألواح خشبية لمنشآت لا تتجاوز ثلاث طوابق	5.5	2.8	20
	ب- كافة الجدران الأخرى المدعمة بإطارات خفيفة	4.5	2.8	20
	(2) جدران القص :			
	أ- من الخرسانة .	4.5	2.8	48
	ب- حجرية .	4.5	2.8	48
	(3) جدران حاملة مدعمة بإطارات خفيفة من الفولاذ باستعمال شبكة تربيط شد فقط .	2.8	2.2	20
	(4) إطارات مربطة حيث تحمل شبكة التربيط أحمال الجاذبية:			
	أ- فولاذ.	4.4	2.2	48
	ب -خرسانة.	2.8	2.2	-
	ج- خشب ثقيل.	2.8	2.2	20
2 -جملة البناء الهيكلي	(1) إطار فولاذ مربط لا مركزياً (EBF)	7.0	2.8	73
	(2) جدران مؤطرة (مدعمة) بإطارات خفيفة مع ألواح مقاومة للقص			
	أ- جدران مؤلفة من ألواح خشبية إنشائية لمنشآت لا تتجاوز ثلاثة طوابق.	6.5	2.8	20
	ب- كافة الجدران المدعمة بإطارات خفيفة.	5.0	2.8	20
	(3) جدران القص :			
	أ – من الخرسانة.	5.5	2.8	73
	ب – حجرية.	5.5	2.8	48

تابع الجدول (4-14)

الجمل الإنشائية الأساسية	وصف جملة مقاومة القوى الجانبية	R	Ω_0	حدود الارتفاع للمناطق الزلزالية (m) 3،4
2 -جملة البناء الهيكلي	(4) الإطارات العادية المكتفة (المربّطة):			
	أ – فولاذ .	5.6	2.2	48
	ب – خرسانة .	5.6	2.2	-
	ج – خشب ثقيل.	5.6	2.2	20
	(5) الإطارات الخاصة المكتفة (المربّطة) مركزياً:			
	آ – فولاذ.	6.4	2.2	73
3- الجمل الإنشائية العامة المقاومة للعزم	(1) إطار خاص مقاوم للعزوم (SMRF) :			
	أ – فولاذ.	8.5	2.8	N.L.
	ب- خرسانة [4] .	8.5	2.8	N.L.
	(2) إطار جداري حجري مقاوم للعزوم(MMRWF).	6.5	2.8	48
	(3) إطار من الخرسانة متوسط المقاومة للعزوم [5] (IMRF)	5.5	2.8	-
	(4) إطار عادي مقاوم للعزوم (OMRF) :			
	أ – من الفولاذ .	4.5	2.8	48
	ب – من الخرسانة	3.5	2.8	-
	(5) الإطارات الفولاذية الشبكية الخاصة المقاومة للعزوم (STMF):	6.5	2.8	73

تابع الجدول (4-14)

الجمل الإنشائية الأساسية	وصف جملة مقاومة القوى الجانبية	R	Ω_0	حدود الارتفاع للمناطق الزلزالية 3،4 (m)
4- الجمل الثنائية (المختلطة الخاصة).	(1) جدران قص :			
	أ – من الخرسانة مع SMRF	8.5	2.8	N.L.
	ب – من الخرسانة مع OMRF من الفولاذ.	4.2	2.8	48
	ج – من الخرسانة مع IMRE من الخرسانة.	6.5	2.8	48
	د – حجري مع SMRF .	5.5	2.8	48
	(1) جدران قص :			
	هـ – حجري مع MORF من الفولاذ .	4.2	2.8	48
	و – حجري مع IMRF [3] من الخرسانة .	4.2	2.8	-
	ز – حجري مع حجري MMRWF.	6.0	2.8	48
	(2) إطار من الفولاذ المكتف (مربط) لا مركزياً EBF :			
	أ – مع SMRF من الفولاذ .	8.5	2.8	N.L.
	ب – مع OMRF من الفولاذ.	4.2	2.8	48
	(3) – إطارات مكتفة (مربطة) اعتيادية :			
	أ- فولاذية مع SMRF من الفولاذ .	6.5	2.8	N.L.
	ب- فولاذية مع OMRF من الفولاذ .	4.2	2.8	48
	ج – خرسانية مع SMRF [3] من الخرسانة.	6.5	2.8	-
	د – خرسانية مع IMRF [3] من الخرسانة	4.2	2.8	-
	(4) الإطارات الخاصة المربطة مركزياً:			
	آ – الفولاذية مع SMRF فولاذ .	7.5	2.8	N.L.
	ب – الفولاذية مع OMRF فولاذ	4.2	2.8	48

تابع الجدول (4-14)

الجمل الإنشائية الأساسية	وصف جملة مقاومة القوى الجانبية	R	Ω_0	حدود الارتفاع للمناطق الزلزالية (m) 3،4
5-المباني ذات الجمل المؤلفة من أعمدة ظفرية	(1) عناصر من الأعمدة الظفرية.	2.2	2.0	10 (7)
6- الجمل ذات الفعل المتبادل بين الإطار وجدار القص	(1) من الخرسانة (8).	5.5	2.8	48

NL ليس له حدود .

(1) راجع المادة (4-5) بشأن تراكيب الجمل الإنشائية .

(2) الجمل الإنشائية الرئيسية معرفة في المادة (3-7).

(3) محظورة في المناطق الزلزالية (3) و (4) .

(4) وتتضمن الخرسانة مسبقة الصنع المادة (8-2) .

(5) محظورة في المناطق الزلزالية (3) و (4) ، باستثناء ما هو مسموح به في المادة (8-2) .

(6) الإطارات الاعتيادية المقاومة للعزوم في المنطق الزلزالية (1) تأخذ قيمة (R) مساوية ل(8).

(7) الارتفاع الكلي للمبنى بما فيه الأعمدة الكابولية (الظفرية).

(8) محظورة في المناطق الزلزالية (2A)، (2B) ، (2C) ، (3) و (4) .راجع البند (7-11-6).

الجدول (14-5) المعامل الزلزالي (C_v)						
نموذج مقطع التربة	معامل المنطقة الزلزالي (Z)					
	Z =0.075	Z =0.15	Z =0.2	Z =0.25	Z =0.3	Z =0.4
S_A	0.06	0.12	0.16	0.20	0.24	$0.32\,N_v$
S_B	0.08	0.15	0.20	0.25	0.30	$0.40\,N_v$
S_C	0.13	0.25	0.32	0.34	0.45	$0.56\,N_v$
S_D	0.18	0.32	0.40	0.47	0.54	$0.64\,N_v$
S_E	0.26	0.50	0.64	0.74	0.84	$0.96\,N_v$
S_F	انظر الملحوظة (1)					

الجدول (14-6) المعامل ألزلزالي (C_a)						
نموذج مقطع التربة	معامل المنطقة الزلزالي (Z)					
	Z =0.075	Z =0.15	Z =0.2	Z =0.25	Z =0.3	Z =0.4
S_A	0.06	0.12	0.16	0.20	0.24	$0.32\,N_a$
S_B	0.08	0.15	0.20	0.25	0.30	$0.40\,N_a$
S_C	0.09	0.18	0.24	0.29	0.33	$0.40\,N_a$
S_D	0.12	0.22	0.28	0.32	0.36	$0.44\,N_a$
S_E	0.19	0.30	0.34	0.39	0.36	$0.36\,N_a$
S_F	انظر الملحوظة (1)					

(1) لتحديد المعاملات الزلزالية للتربة ذات المقطع الجانبي من النوع (S_F) يجب إجـراء تحريـات ودراسات جيوتكنيكية حقلية وإجراء التحليل الديناميكي لاستجابة الموقع .

عند حساب Ca يمكن لـ Na أن لاتتجاوز 1.1 عندما تحقق المنشآت الشروط التالية:

- نوع مقطع التربة S_A أو S_B أو S_C أو S_D .
- $\rho = 1.0$
- عندما لايوجد في المنشأ عدم انتظام شاقولي من الأنواع 1 و4 و5 حسب لجدول (14-11).
- عندما لايوجد في المنشأ عدم انتظام أفقي من الأنواع 1 و4 حسب الجدول (14-12).

الجدول (7-14) تصنيف التربة وخواصها الزلزالية				
		الخصائص الوسطية للتربة ذات العمق (30.5 m) من المقطع الجانبي		
نموذج المقطع الشاقولي للتربة	تسمية المقطع الجانبي للتربة (الوصف العام)	سرعة أمواج القص $\overline{V}_S$ (m/sec)	تجربة الاختراق النظامية (N) أو (N_{CH}) للترب غير المتماسكة من طبقات التربة (blow/ft)	مقاومة القص غير المصرفة (kPa) $\overline{S}_U$
S_A	صخر صلب (قاس)	1500	–	–
S_B	صخر	760–1500	–	–
S_C	تربة ذات كثافة عالية جداً وصخر طري (كونغلوميرات)	360–760	> 50	> 100
S_D	تربة صلبة	180–360	15–50	50–100
S_E (1)	تربة طرية	< 180	< 15	< 50
S_F .	تربة تتطلب دراسة خاصة في الموقع			

(1) يشمل صنف المقطع الجانبي للتربة (S_E) أيضاً أي مقطع جانبي بسماكة أكبر من (3 m) من الطين (الغضار) الطري المعرف على أن قرنية لدونته PI > 20، $w_{me} \geq 40\ \%$ و ($\overline{S}_U$ < (24 kPa . تحدد قرينة اللدونة ، PI ، والمحتوى الرطوبي w_{me} وفق المواصفات الوطنية المعمول بها .

الجدول (8-14) نوع المصدر الزلزالي [1]			
تعريف المصدر الزلزالي		وصف المصدر الزلزالي	نوع المصدر الزلزالي
معدل الانزلاق SR (mm/year)	قيمة مقدار الزلزال الأعظمي بمقياس ريختر (M)		
R ≥ 5	M ≥ 7.0	صدوع جيولوجية قادرة على توليد حوادث زلزالية كبيرة وتتمتع بمعدل مرتفع من النشاطات الزلزالية .	A
SR < 5 SR > 2 SR > 2	M ≥ 7.0 M < 7.0 M ≥ 6.5	كافة الصدوع غير النماذج (A) ، (C).	B
SR ≤ 2	M < 6.5	صدوع جيولوجية غير قادرة على توليد حوادث زلزالية كبيرة وتتمتع بمعدل منخفض من النشاطات الزلزالية.	C

(1) يجب أن يحدد تصنيف المصدر بناءً على طبيعة الموقع الخاصة .

(2) يجب أن يترافق كلاً من شرطي القيمة العظمى للعزم ومعدل الإنزلاق بشكل كافٍ عند تحديد نموذج المصدر الزلزالي .

الجدول (14-9) معامل القرب من المصدر [1] (N_a)			
نموذج المصدر الزلزالي	المسافة الأكثر قرباً من المصدر الزلزالي المعروف [2,3]		
	≤ 2 km	5 km	≥ 10 km
A	1.5	1.2	1.0
B	1.3	1.0	1.0
C	1.0	1.0	1.0

الجدول (14-10) معامل القرب من المصدر [1] (N_v)				
نموذج المصدر الزلزالي	المسافة الأكثر قرباً من المصدر الزلزالي المعروف [2,3]			
	≤ 2 km	5 km	10 km	≥ 15 km
A	2.0	1.6	1.2	1.0
B	1.6	1.2	1.0	1.0
C	1.0	1.0	1.0	1.0

(1) يمكن حساب قيمة معامل القرب من المصدر بالتناسب الخطي وذلك للمسافات غير تلك الواردة في الجدول .

(2) يجب تحديد موقع وشكل المصادر الزلزالية المستعملة في التصميم بناءً على معطيات جيوتكنيكية مصادق عليها .

(3) المسافة الأكثر قرباً من المصدر الزلزالي يؤخذ على أنها المسافة الدنيا بين الموقع والمساحة المحددة بالمسقط الرأسي للمصدر على السطح (أي المسقط السطحي لمستوى الصدع) ولا ضرورة للمسقط السطحي أن يشمل أجزاء من المصدر تقع على أعماق تساوي أو تزيد على (10 Km).

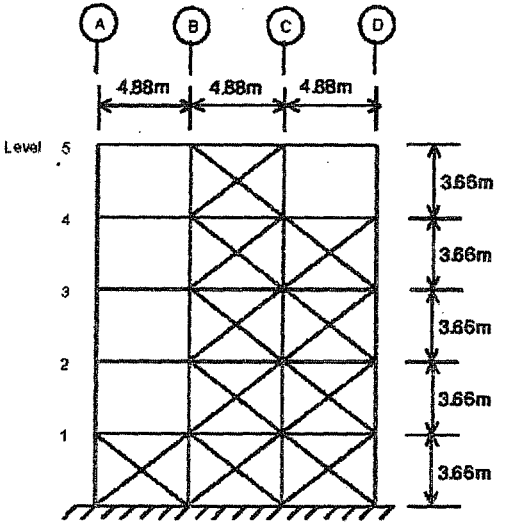
يجب اعتماد القيمة الأكبر لمعامل القرب من المصدر في التصميم بعد الأخذ بالحسبان كافة المصادر الأخرى.

الجدول (11-14) أنواع عدم الانتظام الإنشائي الرأسي و تعريفها
(1) **عدم انتظام في القساوة (الطابق اللين)**: يكون الطابق ليناً إذا كانت قساوته الجانبية أقل من 70% من قساوة الطابق الذي يعلوه أو أقل من 80 % من متوسط القساوات للطوابق الثلاثة التي تعلوه .
(2) **عدم انتظام في الوزن (الكتلة)** : يعتبر عدم الانتظام هذا موجوداً عندما تكون الكتلة الفعالة لأي طابق أكبر من 150 % من الكتلة الفعالة لطابق مجاور. و لا يؤخذ عدم الانتظام هذا بالحسبان عندما يكون السقف الأخير أخف وزناً من الطابق الذي تحته .
(3) **عدم انتظام هندسي في الاتجاه الرأسي** : يوجد هذا النوع من عدم الانتظام عندما يكون البعد الأفقي للجملة الإنشائية المقاومة للقوى الجانبية في أي طابق يزيد على 130 % عن البعد الأفقي للطابق المجاور ولا يدخل الملحق المتراجع ذي الطابق الواحد في هذا التعريف.
(4) **انقطاع في المستوي في العناصر الرأسية المقاومة للقوى الجانبية** : وهو انزياح في المستوي لعنصر ما من عناصر مقاومة القوى الجانبية يفوق طول هذا العنصر.
(5) **انقطاع في الاستطاعة (الطابق الضعيف)**: الطابق الضعيف هو طابق مقاومته أقل من 80 % من مقاومة الطابق الذي يعلوه. إن مقاومة الطابق هي مجموع مساهمات العناصر المقاومة للزلازل على القص لهذا الطابق وذلك بالاتجاه المدروس وتحسب مساهمة كل عنصر من طاقة تحمله للعزم بأعلى وأسفل الطابق .

الجدول (12-14) أنواع عدم الانتظام الإنشائي في المسقط الأفقي وتعريفها
(1). عدم انتظام الفتل: . يعد عدم الانتظام هذا موجوداً عندما تكون الديافرامات غير لينة وعندما تزيد إزاحة الطابق العظمى عند أحد طرفي المنشأة وبشكل متعامد مع محور ما (محسوبة بعد أخذ الفتل الطارئ) على (1.2) مرة متوسط إزاحة نهايتي الطابق
(2). الزوايا الداخلية (Re–entrant Corners):يقال عن المسقط الأفقي لمنشأة (بما فيها جملة مقاومة القوى الجانبية) أنه يحتوي على زوايا داخلية ، عندما يكون بروز المنشأة بعد الزاوية الداخلية أكبر من % 15 من بعد مسقط المنشأة بالاتجاه المدروس
(3) الانقطاع في الديافرام: الديافرامات الحاوية على انقطاعات مفاجئة أو تغيرات في الجساءة (بما فيها تلك الحاوية على مساحات مقطوعة أو مفتوحة أكبر من 50% من المساحة الكلية المجملة للديافرام) أو هناك تغيرات في القساوة الفعالة للديافرام تزيد على50% من طابق لآخر
(4) تغيرات مفاجئة خارج المستوى: وتشمل الانقطاعات في مسار القوة الجانبية مثل التغيرات المفاجئة للعناصر الرأسية خارج مستويها مثل جدار قص في الطابق الأعلى انتقل إلى موقع آخر مواز في غير مستوية
(5) الجمل غير المتوازية: تكون فيها العناصر الرأسية المقاومة للأحمال الجانبية غير موازية للمحاور المتعامدة الرئيسية لجملة مقاومة القوى الجانبية أو غير متناظرة حول هذه المحاور

مثال (3-14)

يبين الشكل أدناه أحد الإطارات المربطة التي تقاوم القوى الجانبية في بناء مؤلف من خمس طوابق ومساحة مسقطه في الطابق الأرضي $446\ m^2$ حدد المعامل ρ إذا علمت أن الإطار المبين في الشكل له أكبر مساهمة في مقاومة القوى الزلزالية وأن المعلومات اللازمة مبينة في الجدول أدناه :



الطابق i	القص الطابقي $V_i ton$	القوة المحورية العظمى $E_h ton$	المركبة الأفقية $H_X ton$	$r_i = \frac{H_X}{V_i}$
1	433	124	99.2	0.23
2	332	132	106	0.32
3	235	50	40	0.17
4	145	42	33.6	0.23

تجدر الملاحظة أن تحديد r_i في الطابق الخامس غير مطلوبة كون الطابق يقع في الثلث العلوي من البناء وأن E_h هي أكبر قوة محورية يتعرض لها أحد عناصر شبكة التربيط القطرية في الطابق i نتيجة الهزة الأرضية وأن $H_x = (4/5)E_h$.

تحدد r_i للإطارات المربطة بقسمه أكبر مركبة أفقية للقوة المحورية (H_x) لعنصر تربيط في الطابق مقسومة على القص الطابقي (V_i) .

يتضح من الجدول أن $r_{max} = 0.32$ و بناء عليه يتم حساب ρ كما يلي :

$$\rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} = 2 - \frac{6.1}{0.32\sqrt{446}} = 1.1$$

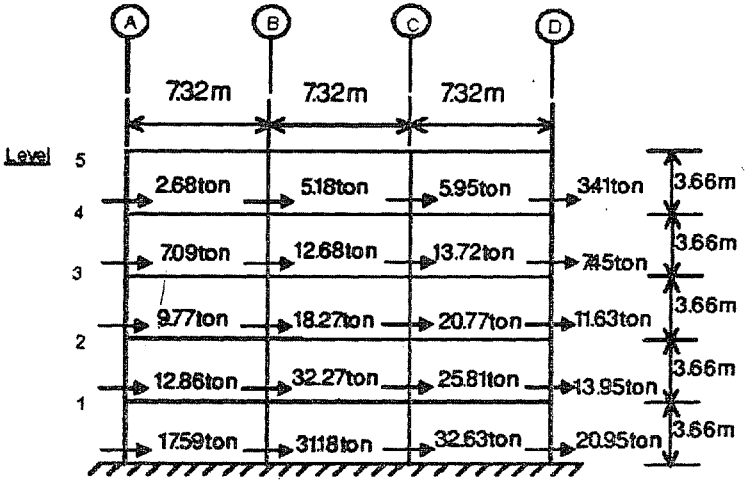
مثال (14-4)

يبين الشكل أدناه أحد الإطارات الخاصة المقاومة للعزوم التي تقاوم القوى الجانبية في بناء مؤلف من خمس طوابق ومساحة مسقط الطابق الأرضي فيه 750m^2 . حدد المعامل ρ إذا علمت أن الإطار المبين في الشكل أدناه له أكبر مساهمة في مقاومة القوى الزلزالية وأن القص الذي تتعرض له الأعمدة مبين في الشكل أدناه .

الحل:

باعتبار أن القص الذي يتعرض له الأعمدة الواقعة على المحاور D,C,B,A هو على الترتيب V_D, V_C, V_B, V_A فتحدد r_i في الطابق i على أنها القيمة الأكبر من حاصل قسمة كل من $(V_A + 0.7V_B)$ أو $0.7(V_B + V_C)$ أو $(0.7V_C + V_D)$ على القص الطابقي V_i وذلك وفق اشتراطات الكود حيث يؤخذ في الحساب 70% من القص الذي يتعرض له العمود المشترك بين مجازين.

مجازين. ويبين الجدول التالي نتائج الحساب:



الطابق i	$V_i ton$	$V_A + 0.7V_B$ ton	$0.7(V_B + V_C)$ ton	$0.7V_C + V_D$ ton	r_i
1	176	39.4	44.67	43.79	0.254
2	139	35.45	40.66	32.01	0.293
3	103.6	22.56	27.33	26.17	0.264
4	68.6	15.97	18.47	17.04	0.269

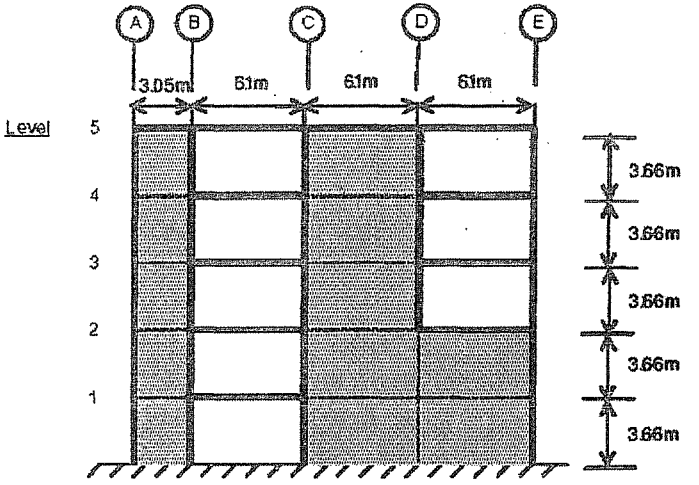
لا حاجة لحساب r_i في الطابق الخامس لأن هذا الطابق يقع في الثلث العلوي من البناء.

يتضح من الجدول أعلاه أن $r_{max} = 0.293$ ومنه تحدد قيمة ρ كما يلي:

$$1.0 \le \rho = 2 - \frac{6.1}{0.293\sqrt{750}} = 1.24 < 1.25 \qquad ok$$

مثال (5-14)

يبين الشكل أدناه الجملة الإنشائية (جملة إطارية مع جدران قص) التي تقاوم القوى الجانبية في بناء مؤلف من خمس طوابق مساحته في الطابق الأرضي $782m^2$ ويبين الجدول أدناه قيمة القص الطابقي V_i وقيمة القص الذي يتعرض له كل جدار (V_{wi}).



الطابق i	$V_i\ ton$	الجدار الأول		الجدار الثاني	
		$V_{wi}\ ton$	$l_{wi}\ m$	$V_{wi}\ ton$	$l_{wi}\ m$
1	165	15.5	3.05	42	12.20
2	131	12.2	3.05	34.2	12.20
3	95	16.5	3.05	31.5	6.10
4	48	8.9	3.05	18.0	6.1

حيث الجدار الأول : هو جدار القص بين المحورين B,A .

الجدار الثاني : هو جدار القص بين المحاور D,C,E .

الحـــــــــــل :

تحسب قيمة r_i لجمل جدران القص في الطابق i على أنها القيمة العظمى لـــ $\frac{V_{wi}}{V_i}\times(\frac{3.0}{l_{wi}})$ حيث l_{wi} طول الجدار المدروس في الطابق . i ويلخص الجدول التالي النتائج:

الطابق i	$V_i ton$	الجدار الأول	الجدار الثاني	r_i
		$\frac{V_{wi}}{V_i}\times\frac{3.0}{l_{wi}}$	$\frac{V_{wi}}{V_i}\times\frac{3.0}{l_{wi}}$	
1	165	0.094	0.064	0.094
2	131	0.093	0.065	0.093
3	95	0.174	0.165	0.174
4	48	0.185	0.190	0.19

لا حاجة لحساب r_i في الطابق الخامس لأن هذا الطابق يقع في الثلث العلوي من البناء.

من الجدول يتضح أن :

$$r_{\max}=r_4=0.19$$

إذاً:

$$\rho=2-\frac{6.1}{0.19\sqrt{782}}=0.85\Rightarrow\rho=1.0$$

مثال (6-14)

مبنى مؤلف من طابق واحد يقاوم قوى الزلازل بواسطة جدران القص المبينة في الشكل أدناه . ويتصرف سقفه كلوح صلب (دايفرام). يمكن اعتبار أن كتلة السقف موزعة بانتظام وسيتم إهمال كتلة الجدران في هذا المثال أما في الحياة العملية فيجب أخذها بالحسبان. حُددت صلابة الجدران بالقيم التالية:

$$R_A = 5368 ton/m, \quad R_B = 1790 ton/m, \quad R_C = R_D = 3580 ton/m$$

وإحداثيات مركز الكتلة $x_m = 12.2m, \quad y_m = 6.1m$

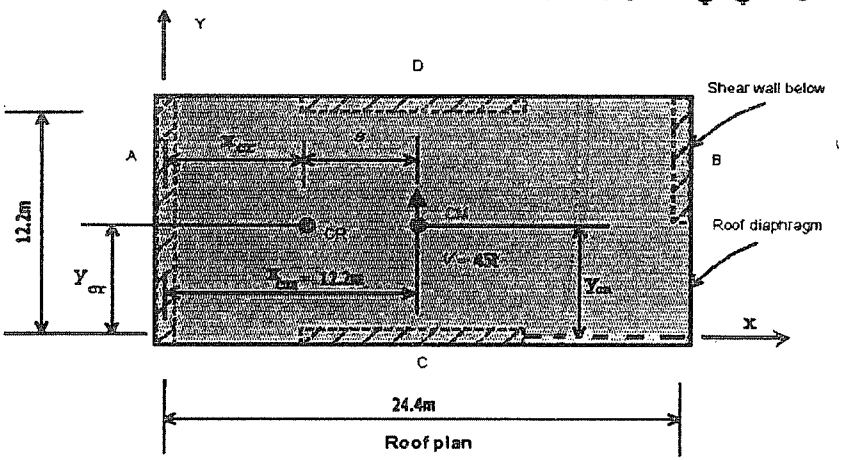
يتعرض البناء إلى قص قاعدي $V = 45 ton$

حدد ما يلي:

خصائص الصلابة واللامركزية، القص المباشر في كل من جداري القص A وB.

عدم الانتظام في المستوي الأفقي، القص الناتج عن الفتل في الجدارين A و B،

قص الكلي في الجدارين A و B.



الحـــــــل:

- خصائص الصلابة واللامركزية: تساوي صلابة المنشأ باتجاه القوة المطبقة مجموع صلابات الجدران باتجاه تلك القوة:

$$\sum R_{yj} = R_A + R_B = 5368 + 1790 = 7158 ton/m$$

$$\sum R_{xj} = R_C + R_D = 2 \times 3580 = 7160 ton/m$$

ويحدد مركز الصلابة بتطبيق العلاقتين (14-32):

$$x_{cr} = \frac{\sum R_{yj} x_j}{\sum R_{yj}} = \frac{R_A \times 0.0 + R_B \times 24.4}{7158} = 6.1m$$

$$y_{cr} = \frac{\sum R_{xj} y_j}{\sum R_{xj}} = \frac{R_C \times 0.0 + R_D \times 12.2}{7160} = 6.1m$$

تحدد اللامركزية الحقيقية كما يلي: $e = x_m - x_{cr} = 12.2 - 6.1 = 6.1m$

وتحدد صلابة الفتل كما يلي:

$$J = \sum R_j d_j^2 = R_A d_A^2 + R_B d_B^2 + R_C d_C^2 + R_D d_D^2$$

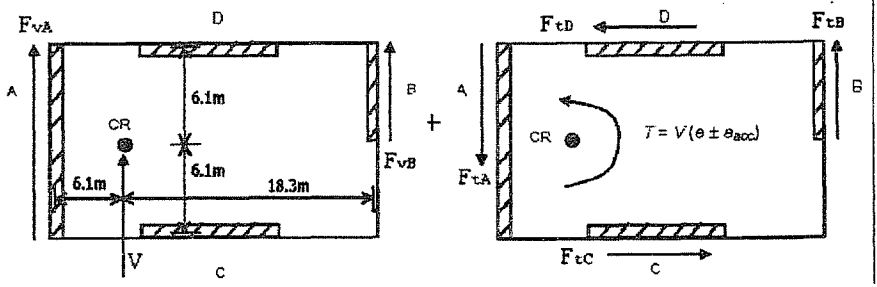
$$J = 5368 \times 6.1^2 + 1790 \times (24.4 - 6.1)^2 + 2 \times 3580 \times 6.1^2 = 1065620 tm$$

تحديد القص المباشر على الجدارين B, A

$$F_{vA} = V \frac{R_A}{R_A + R_B} = 45 \times \frac{5368}{5368 + 1790} = 33.6 ton$$

$$F_{vB} = V \frac{R_B}{R_A + R_B} = 45 \times \frac{1790}{5368 + 1790} = 11.4 ton$$

يجب الانتباه إلى أن القوة الزلزالية مطبقة في مركز الكتلة (CM) وهذا يكافئ تطبيقها في مركز الصلابة (CR) مع إضافة عزم فتل T يعاكس اتجاه عقارب الساعة كما هو مبين في الشكل أدناه.



- دراسة عدم الانتظام في المستوي الأفقي.

إن دراسة عدم انتظام الفتل يتطلب تحديد الإنزياح الطابقي للجـــدارين A و B مع الأخذ بالحسبان اللامركزية الطارئه محسوبة كما يلي:

$$e'_{acc} = 0.05 \times 24.4 = 1.22m$$

وعليه يحدد مبدئياً القص الناتج عن الفتل كما يلي:

$$F'_{tA} = V(e - e'_{acc})\frac{R_A d_A}{J} = 45(6.1 - 1.22)\frac{5368 \times 6.1}{1065620} = 6.75ton$$

$$F'_{tB} = V(e + e'_{acc})\frac{R_B d_B}{J} = 45(6.1 + 1.22)\frac{1790 \times 18.3}{1065620} = 10.12ton$$

ويجب تكبير هاتين القيمتين إذا ثبت أنه يوجد في المنشأ عدم انتظام فتل وذلـــك بالمعامل $A_x > 1.0$ وعليه وبشكل مبدئي يحسب القص الكلي المطبق على كل من الجدارين كما يلي:

$$F'_A = F_{vA} - F'_{tA} = 33.6 - 6.75 = 26.85ton$$

$$F'_B = F_{vB} + F'_{tB} = 11.4 + 10.12 = 21.52ton$$

بما أن المبنى مؤلف من طابق واحد فيحدد الانتقال في أعلى كل من الجـــدارين كما يلي:

$$\delta'_A = \frac{F'_A}{R_A} = \frac{26.85}{5368} \times 100 = 0.50cm, \qquad \delta'_B = \frac{F'_B}{R_B} = \frac{21.52}{1790} \times 100 = 1.20cm$$

$$\delta_{\max} = \delta'_B = 1.2cm, \qquad \delta_{avg} = \frac{0.5 + 1.2}{2} = 0.85cm$$

$$\frac{\delta_{\max}}{\delta_{avg}} = \frac{1.2}{0.85} = 1.41 > 1.2$$

إذاً يوجد عدم انتظام فتل ولهذا يجب تكبير اللامركزية الطارئة بالمعامل:

$$A_x = \left(\frac{\delta_{\max}}{1.2\delta_{avg}}\right)^2 = \left(\frac{1.2}{1.2 \times 0.85}\right)^2 = 1.38 < 3.0$$

- تحديد القص الناتج عن الفتل.

تحدد اللامركزية الطارئه الجديدة (المكبرة) كما يلي:

$$e_{acc} = A_x \times 1.22 = 1.68m$$

وعليه يحدد القص الناتج عن الفتل كما يلي:

$$F_{tA} = V(e - e_{acc})\frac{R_A d_A}{J} = 45(6.1 - 1.68)\frac{5368 \times 6.1}{1065620} = 6.11ton$$

$$F_{tB} = V(e + e_{acc})\frac{R_B d_B}{J} = 45(6.1 + 1.68)\frac{1790 \times 18.3}{1065620} = 10.75ton$$

- تحديد القص الكلي:

$$F_A = F_{vA} - F_{tA} = 33.6 - 6.11 = 27.49ton$$

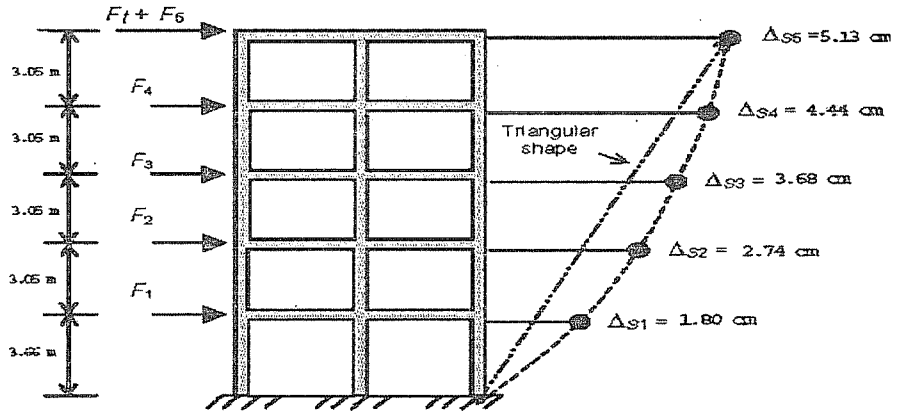
$$F_B = F_{vB} + F_{tB} = 11.4 + 10.75 = 22.15ton$$

للحصول على أسوء حالة تراكب بين القص المباشر والقص الناتج عن الفتل يجب اتخاذ مايلي:

- عندما يكون للقص الناتج عن الفتل نفس إشارة القص المباشر (وبالتالي سيتم جمع القصين) يتم حساب القص الناتج عن الفتل باستخدام اللامركزية الحقيقية مضافاً إليها اللامركزية الطارئة.
- عندما يكون للقص الناتج عن الفتل إشارة معاكسه للقص المباشر (وبالتالي سيتم طرح قص الفتل من القص المباشر) يتم حساب القص الناتج عن القتل باستخدام اللامركزية الحقيقية مطروحاً منها اللامركزية الطارئة.

مثال (7-14)

يبين الشكل أدناه إطاراً من الخرسانه المسلحة خاصاً مقاوماً للعزوم مع الانتقالات الجانبية التي حصلت في مراكز كتل الطوابق تحت تأثير القوى الجانبية المبينة على الشكل. حدد فيما إذا كان الإطار يحتوي طابقاً لينناً.



الحـــــــل:

يعتبر الطابق لیناً إذا كانت قساوته الجانبية أقل من 70% من قساوة الطابق الذي يعلوه أو أقل من 80% من متوسط قساوة الطوابق الثلاث التي تعلوه. ولكن بشكل عام ليس عملياً استخدام خصائص القساوة ما لم يكن سهلاً تحديدها وفي أغلب الجمل الإنشائية يعتبر تحديد القساوة الطابقية عملية معقدة ولا يمكن الحصول عليها عن طريق أغلب البرامج الحاسوبية. وبما أن القصد الأساسي للتأكد من عدم وجود طابق لين هو التأكد من أن توزيع القوى الجانبية لا يختلف بشكل كبير عن التوزيع الخطي الموصوف بالعلاقة (18-14) والناتج عن فرض شكل مثلثي لنمط الاستجابة الأول.

وبالتالي يمكن دراسة هذا النوع من عدم الانتظام بمقارنة قيم الانتقالات الجانبية الطابقية (أو نسبة الإزاحة الجانبية) الناتجة عن القوى الجانبية المحددة. وفي

أغلب الأحيان يعتبر مقارنة الانتقالات الجانبية أكثر فعالية لأن شكل نمط الاهتزاز الأول يمكن تقريبه إلى حد كبير بالشكل المتشوه للمنشأ تحت تأثير حمل ذي شكل مثلثي. مع العلم أنه يمكن الحصول على انتقالات الطوابق ونسب الإزاحة الجانبية مباشرة من البرامج الحاسوبية. وتعرف نسبة الإزاحة بأنها فرق الانتقال الجانبي بين طابقين متجاورين مقسوماً على الارتفاع الطابقي.

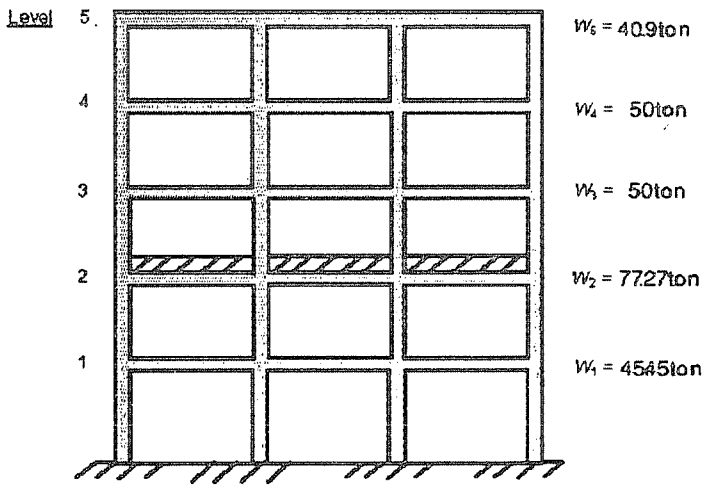
بناءً على ما تقدم يمكن القول بأن الطابق اللين يحدث عندما يزيد 70% من نسبة الإزاحة في طابق عن نسبة الإزاحة في الطابق الذي يعلوه أو عندما يزيد 80% من نسبة الإزاحة في طابق عن متوسط نسب إزاحات الطوابق الثلاث التي تعلوه. ويبين الجدول التالي نسب الإزاحة في هذا المثال:

الطابق i	$h_i(cm)$	$\Delta_{si}(cm)$	$(\Delta_{si}-\Delta_{si-1})/h_i$
5	305	5.13	0.00226
4	305	4.44	0.00250
3	305	3.68	0.00308
2	305	2.74	0.00308
1	366	1.8	0.0049

الطابق i	$0.7(\Delta_{si}-\Delta_{si-1})/h_i$	$0.8(\Delta_{si}-\Delta_{si-1})/h_i$	متوسط نسبة الإزاحة للطوابق الثلاث التالية	هل الطابق لين؟
5	0.00158	0.00180	-	لا
4	0.00175	0.00200	-	لا
3	0.00216	0.00246	-	لا
2	0.00216	0.00246	0.00261	لا
1	0.00345	0.00394	0.00289	نعم

مثال (14-8)

تم تركيب معدات ثقيلة ثابتة في الطابق الثاني من مبنى المكاتب المبين أدناه فنتجت أوزان الطوابق المبينة على الشكل. حدد فيما إذا احتوى البناء على انتظام شاقولي.



الحـــــل:

يحدث هذا النوع من عدم الانتظام إذا كانت الكتلة الفعّاله لأحد الطوابق تزيد على 150% من الكتلة الفعاله للطابق المجاور.

ندقق الكتلة الفعّاله للطابق الثاني مع الطابقين المجاورين.

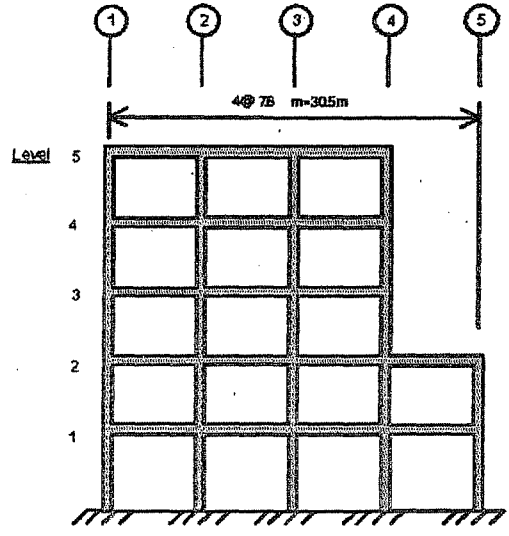
$$W_2 = 77.27ton > 1.5 \times W_1 = 1.5 \times 45.45 = 68.17ton$$

$$W_2 = 77.27ton > 1.5 \times W_3 = 1.5 \times 50 = 75ton$$

إذاً يوجد عدم انتظام في الوزن.

مثال (14-9)

يبين الشكل أدناه أحد إطارات الجملة الإنشائية لمبنى مؤلف من خمس طوابق. يحتوي المبنى على تراجع قدره 7.6m في الطوابق الثالث والرابع والخامس. حدد فيما إذا كان المبنى يحتوي على عدم انتظام هندسي.



الحـــــل:

يحدث هذا النوع من الانتظام عندما يكون البعد الأفقي للجملة الإنشائية المقاومة للقوى الجانبية في أي طابق يزيد على 130% من البعد الأفقي للجملة في الطابق المجاور.

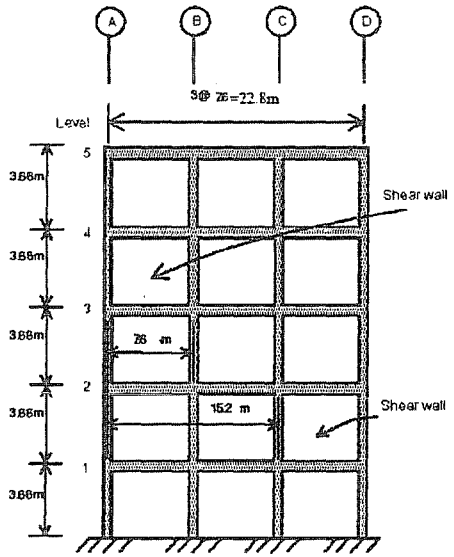
في هذا البناء يجب تدقيق التراجع في الطابق الثالث

$$\frac{L}{L_1}=\frac{4\times 7.6}{3\times 7.6}=1.33>130\%$$

إذاً يوجد عدم انتظام هندسي .

مثال (14-10)

يتألف مبنى بيتوني من جملة إطارية كالمبينة في الشكل أدناه ويتغير موقع جدار القص المشاد بين المحورين A و B ليصبح بين المحورين C و D في الطابقين السفليين. حدد فيما إذا كان في المبنى انقطاع (في المستوي) في العناصر الشاقولية المقاومة للقوى الجانبية.



الحـــــل:

يحتوي المبنى على انقطاع في المستوي في العناصر الشاقولية المقاومـــة للقـــوى الجانبية عندما يوجد فيها انزياح في المستوي لعنصر ما من العناصـــر المقاومـــة القوى الجانبية يفوق طول هذا العنصر. وفي هذا المثال فإن الطرف الأيسر لجدار القص العلوي (بين المحوريين A و B) انتقل 15.2m من الطرف الأيسر لجـــدار القص السفلي (بين المحوريين C و D) إن هذا الانتقال أكبر من طـــول الجـــدار السفلي 7.6m وعليه فإن المبنى يحتوي على عدم انتظام شاقولي .

مثال (11-14)

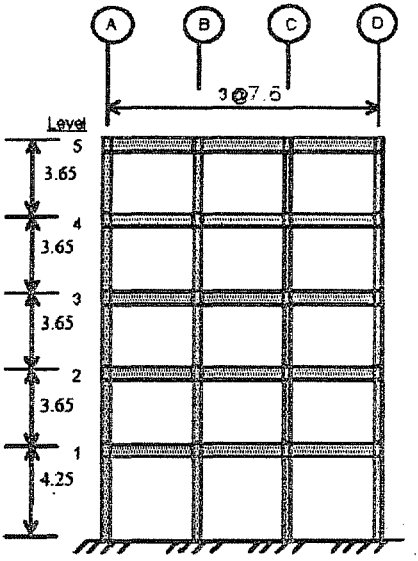
يتألف الإطار الخاص المقاوم للعزوم المبين في الشكل أدناه من جوائز وأعمدة مقاومتها كما يلي:

طاقة تحمل الجوائز على العزم في الطابقين الأول والثاني $M_b = 35t.m$

طاقة تحمل الأعمدة في الطابقين الأول والثاني $M_c = 25t.m$ من أجل أحمال محورية $1.2P_D + 0.5P_L$

طاقة تحمل وصلة القاعدة إلى الأساسات $M_f = 12t.m$

بما إذا كان الإطار يحتوي على طابق ضعيف (انقطاع في الاستطاعة).



الحـــــل:

الطابق الضعيف هو طابق مقاومته أقل من 80% من مقاومة الطابق الذي يعلوه وتحدد مقاومة الطابق من مجموع مقاومات العناصر المقاومة للزلازل على القص في الطابق والاتجاه المدروس، وتحسب مقاومة عنصر ما على القص من طاقة تحمله على العزم في أعلى وأسفل الطابق، وسنفرض في هذا المثال أنه سيتم توزيع

العزم في طرف الجائز بالتساوي على العامودين المتصلين به من الأعلى والأسفل.

- تحديد مقاومة الطابق الأول

يجب تحقيق العامودين A وD على فرضية العمود القوي والجائز الضعيف

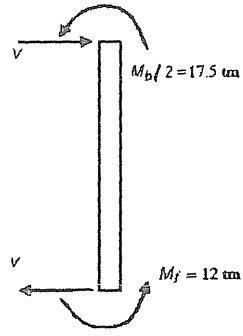
$$2M_c = 2\times 25 = 50t.m > M_b = 35t.m$$

إذاً شروط العامود القوي والجائز الضعيف محققة وبالتالي نحدد القص في كل من العامودين من طاقة تحمل الجائز على العزم كون الجائز هو الضعيف.

على اعتبار أن ارتفاع الجائز يساوي 60cm فيكون ارتفاع العامود الصافي

$$h = 4.25 - 0.6 = 3.65m$$

$$V_A = V_D = \frac{M_b/2 + M_f}{h} = 8.08ton$$



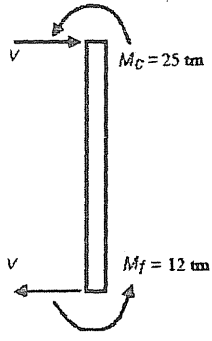
يجب تحقيق العامودين B وC على فرضية العمود القوي والجائز الضعيف

$$2M_c = 2\times 25 = 50t.m < 2M_b = 2\times 35 = 70t.m$$

إذاً الجائز قوي والعامود ضعيف وبالتالي يتم تحديد القص في كل من العامودين من طاقة تحمل العامود على العزم كون العامود هو الأضعف

h=3.65m

$$V_B = V_C = \frac{25+12}{3.65} = 10.13ton$$



تحدد مقاومة الطابق الأول بجمع مقاومات الأعمدة على القص أي:

$$\sum V_1 = V_A + V_B + V_C + V_D = 2 \times 8.08 + 2 \times 10.13 = 36.42ton$$

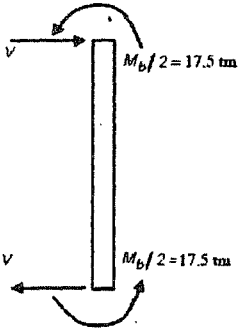
- تحديد مقاومة الطابق الثاني

يجب تحقيق العامودين A و D على فرضية العمود القوي والجائز الضعيف

$$2M_c = 2 \times 25 = 50t.m > M_h = 35t.m$$

إذاً شروط العامود القوي والجائز الضعيف محققة وبالتالي يحدد القص في كل من العامودين من طاقة تحمل الجائز على العزم كون الجائز هو الضعيف

اعتبار أن ارتفاع الجائز يساوي 60cm فيكون ارتفاع العامود الصافي



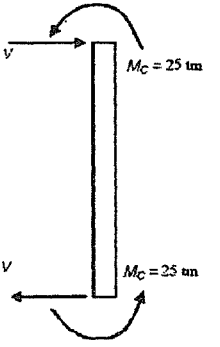
$$h = 3.65 - 0.6 = 3.05m$$

$$V_A = V_D = \frac{M_b/2 + M_b/2}{h} = 11.47ton$$

إن الجائز قوي والعامودين B,C ضعيفان لأن:

$$2M_c = 2 \times 25 = 50t.m < 2M_b = 2 \times 35 = 70t.m$$

وبالتالي يحدد القص في كل من هذين العامودين من طاقة تحمل العامود على العزم كون العامود هو الأضعف



h=3.05m

$$V_B = V_C = \frac{M_C + M_C}{3.05} = 16.39ton$$

تحدد مقاومة الطابق الثاني بجمع مقاومات الأعمدة على القص أي:

$$\sum V_2 = V_A + V_B + V_C + V_D = 2 \times 11.47 + 2 \times 16.39 = 55.72 ton$$

إذاً الإطار يحتوي على طابق ضعيف (الطابق الأول) لأن:

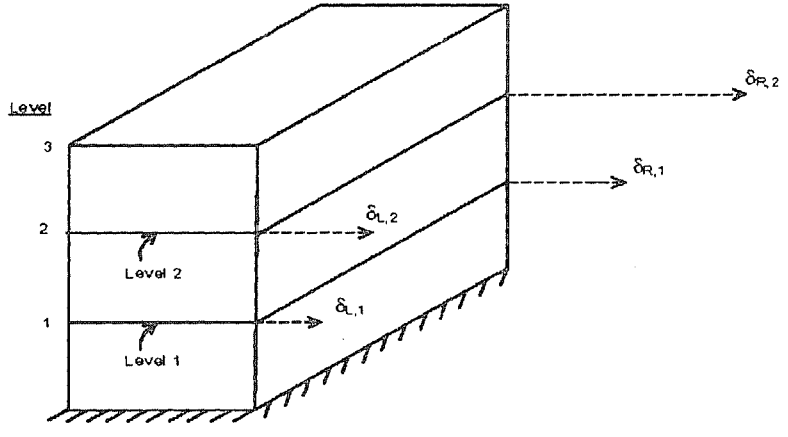
$$\sum V_1 = 36.42 < 0.8 \times \sum V_2 = 0.8 \times 55.72 = 44.57$$

مثال (12-14)

يبين الشكل أدناه بناءً من ثلاث طوابق مكوناً من إطارات خاصة مقاومة للعزوم وبلاطات أسقف تعمل كألواح صلبة في مستويها. عندما تعرض البناء إلى أحمال زلزالية معينة كانت انتقالات الطابقين الأول والثاني كما هو مبين في الشكل علماً أن هذه الانتقالات اشتملت على تأثير اللامركزية الطارئة. حدد فيما إذا كان في البناء عدم انتظام فتل في الطابق الثاني واحسب معامل تكبير الفتل A_x لنفس الطابق.

$$\delta_{L2} = 3.3cm \qquad \delta_{R2} = 4.82cm$$

$$\delta_{L1} = 2.54cm \qquad \delta_{R1} = 3.05cm$$



الحـــــل:

- يعد عدم انتظام الفتل موجوداً عندما تكون إزاحة الطابق العظمى عند أحد طرفي البناء تزيد 1.2 مرة متوسط إزاحة طرفي الطابق وذلك بعد الأخذ بالحسبان تأثير الفتل الطارئ. تحدد إزاحة الطابق الثاني كما يلي:

$$\Delta_{L2} = \delta_{L2} - \delta_{L1} = 3.3 - 2.54 = 0.76cm$$

$$\Delta_{R2} = \delta_{R2} - \delta_{R1} = 4.82 - 3.05 = 1.77cm$$

$$\Delta_{\max} = \Delta_{R2} = 1.77cm$$

$$\Delta_{avg} = \frac{\Delta_{R2} + \Delta_{L2}}{2} = \frac{1.77 + 0.76}{2} = 1.265$$

$$\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{avg}} = \frac{1.77}{1.265} = 1.4 > 1.2$$

إذاً يوجد عدم انتظام فتل في الطابق الثاني

- عندما يوجد عدم انتظام فتل عند المستوي x يجب تكبير اللامركزية الطارئة (التي تساوي 5% من بعد البناء) بمعامل تكبير A_x محدد بالعلاقة (14-23). يجب فعل ذلك في كل طابق حيث يمكن أن يكون لكل طابق معامل تكبير A_x مختلف عن الطوابق الأخرى. لنحسب معامل التكبير A_x للطابق الثاني:

$$A_x = \left(\frac{\delta_{\max}}{1.2\delta_{avg}}\right)^2$$

$$\delta_{\max} = \delta_{R2} = 4.82cm$$

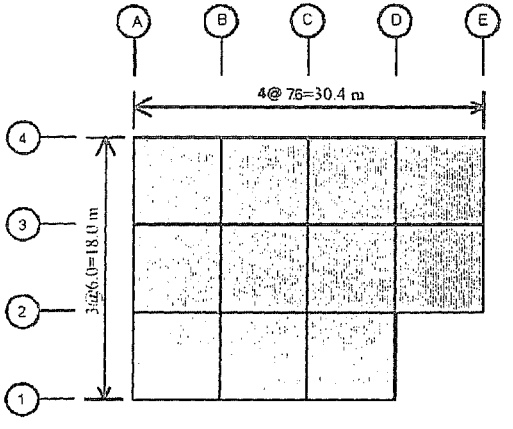
$$\delta_{avg} = \frac{\delta_{R2} + \delta_{L2}}{2} = \frac{4.82 + 3.3}{2} = 4.06cm$$

$$A_x = \left(\frac{4.82}{1.2 \times 4.06}\right)^2 = 0.98 < 1.0$$

إذاً نستعمل $A_x = 1.0$

مثال (13-14)

يبين الشكل أدناه مسقط بناء مؤلف من عشرة طوابق حدد فيما إذا كان يحتوي على عدم انتظام في المسقط الأفقي من نوع الزاوية الداخلية.



الحـــــل:

يوجد هذا النوع من عدم الانتظام عندما يكون بروز المنشأ بعد الزاوية الداخلية أكبر من 15% من بعد مسقط المنشأ بالاتجاه المدروس.

- على المحورين 1 و 4

يحدد طول البروز من الزاوية الداخلية بهذا الاتجاه بـــ: $30.4-22.8=7.6m$

وعليه فإن نسبة البروز من بعد المسقط في هذا الاتجاه هي: $\frac{7.6}{30.4}=0.25>15\%$

إذاً عدم انتظام أفقي في هذا الاتجاه موجود.

- على المحوريين A و E

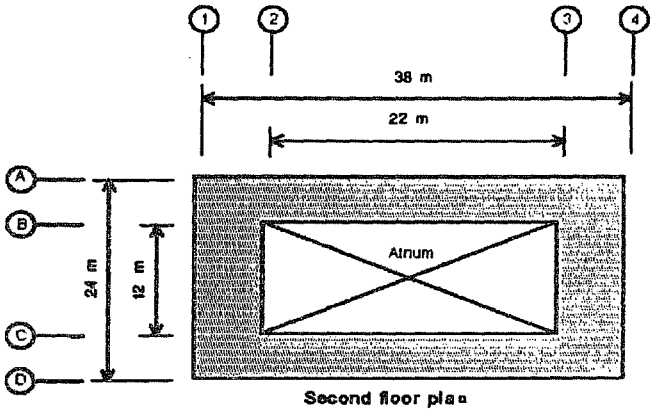
يحدد طول البروز من الزاوية الداخلية بهذا الاتجاه بـــ: $18.0-12.0=6.0m$

وعليه فإن نسبة البروز من بعد المسقط في هذا الاتجاه هي: $\frac{6}{18}=0.33>15\%$

إذاً عدم انتظام أفقي في هذا الاتجاه موجود.

مثال (14-14)

يبين الشكل أدناه مسقط بناء بيتوني مؤلف من خمس طوابق تتألف جملته الإنشائية المقاومة للزلازل من جدران حمّاله محيطية. يحتوي مسقط البناء في الطابق الثاني على فتحة سقفية مبينة في الشكل أما بقية الأسقف لاتحتوي أي فتحات مهمة. حدد فيما إذا كان يحتوي على عدم انتظام في المسقط الأفقي نتيجة لانقطاع في الدايفرام.



الحـــــل:

يحدث هذا النوع من عدم الانتظام عندما تحتوي الدايفرامات على انقطاعات مفاجئة تزيد على 50% من مساحة الدايفرام أو تغيرات في الجساءه الفعّالة تزيد على 50% من طابق لآخر.

مساحة الدايفرام بدون فتحات $38 \times 24 = 912m^2$

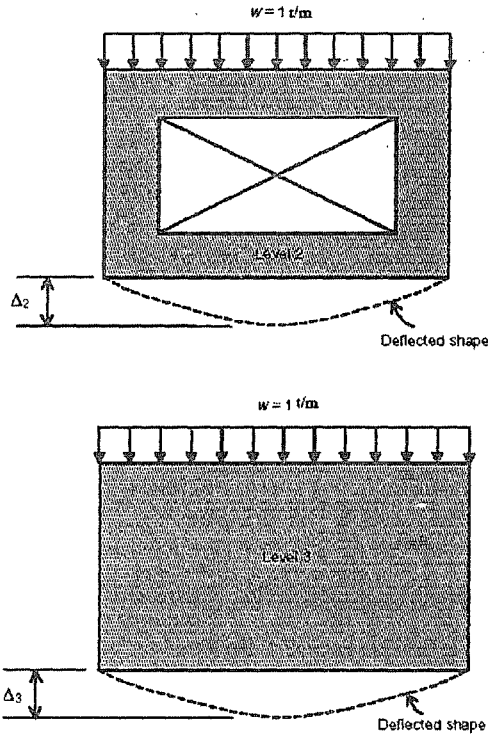
مساحة الفتحة $22 \times 12 = 264m^2$

$$\frac{264}{912} = 29\% < 50\%$$

إذاً لايوجد انقطاع في الدايفرام.

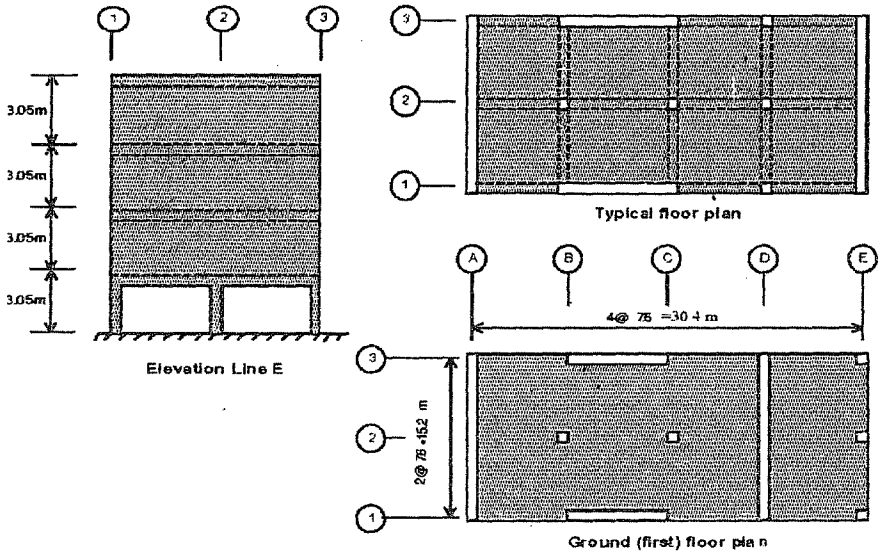
ويجب مقارنة جساءة الدايفرام في هذا الطابق مع جساءة الدايفرام في الطابق الثالث. إذا زاد الاختلاف بين الجساءتين على 50% يقال عنـــدها أن انقطـــاع فـــي الدايفرام موجود. ويمكن التحقق من ذلك بفرض أن الـــدايفرام سيتصـــرف كجـــائز

بسيط تحت تأثير واحدة الأحمال الموزعة بانتظام في مستويه ويتم حساب الانتقال في منتصف المجاز في الطابقين الثاني والثالث كما هو مبين في الشكل أدناه فإذا كان $\Delta_2 > 1.5\Delta_3$ يقال عندها أن انقطاعاً في الدايفرام موجود وبالتالي يوجد عدم انتظام في المستوي الأفقي .



مثال (14-15)

يبين الشكل أدناه مبنى بيتوني مؤلف من أربع طوابق وتتكون جملة مقاومة القوى الجانبية من جدران قصية كما في الشكل أدناه. حدد فيما إذا كانت جملة مقاومة القوى الجانبية تحتوي عدم انتظام في المستوي الأفقي.

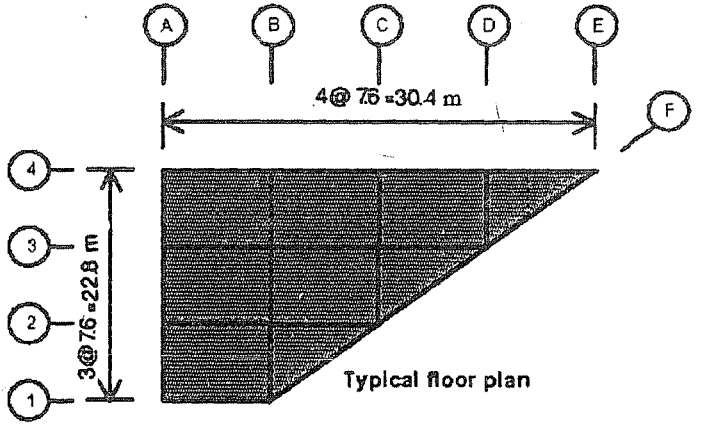


الحـــــل:

ينتج هذا النوع من عدم الانتظام نتيجة تغيرات مفاجئة على العناصر الشاقوليه المقاومة للقوى الجانبية خارج مستويها مما يؤدي إلى انقطاع في مسار القوى الجانبية. ففي هذا المثال انتقل موقع جدار القص على المحور D في الطابق الأول إلى المحور E في الطابق الأعلى. حدث هذا الانتقال خارج مستوي الجدار مما سيؤدي إلى انقطاع في مسار القوى الجانبية وبالتالي يوجد في الجملة عدم انتظام في المستوي الأفقي من النوع المذكور أعلاه .

مثال (16-14)

يبين الشكل أدناه مسقط بناء بيتوني مؤلف من عشر طوابق تتوضع إطارات خاصة مقاومة للعزوم على المحاور 1 و 4 وعلى المحاور A و F وذلك لمقاومة القوى الجانبية. حدد فيما إذا كانت جملة البناء تحتوي على عدم انتظام في المستوي الأفقي من نوع الجمل غير المتوازية.



الحـــــل:

يحدث هذا النوع من عدم الانتظام عندما لا تكون العناصر المقاومة للقوى الجانبية موازية للمحاور الرئيسية لجملة مقاومة القوى الجانبية أو متناظرة حولها. ففي المثال العناصر المقاومة للقوى الجانبية المكونة للإطار على المحور F غير موازية لمحاور البناء الرئيسية (أي المحورين 4 و A) ولهذا الجملة غير متوازية وبالتالي عدم الانتظام قيد البحث موجود.

مثال (14-17)

تتألف الجملة الإنشائية المقاومة للزلازل لمبنى بيتوني من جدران قص كالمبينة بالشكل أدناه حيث ينقطع جدار القص بين المحورين A و B والمحورين C و D.

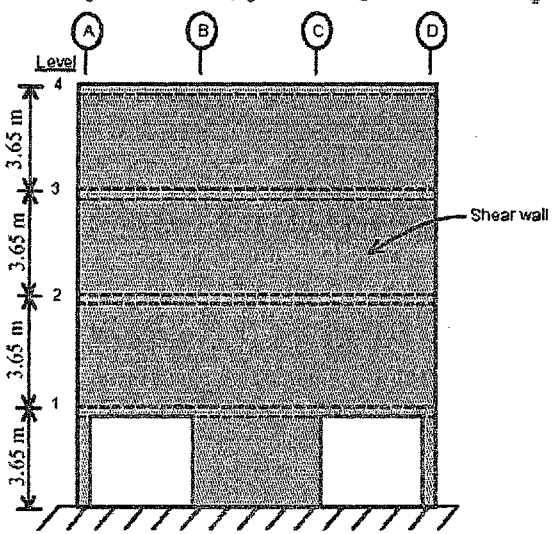
حدد المقاومة المطلوبة وتفصيلات التسليح للعمود الواقع على المحور D في الطابق الأرضي علماً أن:

- الأحمال المحورية التي يتعرض لها هي:

$E_h = 45ton, \quad L = 10ton, \quad D = 20ton$

- أبعاد مقطع العمود: 60x60cm. - المبنى سيستخدم كمكاتب: $f_1 = 0.5$

- جملة بناء هيكلي حيث: $f'_c = 280kg/cm^2$, $\Omega_0 = 2.8$, $R = 5.5$



الحـــل:

- المقاومة المطلوبة:

نظراً لأن العمود على المحور D في الطابق الأرضي يسند جدار قص منقطع فيجب أن لاتقل طاقة تحمله عن القوة التصميمية الناتجة عن تطبيق حالات تراكب الأحمال الخاصة والمحددة بالعلاقات (14-43) و (14-44) والتي يمكن كتابتها على النحو التالي:

$$P_u = 1.2D + 1.0E_m + f_1 L, \quad P_u = 0.9D \pm 1.0E_m$$

حيث: $E_m = \Omega_0 E_h = 2.8 \times 45 = 126ton$

نبدل D ، L ، E_m ، f_1 في العلاقات السابقة فنجد:

$$P_u = 1.2(20) + 1.0(126) + 0.5(10) = 155ton \quad \text{(ضغط)}$$

$$P_u = 0.9(20) + 1.0(126) = 144ton$$

$$P_u = 0.9(20) - 1.0(126) = -108ton \quad \text{(شد)}$$

- متطلبات تفصيل التسليح:

تقتضي الفقرة 12 من الجدول (2-16) أن يزود العمود بتسليح تطويق عرضي على كامل طوله وأن يستمر هذا التسليح في الجدار مسافة لا تقل عن طول تماسك التسليح الطولي وأن يستمر كذلك في الأساسات مسافة لا تقل عن 300mm (كما في الشكل 12-16) وذلك عندما:

$$P_u = 155 > A_g f'_c / 10 = (60 \times 60 \times 280/10) \times 10^{-3} = 100.8ton$$

إذاً لابد من تسليح تطويق عرضي.

مثال (14-18)

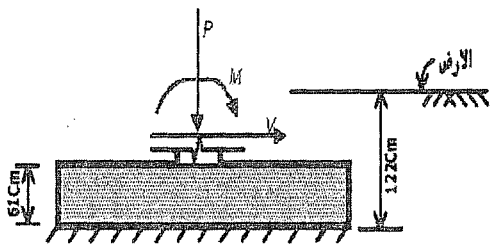
ينقل عمود إلى أساس منفرد الأحمال التالية :

$P_D = 36ton \quad M_D = 2tm$

$P_L = 14ton \quad M_L = 0.8tm$

$P_E = \pm 18ton \quad M_E = \pm 29tm$

$V_E = 14ton$



علماً أن المنطقة الزلزالية (3) وأن معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير $\rho = 1.0$ والإجهاد المسموح على التربة $\sigma_{all} = 1.2kg/cm^2$.

حدد أبعاد الأساس و ضغط التربة في أسفل الأساس بغية تصميم مقـاطع الأسـاس بالطريقة الحدية .

الحـــل :

- تحديد أبعاد الأساس:

سوف نستعمل طريقة الإجهادات المسموحة في تحديد أبعادة الأساس لأن تقـارير ميكانيك التربة عادة تحدد الضغط المسموح به على التربة وعليه سوف نسـتعمل حالات تراكب الأحمال التالية :

$$D+L+E/1.4, \qquad 0.9D\pm E/1.4, \qquad E=\rho E_h+E_v$$

$E_v=0.0$ في حال استخدام طريقة الإجهادات المسموحة في التصـميم كمـا أن $\rho=1.0$. إذاً $E=E_h$ نبدل ذلك في علاقات تراكب الأحمال السابقة فتصبح :

$$D+L+E_h/1.4, \qquad 0.9D\pm E_h/1.4$$

- نطبق العلاقة الأولى فنجد :

$$P=D+L+E_h/1.4=P_D+P_L+P_E/1.4=36+14+18/1.4=62.8ton$$

$$M=D+L+E_h/1.4=M_D+M_L+M_E/1.4=2+0.8+29/1.4=23.5tm$$

لنجرب أساس مربع $2.75\times 2.75m$

$$\left.\begin{aligned}\sigma&=\frac{P}{A}+\frac{M}{Z}\\ A&=2.75\times 2.75=7.5625m^2\\ Z&=\frac{2.75\times 2.75^2}{6}=3.466m^3\end{aligned}\right\}\Rightarrow \sigma=\frac{62.8}{7.5625}+\frac{23.5}{3.466}=15.08t/m^2$$

$$\sigma=15.08<1.33\sigma_{all}=1.33\times 12=15.96t/m^2$$

تم تصعيد الإجهادات المسموحة بـــ 1.33 كون حالة التراكب تؤدي إلى ضـغط ذي توزع مثلثي تحت الأساس. إذاً أبعاد الأساس مناسبة .

- لنحقق حالة التراكب الثانية :

$P = 0.9P_D \pm P_E/1.4 = 0.9(36) \pm 18/1.4 = 45.26ton$ أو $19.54ton$

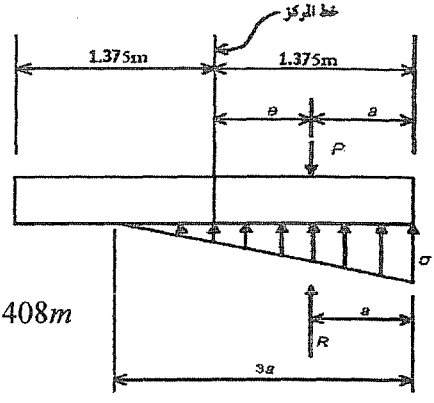
$M = 0.9M_D \pm M_E/1.4 = 0.9(2.0) \pm 29/1.4 = 1.8 \pm 20.7 = 22.5tm$ أو $18.9tm$

إذاً تحدد اللامركزية كما يلي :

$$e = \frac{M}{P} \Rightarrow e_1 = \frac{22.5}{45.26} = 0.497m, \quad e_2 = \frac{18.9}{19.54} = 0.967m$$

$e_2 = 0.967 > L/6 = 2.75/6 = 0.458m$

إذاً جزء من سطح الأساس مضغوط فقط وسيكون توزع الإجهادات تحت الأساس مثلثي. يجب أن يتعاكس الحمل المطبق مع رد فعل التربة مباشرة أي:



$$P = R = \frac{\sigma}{2}(3a)B$$

$B = 2.75m$

$a = 0.5B - e_2 = 0.5 \times 2.75 - 0.967 = 0.408m$

$= 11.55t/m^2 < 1.33\sigma_{all} = 15.96t/m^2$

- لتحقق حالة تراكب الأحمال الشاقولية فقط :

$$P = P_D + P_L = 36 + 14 = 50ton$$

$$M = M_D + M_L = 2 + 0.8 = 2.8tm$$

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \frac{50}{7.5625} + \frac{2.8}{3.466} = 7.42t/m^2 < \sigma_{all}$$

- تحديد الإجهادات على التربة بغية تصميم الأساس بالطريقة الحدية .

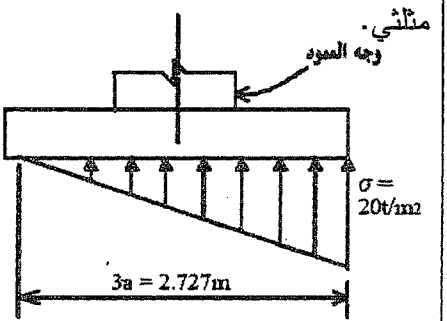
سنستخدم حالات التراكب المحددة بالعلاقات (14-36) و (14-37)

$1.1(1.2D + 1.0E + f_1L), \qquad 1.1(0.9D \pm 1.0E)$

- بتطبيق حالة التراكب الأولى نجد :

$$P_u = 1.1(1.2P_D + 1.0P_E + 0.5P_L)$$
$$= 1.1(1.2\times 36 + 1.0\times 18 + 0.5\times 14) = 75.02ton$$
$$M_u = 1.1(1.2M_D + 1.0M_E + 0.5M_L)$$
$$= 1.1(1.2\times 2 + 1.0\times 29 + 0.5\times 0.8) = 34.98tm$$
$$e = \frac{M_u}{p_u} = 0.466m > \frac{L}{6} = 0.458$$

إذاً جزء من سطح الأساس مضغوط وسيكون توزع الإجهادات تحت الأساس مثلثي.



$$P_u = R = \frac{\sigma}{2}(3a)B$$
$$B = 2.75m$$
$$a = 0.5B - e$$
$$= 0.5\times 2.75 - 0.466 = 0.909\,m$$
$$\sigma = 2P_u/(3a)B = 2\times 75.02/(3\times 0.909\times 2.75) = 20t/m^2$$

- تحقيق حالة التراكب الثانية :

$$P_u = 1.1(0.9P_D \pm 1.0P_E) = 1.1(0.9\times 36 \pm 1.0\times 18) = 55.44ton \text{ أو } 14.4ton$$
$$M_u = 1.1(0.9M_D \pm 1.0M_E) = 1.1(0.9\times 2 \pm 1.0\times 29) = 33.88tm \text{ أو } 29.92tm$$
$$e_1 = \frac{33.88}{55.44} = 0.61m \quad \text{و} \quad e_2 = \frac{29.92}{14.4} = 2.08m$$
$$e_1 = 0.61 > L/6 = 2.75/6 = 0.458m$$
$$B = 2.75m$$
$$a = 0.5B - e_1 = 0.5\times 2.75 - 0.61 = 0.765m$$
$$\therefore \sigma = 2P_u/(3a)B = 2\times 55.44/(3\times 0.765\times 2.75) = 17.57t/m^2$$

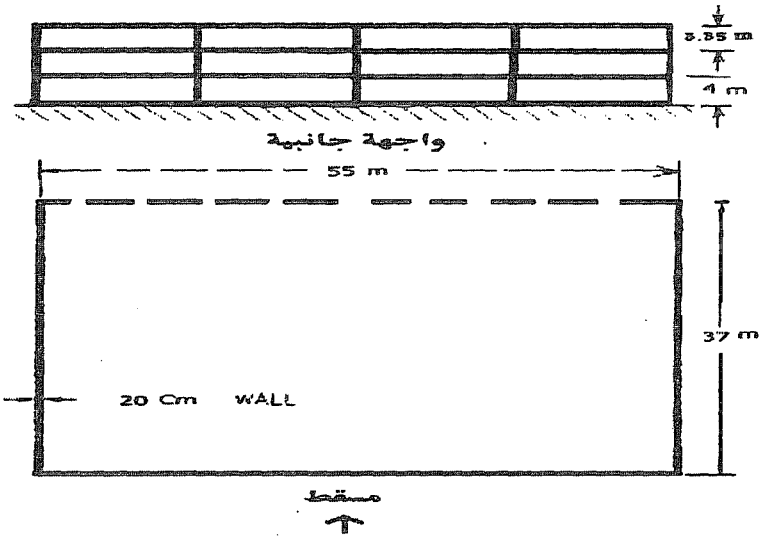
-إن الضغط الناتج عن حالة التراكب هذه أصغر من الضغط عن حالة التراكب السابقة وبالتالي ستكون مسيطرة في تصميم الأساس.

مثال (14-19)

حدد القوى الزلزالية وفقاً للطريقة الستاتيكية الثانية التي يتعرض لها المبنى البيتوني ذو الثلاث طوابق المبين في الشكل أدناه علماً أن:

- الجملة الإنشائية التي تقاوم الزلازل هي جدران قص.
- ارتفاع الطابق الأرضي 4m وارتفاع كل من الطابقين الآخرين 3.35m .
- الأوزان الطابقية الميتة من الأسفل للأعلى 1500ton, 1365ton, 1160ton.
- أبعاد مسقط البناء 55x37m وطول كل من جداري القص في الاتجاه المدروس 37m بدون فتحات ولا يحمل الجداران أحمال شاقولية .
- المنطقة الزلزالية Z=0.3 ومعامل مقطع التربة في الموقع S_B

الحـــــل:



يحدد القص القاعدي بتطبيق العلاقة التالية: $V = \frac{C_v I}{RT} W$

بما أن الجملة الإنشائية جدران قص وباستخدام الجدول (4-14) نجد R=5.5

معامل الأهمية I=1.0

Z=0.3 و معامل مقطع التربة S_B وباستخدام الجدولين (6 و5-14) نجد:

$$C_v = C_a = 0.3$$

$$h_n = 2\times 3.35 + 4.0 = 10.7m$$

$$T = C_t (h_n)^{3/4} = 0.0488\times (10.7)^{3/4} = 0.29Sec$$

$$W = 1500 + 1365 + 1160 = 4025ton$$

$$V = \frac{0.3\times 1.0}{5.5\times 0.29}\times 4025 = 0.188\times 4025 = 756.7ton$$

$$V \le \frac{2.5C_a I}{R}W = \frac{2.5\times 0.3\times 1.0}{5.5}\times 4025 = 548.9ton$$

$$V \ge 0.11C_a IW = 0.11\times 0.3\times 1.0\times 4025 = 132.8ton$$

إذاً القص القاعدي $V = 548.9ton$

- توزيع القوة الزلزالية على ارتفاع البناء: يبين الجدول التالي هذا التوزيع وفقاً للعلاقة (14-18) مع الأخذ بالحسبان $F_t = 0.0$ لأن $T < 0.7Sec$

المنسوب	$h_i(m)$	$w_i(ton)$	$w_i h_i$	$F_i + F_t(ton)$
3	10.7	1160	12412	**239.5**
2	7.35	1365	10032.75	**193.6**
1	4.0	1500	6000	**115.8**
المجموع		**4025**	28444.75	**548.9**

- تحديد الانتقالات الطابقية غير المرنة.

باعتبار $T<0.7Sec$ فإن القيمة العظمى للانزياح الجانبي تحدد بالعلاقة(14-27a) أي:

$$\Delta_a \le 0.025h$$

فمن أجل الطابقين الثاني والثالث فإن: $\Delta_a \le 0.025\times 335 = 8.38cm$

ومن أجل الطابق الأول فإن: $\Delta_a \le 0.025\times 400 = 10cm$

ويحدد الانزياح الطابقي المرن بتطبيق العلاقة (26-14) أي:

$$\Delta_M = 0.7R\Delta_s \Rightarrow \Delta_s \le \frac{0.025h}{0.7R} = \frac{0.025h}{0.7\times 5.5} = 0.0065h$$

ومنه يحدد الانزياح الطابقي المرن في الطابقين الثاني والثالث:

$$\Delta_s \le 0.0065\times 335 = 2.18cm$$

وفي الطابق الأول: $\Delta_s \le 0.0065\times 400 = 2.6cm$

- معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير.

يتحمل كل من الجدارين نصف القص القاعدي أي ton274.45 ويحدد معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير في حالة الجدران القصية على أساس عدد أجزاء الجدار ذات الطول 3m (N_3) التي يساويها الجدار الواحد.

$$N_3 = \frac{l_w}{3} = \frac{37}{3} = 12.33, \qquad r_{\max} = \frac{V/2}{N_3 V} = \frac{1}{2\times 12.33} = 0.04$$

$$A_B = 55\times 37 = 2035m^2$$

$$\rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} = -1.4 < \rho_{\min} = 1.0 \Rightarrow \rho = 1.0$$

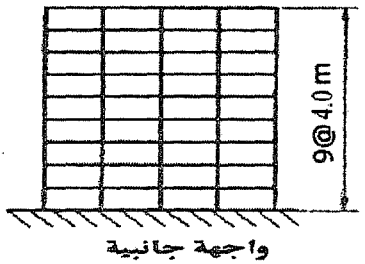
مثال (14-20)

حدد القوى الزلزالية وفقاً للطريقة الستاتيكية الثانية التي يتعرض لها المبنى البيتوني المؤلف من تسع طوابق المبين في الشكل ادناه علماً أن: الارتفاع الطابقي 4.0m وأبعاد مسقط البناء 30.5 x 52m .

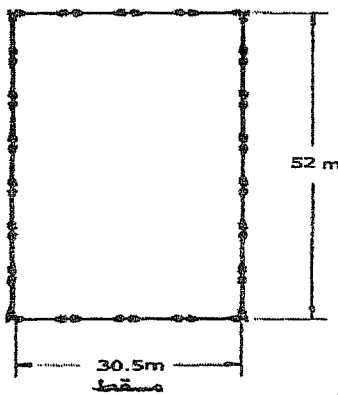
- الأوزان الميتة هي $750kg/m^2$ لكل الطوابق.

الجملة الانشائية المقاومة للزلازل عبارة عن إطارين فولاذيين خاصين مطاوعين كل منهما بأربع مجازات في الاتجاه العرضي وإطارين

- فولاذيين خاصين مطاوعين كل منهما سبع مجازات في الاتجاه الطولي.



- المنطقة الزلزالية الرابعة $Z=0.4$ ..
- يتوضع البناء في موقع مؤلف من تربة كثيفة وصخور طرية (مقطع التربة S_c) وعلى بعد 5km من صدع قادر على إنتاج زلازل ذات شدات عالية وله معدل انزلاق متوسط $(M > 7 \& SR > 2mm/yr)$



ـــــل:

يحدد القص القاعدي من العلاقة التالية:

$$V = \frac{C_v I}{RT} W$$

بما أن الجملة الإنشائية إطارات مطاوعة مقاومة للعزوم وباستخدام الجدول (4-14) نجد: $R=8.5$

معامل الأهمية $I=1.0$

$Z=0.4$ و معامل مقطع التربة S_c وباستخدام الجدولين (9 و10-14) نجد:

$N_a = 1.0, \qquad N_v = 1.2$

الجدول (5-14) $C_v = 0.56\ N_v = 0.56 \times 1.2 = 0.67$

الجدول (6-14) $C_a = 0.4\ N_a = 0.4 \times 1.0 = 0.4$

$h_n = 9 \times 4 = 36m$

العلاقة (5-14) $T = 0.0853(36)^{3/4} = 1.25Sec$

$W = 9 \times 750 \times 30.5 \times 52 \times 10^{-3} = 9 \times 1189.5 = 10705.5ton$

$$V = \frac{0.67 \times 1.0}{8.5 \times 1.25} W = 0.063W = 674.4ton$$

$$V \le \frac{2.5 C_a I}{R} W = \frac{2.5 \times 0.4 \times 1.0}{8.5} \times 10705.4 = 1259.4ton > 674.4ton$$

$$V \geq 0.11 C_a I W = 0.11 \times 0.4 \times 1.0 \times 10705.4 = 471 ton < 674.4 ton$$

باعتبار المبنى في المنطقة الزلزالية (4) فإن:

$$V \geq \frac{0.8 Z N_v I}{R} W = \frac{0.8 \times 0.4 \times 1.2 \times 1}{8.5} \times 10705.4 = 483.7 ton < 674.4 ton$$

إذاً القص القاعدي $V = 674.4 ton$

- توزيع القوى الزلزالية على ارتفاع البناء:

يتم ذلك وفقاً للعلاقة (18-14) مع الأخذ بالحسبان أن $T > 0.7 \sec$ وبالتالي

تحدد القوة المركزة أعلى البناء $F_t = 0.07 TV = 0.07 \times 1.25 \times 674.4 = 59 ton$

القوة اللازم توزيعها على ارتفاع البناء $V - F_t = 674.4 - 59 = 615.4 ton$

ويتم توزيع $V - F_t$ وفقا للعلاقة التالية

$$F_x = (V - F_t) \frac{w_x h_x}{\Sigma w_i h_i}$$

ويبين الجدول التالي ناتج التوزيع:

المنسوب	$h_x (m)$	$w_x (ton)$	$w_x h_x \times 10^{-3}$	$F_i + F_t (ton)$
9	36	1189.5	42.822	182.1
8	32	1189.5	38.064	109.4
7	28	1189.5	33.306	95.7
6	24	1189.5	28.548	82
5	20	1189.5	23.790	68.40
4	16	1189.5	19.032	54.70
3	12	1189.5	14.274	41
2	8	1189.5	9.516	27.40
1	4	1189.5	4.758	13.70
المجموع			214.110	674.40

- تحديد الانتقالات الطابقية غير المرنة.

باعتبار $T > 0.7\sec$ فإن القيمة العظمى للانزياح الطابقي تحدد بالعلاقة(14-27b) أي:

$$\Delta_a \le 0.02h = 0.02 \times 400 = 8cm$$

وعليه يحدد الانزياح الطابقي المرن بتطبيق العلاقة (14-26) أي:

$$\Delta_M = 0.7R\Delta_s \Rightarrow \Delta_s \le \frac{0.02h}{0.7R} = \frac{0.02h}{0.7 \times 8.5} = 0.00336h$$

$$\Delta_s \le 0.00336 \times 400 = 1.344cm$$

- تحديد معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير.

في حالة الإطارات المقاومة للعزوم تحسب r_i على أنها تساوي 70% من القص الذي يتحمله عامودان داخليان مقسوماً على القص الطابقي. ويحدد تقريباً القص الذي يتحمله العمود الواحد على أساس أن الأعمدة الداخلية تتحمل قصاً متساوياً أما الأعمدة الخارجية فتتحمل نصف ذلك وعليه يحدد $r_{\max}$ في الاتجاه العرضي ذي الأربع مجازات كما يلي:

$$r_{\max} = 0.7(V/8 + V/8)/V = 0.175$$

$$A_B = 30.5 \times 52 = 1586m^2$$

$$\rho = 2 - \frac{6.1}{r_{\max}\sqrt{A_B}} = 2 - \frac{6.1}{0.175\sqrt{1586}} = 1.12 < 1.25$$

حيث $\rho_{\max} = 1.25$ للإطارات الخاصة المقاومة للعزوم إذاً: $\rho = 1.12$ في الاتجاه العرضي. وبالمثل يتم حساب ρ في الاتجاه الطولي للبناء ذي السبع مجازات كما يلي:

$$r_{\max} = 0.7(V/14 + V/14)/V = 0.1$$

$$\rho = 2 - \frac{6.1}{0.1\sqrt{1586}} = 0.47 < \rho_{\min} = 1.0 \Rightarrow \rho = 1.0$$

مثال (14-21)

يبين الشكل (1) أدناه مسقط الطابق المتكرر لمبنى بيتوني مؤلف من خمس طوابق كما يبين الشكل (2) مسقط كوفراج بلاطة السقف المتكرر وجملة مقاومة القوى الزلزالية التي تتألف من جدران قص في الاتجاهين .

استعمل الطريقة الستاتيكية الثانية واحسب القوة الزلزالية المكافئة (القص القاعدي) وادرس توزعها على ارتفاع البناء وحدد مساهمة كل جدار قص في مقاومة هذه القوة علماً أن البناء سيشاد في منطقة ذات زلزالية متوسطة (Z=0.25) وأن تربة الموقع من النوع (SB) وأن الارتفاع الطابقي 3.5m .

الحـــــل :

سيتم حساب الحمولات الأفقية وفق الطريقة الستاتيكية الثانية في الكود العربي السوري بفرض أن بلاطات الأسقف ستتصرف كألواح صلبة في مستويها وستنقل الأحمال الناتجة عن الهزة الأرضية إلى جملة من جدران القص المبينة على مخططات كوفراج البناء.

تقدر قوة القص الكلية على سطح قواعد الجدران القصية بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{C_v I}{RT} W$$

بما أن الجملة الإنشائية جدران حمّالة وباستخدام الجدول (4-14) نجد R=4.5

معامل الأهمية I=1.0

Z=0.25 و معامل مقطع التربة S_B وباستخدام الجدولين (6 و5-14) نجد:

$$C_v = C_a = 0.25$$

$$h_n = 5 \times 3.5 = 17.5m$$

$$T = C_t (h_n)^{3/4} = 0.0488 \times (17.5)^{3/4} = 0.42Sec$$

$$V = \frac{0.25 \times 1.0}{4.5 \times 0.42} \times W = 0.132W$$

$$V \le \frac{2.5 C_a I}{R} W = \frac{2.5 \times 0.25 \times 1.0}{4.5} \times W = 0.139W$$

$$V \ge 0.11 C_a I W = 0.11 \times 0.25 \times 1.0 \times W = 0.0275W$$

إذاً القص القاعدي $V = 0.132W$

حيث تمثل W مجمل الأحمال الميتة المطبقة على المنشأ

- **حساب الوزن الإجمالي W:**

بفرض أن الجملة الإنشائية هي بلاطة باتجاهين و بسماكة $12\ cm$ فيكون الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12 \times 2500 = 300\ \ kg/m^2$

وعلى فرض أن حمولات التغطية هي $200\ kg/m^2$ وأن الأوزان الذاتية للجوائز والأعمدة حوالي $50\ kg/m^2$ فتكون الحمولة الميتة على المتر المربع :

$$g = 300 + 200 + 50 = 550\ kg/m^2$$

ويكون وزن بلاطة الطابق الواحد باعتبار مساحة الطابق $321\ m^2$:

$$321 \times 0.55 = 177\ ton$$

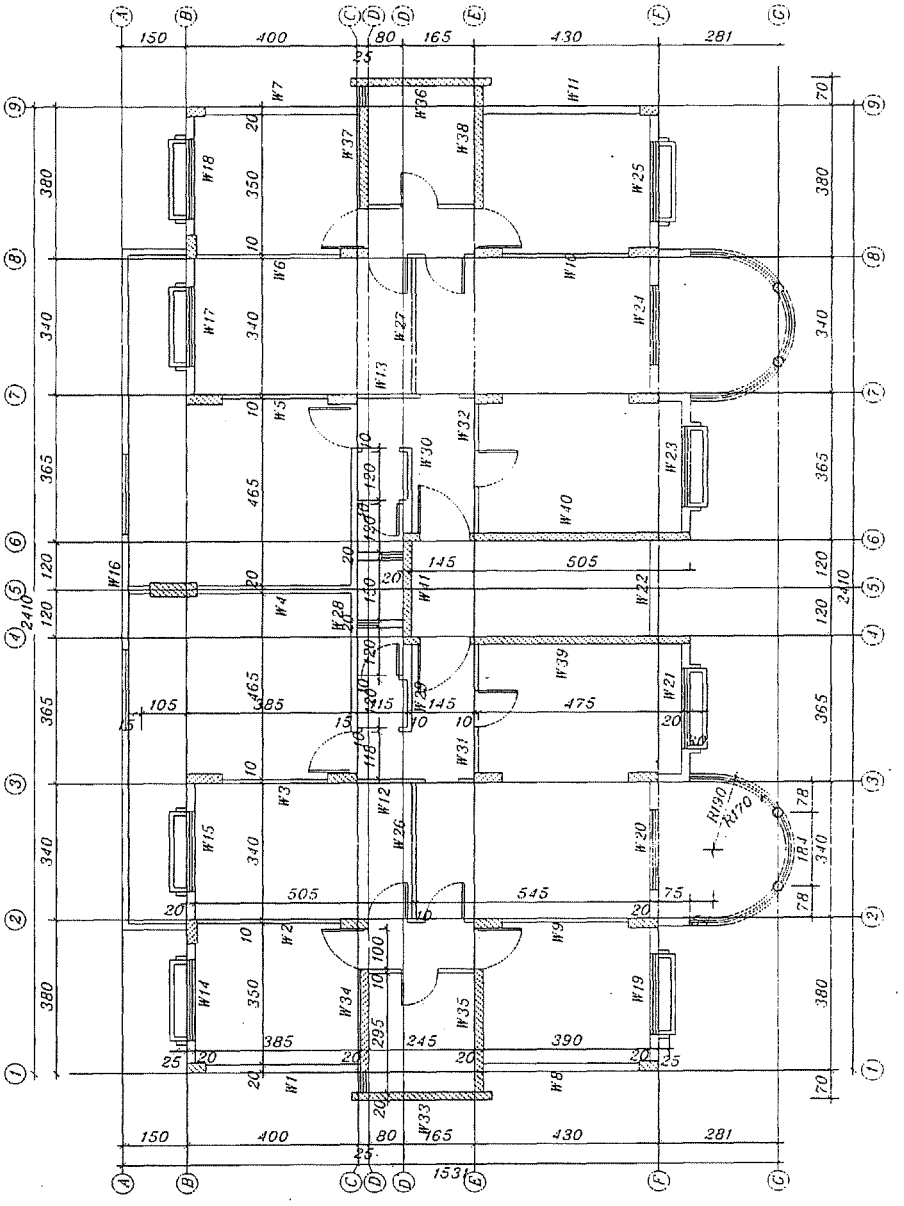
أما وزن الجدران المبنية على بلاطة الطابق المتكرر $151\ ton$ وفق الجدول رقم (1)

فيكون الحمل الميت عند الطابق المتكرر: $w_i = 177 + 151 = 328 ton$

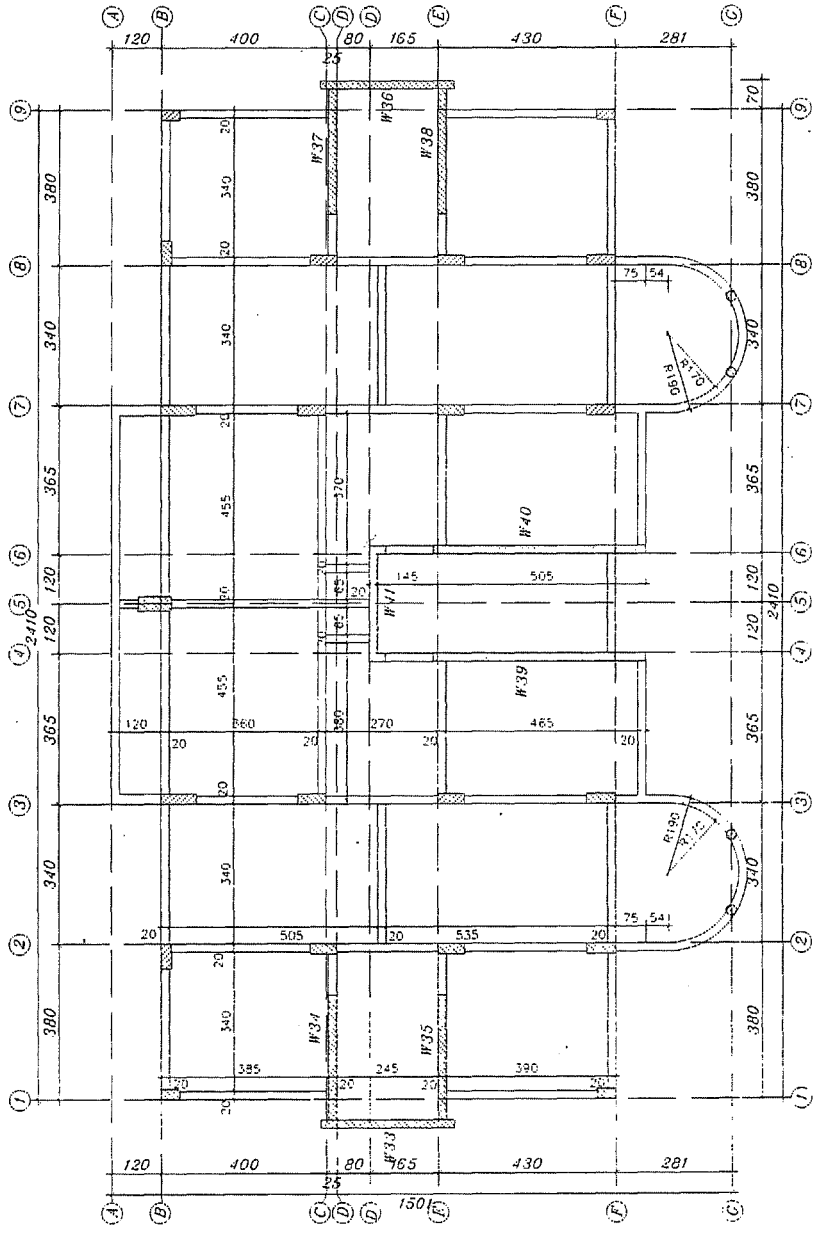
و يكون الحمل الميت عند السطح الأخير: $w_5 = 177 + 0.5 \times 151 = 253\ \ ton$

و يكون الوزن الإجمالي: $W = 4 \times 328 + 253 = 1565\ ton$

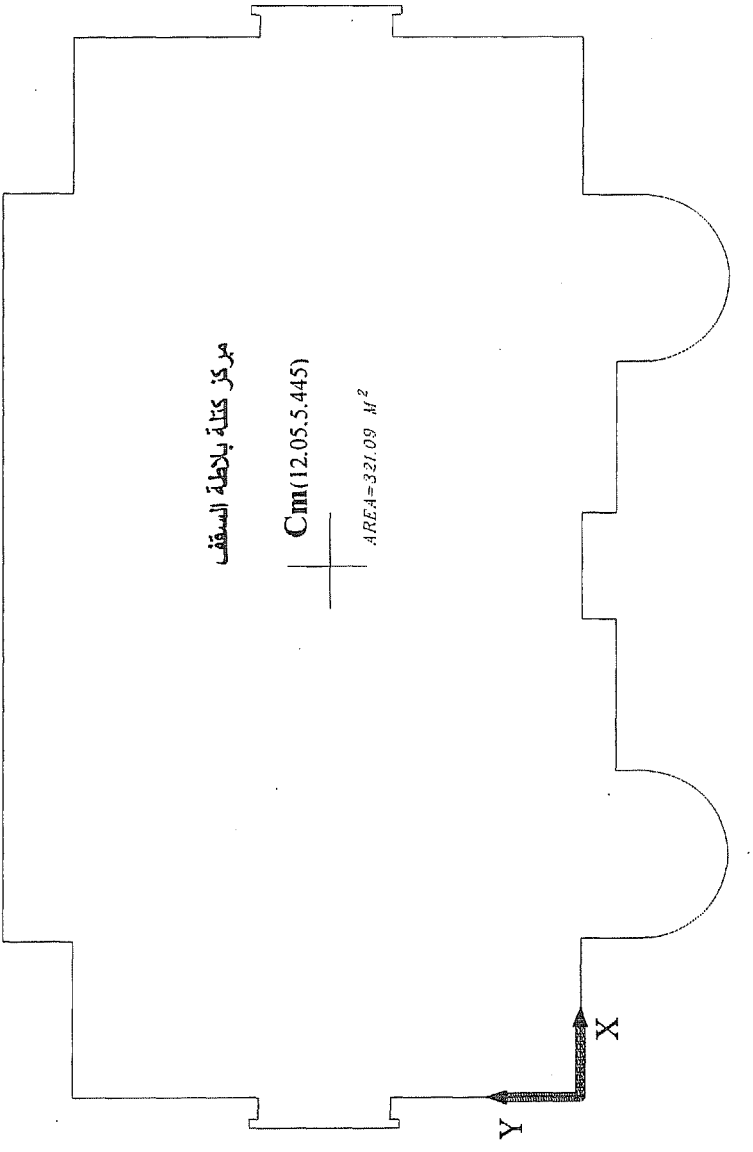
وتكون قوة القص عند القاعدة: $V = 0.132 \times W = 206.0\ ton$



الشكل (1)


W36
W37
W38
W40
W41
W39
W34
W35
W33
120
400
80
165
430
281
380
340
365
120
2410
505
535
465
390
385
245
270
360
455
145
75
54
70
541
150

الشكل (2)



الشكل (3)

جـــــــــــدول (1)

WALL NO.	L	WEIGHT OF ONE METER	Wi	Xi	Yi	Wi*Xi	Wi*Yi
W1	3.60	1.09	3.93	10	875	0.39	34.40
W2	3.35	0.68	2.26	375	907.5	8.49	20.55
W3	2.45	0.68	1.66	725	892.5	12.01	14.78
W4	3.60	1.09	3.93	1205	895	47.37	35.18
W5	2.45	0.68	1.66	1685	892.5	27.91	14.78
W6	3.35	0.68	2.26	2035	907.5	46.08	20.55
W7	3.60	1.09	3.93	2400	875	94.35	34.40
W8	3.65	1.09	3.99	10	227.5	0.40	9.07
W9	2.95	0.68	1.99	375	217.5	7.48	4.34
W10	2.95	0.68	1.99	2035	217.5	40.58	4.34
W11	3.65	1.09	3.99	2400	227.5	95.66	9.07
W12	1.58	0.68	1.07	725	621	7.74	6.63
W13	1.58	0.68	1.07	1685	621	18.00	6.63
W14	2.95	1.09	3.22	180	1090	5.80	35.11
W15	3.40	1.09	3.71	550	1090	20.42	40.47
W16	9.70	1.09	10.59	1199	1240	127.00	131.35
W17	3.40	1.09	3.71	1860	1090	69.06	40.47
W18	2.95	1.09	3.22	2230	1090	71.84	35.11
W19	3.35	1.09	3.66	190	10	6.95	0.37
W20	3.40	1.09	3.71	550	10	20.42	0.37
W21	3.38	1.09	3.69	902.5	-45	33.26	-1.66
W22	2.40	1.09	2.62	1205	10	31.58	0.26
W23	3.38	1.09	3.69	1507.5	-45	55.56	-1.66
W24	3.40	1.09	3.71	1860	10	69.06	0.37
W25	3.35	1.09	3.66	2220	10	81.21	0.37
W26	3.40	0.68	2.30	550	570	12.64	13.10
W27	3.40	0.68	2.30	186	570	4.28	13.10
W28	7.09	0.68	4.79	1205	705	57.75	33.79
W29	3.35	0.68	2.26	956	580	21.65	13.13
W30	3.35	0.68	2.26	1451	580	32.86	13.13
W31	3.20	0.68	2.16	905	425	19.58	9.19
W32	3.20	0.68	2.16	1505	425	32.56	9.19
W33	3.25	1.56	5.07	-60	552.5	-3.04	28.01
W34	3.05	1.56	4.76	102.5	685	4.88	32.59
W35	3.05	1.56	4.76	102.5	420	4.88	19.98
W36	3.25	1.56	5.07	2470	552.5	125.23	28.01
W37	3.05	1.56	4.76	2307.5	685	109.79	32.59
W38	3.05	1.56	4.76	2307.5	420	109.79	19.98
W39	5.15	1.56	8.03	1075	182.5	86.37	14.66
W40	5.15	1.56	8.03	1335	182.5	107.25	14.66
W41	2.80	1.56	4.37	1205	585	52.63	25.55
			150.78			1777.71	816.35
						Xm=11.79	Ym =5.41

- **توزيع القوى الجانبية:**

$$V = F_t + \sum_{i=1}^{5} F_i \,,$$

$Ft = 0.0$ لأن دور المنشأ $T < 0.7$ sec

وتحسب القوة الأفقية المطبقة عند مستوي البلاطة (z) وفق العلاقة التالية

$$F_z = V \times \frac{w_z \times h_z}{\sum_{i=1}^{5} w_i \times h_i}$$

الطابق (i)	h_i (m)	w_i ton	$w_i h_i$	$\frac{w_i \times hi}{\sum w_i \times hi}$	F_i ton
5	17.5	253	4427.5	0.278	57.34
4	14.0	328	4592	0.289	59.47
3	10.5	328	3444	0.217	44.60
2	7.0	328	2296	0.144	29.73
1	3.5	328	1148	0.072	14.87
		1565	15907.5		

تحدد نقطة تطبيق القوى F_i في مركز ثقل كتلة الطابق الذي يحدد كما يلي:

$$x_m = \frac{12.05 \times 177 + 151 \times 11.79}{177 + 151} = 11.93 \quad m$$

$$y_m = \frac{5.455 \times 177 + 151 \times 5.41}{177 + 151} = 5.43 \quad m$$

- **تحديد مركز صلابة الجملة المقاومة للأحمال الجانبية:**

سنستخدم مجموعة من الجدران القصية في الإتجاهين

في الاتجاه x (شرق – غرب) W_{34} ,W_{35} ,W_{37} ,W_{38} ,W_{41}

في الاتجاه y (شمال –جنوب) W_{33} , $W_{36,}$ W_{39} ,W_{40}

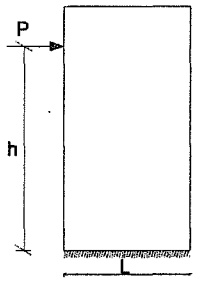
سنبحث عن مركز صلابة كل مجموعة من هذه الجدران وفي كل طابق:

تحدد صلابة جدار ظفري طوله L وارتفاعه H وسماكته t ومعامل مرونته E

ومعامل القص G بواسطة العلاقة بين القوة P المطبقة وانتقالها Δ_P التالية:

$$\Delta_P = \frac{Ph^3}{3EI} + \frac{1.2 \times Ph}{AG}$$

وباعتبار: $A = t \times L$, $I = t \times L^3/12$, $G = 0.4E$ للبيتون نكتب العلاقة السابقة بشكل لا بعدي كمال يلي:



$$\Delta = \frac{Et}{P} \times \Delta_P = 4 \times (\frac{h}{L})^3 + 3 \times (\frac{h}{L})$$

يمكن تبني نفس العلاقة بالنسبة لكل الجدران كونها منفذة من نفس المادة ولها نفس السماكة وتحدد صلابة الجدار الاعتبارية بالعلاقة التالية: $R = \frac{1}{\Delta}$.

تبين الجداول ذوات الأرقام من (2) وحتى(6) صلابة الجدران القصية في كل طابق من البناء وكذلك مركز الصلابة محسوبا وفق العلاقتين التاليتين :

$$x_{cr} = \frac{\sum x \ R_y}{\sum R_y}, \qquad y_{cr} = \frac{\sum y \ R_x}{\sum R_x}$$

فنجد: $x_{cr} = 12.05 \ m, \qquad y_{cr} = 5.58 \ m$

- **تحديد مساهمة كل جدار في الطابق (i) بتحمل القوى الجانبية**

تحدد مساهمة الجدار (j) F_{vij} وذلك اعتماداً على نسبة صلابته R_{ij} بالنسبة لصلابة الجملة $\sum_j R_{ij}$

$$F_{Vx\ i\ j} = F_{x\ i} \frac{R_{xij}}{\sum_j R_{xij}}, \qquad F_{Vy\ i\ j} = F_{y\ i} \frac{R_{yij}}{\sum_j R_{yij}}$$

وتبين الجداول ذوات الارقام (2) وحتى (6) توزع القوى الجانبية على جدران القص وفي كل منسوب من مناسيب البناء.

كما بينا سابقا أن نقطة تطبيق القوتين الجانبيتين F_{xi}, F_{yi} في الطابق i هي في مركز

تقل كتلة الطابق i . لذلك يتولد لا مركزية من تطبيق هاتين القـوتين بالنسـبة لمركـز صلابة الجملة وتحدد هذه اللامركزية كما يلي

$$e_x = x_{cr} - x_m = 12.05 - 11.93 = 0.12 \quad m$$

$$e_y = y_{cr} - y_m = 5.58 - 5.43 = 0.15 \quad m$$

لكن الكود اشترط حتى في حالة الأبنية المتناظرة تماما يؤخذ بالحسبان لا مركزية قدرها 5% من بعد البناء المتعامد مع جهة القوى الجانبية أي:

$$e_{x\,acc} = 0.05 \times 24.1 = 1.20 \quad m$$

$$e_{y\,acc} = 0.05 \times 15.31 = 0.76 \quad m$$

لذلك لا بد من تطبيق عزم فتل إضافي على جملة القص في كل طابق (i) يحسب كمـا يلي :

$$T_{xi} = F_{xi} \times e_y \pm F_{xi} \times e_{yacc} \ , \qquad T_{yi} = F_{y_i} \times e_x \pm F_{y_i} \times e_{xacc}$$

تحدد نسبة مساهمة الجدار (j) في مقاومة عزم الفتل (Ti) بالعلاقتين التاليتين:

$$F_{txij} = -T_{xi} \times \frac{R_j d_j}{\sum R_j d_j^2} \text{ للعناصر الموازية لـ X} \ , \quad F_{txij} = T_{xi} \times \frac{R_j d_j}{\sum R_j d_j^2} \text{ للعناصر الموازية لـ y}$$

$$F_{tyxij} = -T_{yi} \times \frac{R_j d_j}{\sum R_j d_j^2} \text{ للعناصر الموازية لـ X} \ , \quad F_{tyij} = T_{yi} \times \frac{R_j d_j}{\sum R_j d_j^2} \text{ للعناصر الموازية لـ y}$$

حيث d_j هو بعد الجدار j من مركز صلابة الجملة .

وتبين الجداول (7) وحتى (16) مساهمات الجدران القصية بتحمل القـوى القاصـة الناجمة عن عزوم الفتل المطبقة في كل طابق. كما تبين هذه الجداول أيضـا محصـلة القوى القاصة الكلية $F_{x\,tot}$ ، $F_{y\,tot}$ (القص المباشر , القص الناتج عن الفتل) المطبقة على كل جدار قص في كل طابق .

جـــــــــــدول (2) :

FIVTH FLOOR													
WALL No.	Dir.	L	H	x_i	y_i	A	1/A	Rxi	Ryi	x_i*Ryi	y_i*Rxi	Fyxi	Fxyi
W33	Y	3.25	17.5	-0.60		640.642	0.001561		0.001561	-0.000937		0.00	5.93
W34	X	3.05	17.5		6.85	772.783	0.001294	0.001294			0.008864	12.00	0.00
W35	X	3.05	17.5		4.20	772.783	0.001294	0.001294			0.005435	12.00	0.00
W36	Y	3.25	17.5	24.70		640.642	0.001561		0.001561	0.0385551		0.00	5.93
W37	X	3.05	17.5		6.85	772.783	0.001294	0.001294			0.008864	12.00	0.00
W38	X	3.05	17.5		4.20	772.783	0.001294	0.001294			0.005435	12.00	0.00
W39	Y	5.15	17.5	10.75		167.141	0.005983		0.005983	0.064317		0.00	22.74
W40	Y	5.15	17.5	13.35		167.141	0.005983		0.005983	0.0798727		0.00	22.74
W41	X	2.80	17.5		5.85	995.313	0.001005	0.0010047			0.005878	9.32	0.00
								0.0061808	0.015083	0.1[illegible]0027	[illegible]	57.34	57.34
										Xcr	Ycr		
										12.05	5.38		

جـــــــــــــدول (3) :

FOURTH FLOOR													
WALL No.	Dir.	L	H	x_i	y_i	Δ	1/Δ	Rxi	Ryi	x_i*Ryi	y_i*Rxi	Fvxj	Fvyj
W33	Y	3.25	14	-0.60		332.661	0.003006		0.003006	-0.001804		0.00	6.25
W34	X	3.05	14		6.85	400.622	0.002496	0.0024961			0.017098	12.45	0.00
W35	X	3.05	14		4.20	400.622	0.002496	0.0024961			0.010484	12.45	0.00
W36	Y	3.25	14	24.70		332.661	0.003006		0.003006	0.0742498		0.00	6.25
W37	X	3.05	14		6.85	400.622	0.002496	0.0024961			0.017098	12.45	0.00
W38	X	3.05	14		4.20	400.622	0.002496	0.0024961			0.010484	12.45	0.00
W39	Y	5.15	14	10.75		88.512	0.011298		0.011298	0.1214523		0.00	23.49
W40	Y	5.15	14	13.35		88.512	0.011298		0.011298	0.1508268		0.00	23.49
W41	X	2.80	14		5.85	515.000	0.001942	0.0019417			0.011359	9.68	0.00
								0.0119262	0.028608	0.3447253	0.066523	59.47	59.47
										Xcr	Ycr		
										12.05	5.56		

جـــــــــــدول (4) :

THIRD FLOOR													
WALL No.	Dir.	L	H	x_i	y_i	A	1/A	Rxi	Ryi	x*Ryi	y*Rxi	Fxzi	Fyzi
W33	Y	3.25	10.5	-0.60		144.582	0.006917		0.006917	-0.00415		0.00	4.83
W34	X	3.05	10.5		6.85	173.531	0.005763	0.0057627			0.039474	9.33	0.00
W35	X	3.05	10.5		4.20	173.531	0.005763	0.0057627			0.024203	9.33	0.00
W36	Y	3.25	10.5	24.70		144.582	0.006917		0.006917	0.1708377		0.00	4.83
W37	X	3.05	10.5		6.85	173.531	0.005763	0.0057627			0.039474	9.33	0.00
W38	X	3.05	10.5		4.20	173.531	0.005763	0.0057627			0.024203	9.33	0.00
W39	Y	5.15	10.5	10.75		40.017	0.024989		0.024989	0.2686357		0.00	17.47
W40	Y	5.15	10.5	13.35		40.017	0.024989		0.024989	0.3336081		0.00	17.47
W41	X	2.80	10.5		5.85	222.188	0.004501	0.0045007			0.026329	7.29	0.00
								0.0275813	0.0034812	0.7729969	0.3	44.60	44.60
										Xcr	Ycr		
										12.05	5.40		

جـــــــــــــدول (5) :

SECOND FLOOR													
WALL No.	Dir.	L	H	x_i	y_i	Δ	1/Δ	Rxi	Ryi	x_i*Ryi	y_i*Rxi	Fxi	Fyi
W33	Y	3.25	7	-0.60		46.429	0.021538		0.021538	-0.012923		0.00	3.47
W34	X	3.05	7		6.85	55.242	0.018102	0.0181023			0.124	6.21	0.00
W35	X	3.05	7		4.20	55.242	0.018102	0.0181023			0.076029	6.21	0.00
W36	Y	3.25	7	24.70		46.429	0.021538		0.021538	0.5319978		0.00	3.47
W37	X	3.05	7		6.85	55.242	0.018102	0.0181023			0.124	6.21	0.00
W38	X	3.05	7		4.20	55.242	0.018102	0.0181023			0.076029	6.21	0.00
W39	Y	5.15	7	10.75		14.122	0.07081		0.070810	0.7612094		0.00	11.40
W40	Y	5.15	7	13.35		14.122	0.07081		0.070810	0.9453158		0.00	11.40
W41	X	2.80	7		5.85	70.000	0.014286	0.0142857			0.083571	4.90	0.00
								0.0866948	0.184637	2.2255033	0.483357	29.73	29.73
										Xcr	ycr		
										12.05	5.36		

جـــــــــــــدول (6) :

FIRST FLOOR													
WALL No.	Dir.	L	H	x_i	y_i	Δ	1/Δ	Rxi	Ryi	x_i*Ryi	y_i*Rxi	Fvxi	Fvyi
W33	Y	3.25	3.5	-0.60		8.227	0.121556		0.121556	-0.072933		0.00	2.13
W34	X	3.05	3.5		6.85	9.487	0.105405	0.1054054			0.722027	3.08	0.00
W35	X	3.05	3.5		4.20	9.487	0.105405	0.1054054			0.442703	3.08	0.00
W36	Y	3.25	3.5	24.70		8.227	0.121556		0.121556	3.0024289		0.00	2.13
W37	X	3.05	3.5		6.85	9.487	0.105405	0.1054054			0.722027	3.08	0.00
W38	X	3.05	3.5		4.20	9.487	0.105405	0.1054054			0.442703	3.08	0.00
W39	Y	5.15	3.5	10.75		3.294	0.303545		0.303545	3.2631039		0.00	5.31
W40	Y	5.15	3.5	13.35		3.294	0.303545		0.303545	4.0523198		0.00	5.31
W41	X	2.80	3.5		5.85	11.563	0.086486	0.0864865			0.505946	2.53	0.00
								0.508108	0.850201	10.241979	2.685405	14.87	14.87
										Xcr	Ycr		
										12.05	5.56		

جـــ

FIVTH FLOOR

WALL No.	Dir.	x_i	y_i	d_{ix}	d_{iy}	$R_j^*d_j$	$R_j^*d_j^2$	F_{vxj}	$F_{xi}xe_y$	F_{txj}'	$F_{vxj} + F_{txj}'$	$\pm F_{xi}xe_{yacc}$	F_{txj}''	F_{xtot}
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0197	0.2498	0.00	8.60	-0.321	-0.321	±43.578	-1.627	-1.948
W34	X		6.85		1.27	0.0016	0.0021	12.00	8.60	-0.027	11.978	±43.578	0.136	12.114
W35	X		4.20		-1.38	-0.0018	0.0025	12.00	8.60	0.029	12.034	±43.578	0.147	12.181
W36	Y	24.70		12.65		0.0197	0.2498	0.00	8.60	0.321	0.321	±43.578	1.627	1.948
W37	X		6.85		1.27	0.0016	0.0021	12.00	8.60	-0.027	11.978	±43.578	0.136	12.114
W38	X		4.20		-1.38	-0.0018	0.0025	12.00	8.60	0.029	12.034	±43.578	0.147	12.181
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0078	0.0101	0.00	8.60	-0.126	-0.126	±43.578	-0.641	-0.767
W40	Y	13.35		1.30		0.0078	0.0101	0.00	8.60	0.126	0.126	±43.578	0.641	0.767
W41	X		5.85		0.27	0.0003	0.0001	9.32	8.60	-0.004	9.316	±43.578	0.023	9.339
						0.0000	0.5290	57.34						

$F_{xtot} = F_{vxj} + F_{txj}' + F_{txj}''$

جـــــــــــــــــــدول (8):

FOURTH FLOOR														
WALL No.	Dir.	x_j	y_j	e_{xj}	e_{yj}	$R_j^*q_j$	$R_j^*q_j z$	F_{vxj}	$F_{vj}x_j$	F_{tyj}	$F_{vxj} + F_{tyj}$	$\pm F_{txj}(e_{yj}, e_{xj})$	F_{txj}	F_{xtot}
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0380	0.4810	0.00	8.92	-0.333	-0.333	±45.20	-1.69	-2.02
W34	X		6.85		1.27	0.0032	0.0040	12.45	8.92	-0.028	12.419	±45.20	0.14	12.56
W35	X		4.20		-1.38	-0.0034	0.0047	12.45	8.92	0.030	12.477	±45.20	0.15	12.63
W36	Y	24.70		12.65		0.0380	0.4810	0.00	8.92	0.333	0.333	±45.20	1.69	2.02
W37	X		6.85		1.27	0.0032	0.0040	12.45	8.92	-0.028	12.419	±45.20	0.14	12.56
W38	X		4.20		-1.38	-0.0034	0.0047	12.45	8.92	0.030	12.477	±45.20	0.15	12.63
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0147	0.0191	0.00	8.92	-0.129	-0.129	±45.20	-0.65	-0.78
W40	Y	13.35		1.30		0.0147	0.0191	0.00	8.92	0.129	0.129	±45.20	0.65	0.78
W41	X		5.85		0.27	0.0005	0.0001	9.68	8.92	-0.005	9.678	±45.20	0.02	9.70
								59.47			Fxtot= Fvxj + Ftxj + Ftxj			

جـــــــــــــــــــدول (9):

THIRD FLOOR														
WALL No.	Dir.	x_i	y_i	d_{jx}	d_{jy}	$R_j^*d_j$	$R_j^*d_j^2$	F_{vxj}	$F_{vx}xe_y$	F_{txj}	$F_{vxj} + F_{txj}$	$\pm F_{vx}xe_{y\,min}$	F_{tzj}	F_{xtot}
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0875	1.1068	0.00	6.69	-0.250	-0.250	±33.90	-1.27	-1.52
W34	X		6.85		1.27	0.0073	0.0093	9.33	6.69	-0.021	9.308	±33.90	0.11	9.41
W35	X		4.20		-1.38	-0.0079	0.0109	9.33	6.69	0.023	9.351	±33.90	0.12	9.47
W36	Y	24.70		12.65		0.0875	1.1068	0.00	6.69	0.250	0.250	±33.90	1.27	1.52
W37	X		6.85		1.27	0.0073	0.0093	9.33	6.69	-0.021	9.308	±33.90	0.11	9.41
W38	X		4.20		-1.38	-0.0079	0.0109	9.33	6.69	0.023	9.351	±33.90	0.12	9.47
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0325	0.0422	0.00	6.69	-0.093	-0.093	±33.90	-0.47	-0.56
W40	Y	13.35		1.30		0.0325	0.0422	0.00	6.69	0.093	0.093	±33.90	0.47	0.56
W41	X		5.85		0.27	0.0012	0.0003	7.29	6.69	-0.004	7.282	±33.90	0.02	7.30
						0.0000	2.0329	44.60						

Fxtot= Fvxj + Ftxj + Ftxj

جـــ

:(10) دول

SECOND FLOOR														
WALL No.	Dir.	x_i	y_i	d_{jx}	d_{jy}	Rj*dj	Rj*dj2	Fvxj	$F_{xi}Xe_y$	Ftxj	Fvxj + Ftxj	$\pm F_{xi}Xe_{yacc}$	Ftxj'	Fxtot
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.2725	3.4466	0.00	4.46	-0.167	-0.167	±22.59	-0.85	-1.02
W34	X		6.85		1.27	0.0230	0.0293	6.21	4.46	-0.014	6.194	±22.59	0.07	6.27
W35	X		4.20		-1.38	-0.0250	0.0344	6.21	4.46	0.015	6.223	±22.59	0.08	6.30
W36	Y	24.70		12.65		0.2725	3.4466	0.00	4.46	0.167	0.167	±22.59	0.85	1.02
W37	X		6.85		1.27	0.0230	0.0293	6.21	4.46	-0.014	6.194	±22.59	0.07	6.27
W38	X		4.20		-1.38	-0.0250	0.0344	6.21	4.46	0.015	6.223	±22.59	0.08	6.30
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0921	0.1197	0.00	4.46	-0.057	-0.057	±22.59	-0.29	-0.34
W40	Y	13.35		1.30		0.0921	0.1197	0.00	4.46	0.057	0.057	±22.59	0.29	0.34
W41	X		5.85		0.27	0.0039	0.0011	4.90	4.46	-0.002	4.897	±22.59	0.01	4.91
						[illegible]	[illegible]	29.73			Fxtot= Fvxj + Ftxj + Ftxj'			

جـــ

:(11) جـــ

FIRST FLOOR														
WALL No.	Dir.	x_i	y_i	d_{ix}	d_{iy}	$R_i^*d_i$	$R_i^*d_i^2$	F_{vxj}	$F_{ai}Xe_y$	F_{txj}	$F_{vxj} + F_{txj}$	$\pm F_{ai}Xe_{yacc}$	F_{tyj}	F_{xtot}
W33	Y	-0.60		-12.65		-1.5377	19.4517	0.00	2.23	-0.084	-0.084	±11.30	-0.43	-0.51
W34	X		6.85		1.27	0.1338	0.1699	3.08	2.23	-0.007	3.077	±11.30	0.04	3.11
W35	X		4.20		-1.38	-0.1455	0.2008	3.08	2.23	0.008	3.093	±11.30	0.04	3.13
W36	Y	24.70		12.65		1.5377	19.4517	0.00	2.23	0.084	0.084	±11.30	0.43	0.51
W37	X		6.85		1.27	0.1338	0.1699	3.08	2.23	-0.007	3.077	±11.30	0.04	3.11
W38	X		4.20		-1.38	-0.1455	0.2008	3.08	2.23	0.008	3.093	±11.30	0.04	3.13
W39	Y	10.75		-1.30		-0.3946	0.5130	0.00	2.23	-0.022	-0.022	±11.30	-0.11	-0.13
W40	Y	13.35		1.30		0.3946	0.5130	0.00	2.23	0.022	0.022	±11.30	0.11	0.13
W41	X		5.85		0.27	0.0233	0.0063	2.53	2.23	-0.001	2.530	±11.30	0.01	2.54
						0.0000	40.6771	14.87						

Fxtot= Fvxj + Ftxj + Ftxj

جـــــــــــــــــــدول (12):

FIVTH FLOOR															
WALL No.	Dir.	x_i	y_i	d_{jx}	d_{jy}	Rj^*dj	Rj^*dj2	Fi	Fvyj	$F_{yx\Phi_x}$	Ftyj	Fvyj + Ftyj	$\pm F_{yx\Phi_{max}}$	Ftyj	Fytot
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0197	0.2498	57.34	5.93	6.88	0.257	6.19	±68.81	2.57	8.76
W34	X		6.85		1.27	0.0016	0.0021	57.34	0.00	6.88	0.021	0.02	±68.81	0.21	0.24
W35	X		4.20		-1.38	-0.0018	0.0025	57.34	0.00	6.88	-0.023	-0.02	±68.81	-0.23	-0.26
W36	Y	24.70		12.65		0.0197	0.2498	57.34	5.93	6.88	-0.257	5.68	±68.81	2.57	8.24
W37	X		6.85		1.27	0.0016	0.0021	57.34	0.00	6.88	0.021	0.02	±68.81	0.21	0.24
W38	X		4.20		-1.38	-0.0018	0.0025	57.34	0.00	6.88	-0.023	-0.02	±68.81	-0.23	-0.26
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0078	0.0101	57.34	22.74	6.88	0.101	22.84	±68.81	1.01	23.85
W40	Y	13.35		1.30		0.0078	0.0101	57.34	22.74	6.88	-0.101	22.64	±68.81	1.01	23.65
W41	X		5.85		0.27	0.0003	0.0001	57.34	0.00	6.88	0.004	0.00	±68.81	0.04	0.04
						0.0000	0.5280		57.34			Fytot= Fvyj + Ftyj + Ftyj			

جـــــــــــــــــــــــدول (13):

FOURTH FLOOR															
WALL No.	Dir.	xi	yi	dX	dY	Rj*dj	Rj*dj2	Fi	Fvyj	Fyixex	Ftyj	Fvyj + Ftyj	±Fyixexact	Ftyj	Fytot
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0380	0.4810	59.47	6.25	7.14	0.267	6.52	±71.63	2.67	9.18
W34	X		6.85		1.27	0.0032	0.0040	59.47	0.00	7.14	0.022	0.02	±71.63	0.22	0.24
W35	X		4.20		-1.38	-0.0034	0.0047	59.47	0.00	7.14	-0.024	-0.02	±71.63	-0.24	-0.27
W36	Y	24.70		12.65		0.0380	0.4810	59.47	6.25	7.14	-0.267	5.98	±71.63	2.67	8.65
W37	X		6.85		1.27	0.0032	0.0040	59.47	0.00	7.14	0.022	0.02	±71.63	0.22	0.24
W38	X		4.20		-1.38	-0.0034	0.0047	59.47	0.00	7.14	-0.024	-0.02	±71.63	-0.24	-0.27
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0147	0.0191	59.47	23.49	7.14	0.103	23.59	±71.63	1.03	24.62
W40	Y	13.35		1.30		0.0147	0.0191	59.47	23.49	7.14	-0.103	23.38	±71.63	1.03	24.41
W41	X		5.85		0.27	0.0005	0.0001	59.47	0.00	7.14	0.004	0.00	±71.63	0.04	0.04
						0.0000	1.0180		59.47			Fytot= Fvyj + Ftyj + Ftyj			

جـــــــــــــــــــــــدول (14):

THIRD FLOOR															
WALL No.	Dir.	xi	yi	djX	djY	Rj*dj	Rj*dj2	Fi	Fvyj	Fyixex	Ftyj	Fvyj + Ftyj	±Fyixexacc	Ftyj	Fytot
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.0875	1.1068	44.60	4.83	5.35	0.200	5.03	±53.52	2.00	7.04
W34	X		6.85		1.27	0.0073	0.0093	44.60	0.00	5.35	0.017	0.02	±53.52	0.17	0.18
W35	X		4.20		-1.38	-0.0079	0.0109	44.60	0.00	5.35	-0.018	-0.02	±53.52	-0.18	-0.20
W36	Y	24.70		12.65		0.0875	1.1068	44.60	4.83	5.35	-0.200	4.63	±53.52	2.00	6.64
W37	X		6.85		1.27	0.0073	0.0093	44.60	0.00	5.35	0.017	0.02	±53.52	0.17	0.18
W38	X		4.20		-1.38	-0.0079	0.0109	44.60	0.00	5.35	-0.018	-0.02	±53.52	-0.18	-0.20
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0325	0.0422	44.60	17.47	5.35	0.074	17.54	±53.52	0.74	18.28
W40	Y	13.35		1.30		0.0325	0.0422	44.60	17.47	5.35	-0.074	17.39	±53.52	0.74	18.13
W41	X		5.85		0.27	0.0012	0.0003	44.60	0.00	5.35	0.003	0.00	±53.52	0.03	0.03
						0.0000	2.3389		44.60			Fytot= Fvyj + Ftyj + Ftyj			

جـــ

:(15) جـــ

SECOND FLOOR															
WALL No.	Dir.	xi	yi	djX	djY	Rj*dj	Rj*dj2	Fi	Fvyj	Fyixex	Ftyj	Fvyj + Ftyj	±Fyixexacc	Ftyj	Fytot
W33	Y	-0.60		-12.65		-0.2725	3.4466	29.73	3.47	3.57	0.134	3.60	±35.68	1.34	4.94
W34	X		6.85		1.27	0.0230	0.0293	29.73	0.00	3.57	0.011	0.01	±35.68	0.11	0.12
W35	X		4.20		-1.38	-0.0250	0.0344	29.73	0.00	3.57	-0.012	-0.01	±35.68	-0.12	-0.13
W36	Y	24.70		12.65		0.2725	3.4466	29.73	3.47	3.57	-0.134	3.33	±35.68	1.34	4.67
W37	X		6.85		1.27	0.0230	0.0293	29.73	0.00	3.57	0.011	0.01	±35.68	0.11	0.12
W38	X		4.20		-1.38	-0.0250	0.0344	29.73	0.00	3.57	-0.012	-0.01	±35.68	-0.12	-0.13
W39	Y	10.75		-1.30		-0.0921	0.1197	29.73	11.40	3.57	0.045	11.44	±35.68	0.45	11.90
W40	Y	13.35		1.30		0.0921	0.1197	29.73	11.40	3.57	-0.045	11.35	±35.68	0.45	11.81
W41	X		5.85		0.27	0.0039	0.0011	29.73	0.00	3.57	0.002	0.00	±35.68	0.02	0.02
						0.0000	7.2810		29.73			Fytot= Fvyj + Ftyj + Ftyj			

جـــــــــــــــــــدول (16):

FIRST FLOOR															
WALL No.	Dir.	xi	yi	dj'X	dj'Y	Rj"dj	Rj"dj2	ri	Fvyj	Fyixex	Ftyi	Fvyj + Fyj	±Fyixexacc	Ftyi	Fytot
W33	Y	-0.60		-12.65		-1.5377	19.4517	14.87	2.13	1.78	0.067	2.19	±17.84	0.67	2.87
W34	X		6.85		1.27	0.1338	0.1699	14.87	0.00	1.78	0.006	0.01	±17.84	0.06	0.06
W35	X		4.20		-1.38	-0.1455	0.2008	14.87	0.00	1.78	-0.006	-0.01	±17.84	-0.06	-0.07
W36	Y	24.70		12.65		1.5377	19.4517	14.87	2.13	1.78	-0.067	2.06	±17.84	0.67	2.73
W37	X		6.85		1.27	0.1338	0.1699	14.87	0.00	1.78	0.006	0.01	±17.84	0.06	0.06
W38	X		4.20		-1.38	-0.1455	0.2008	14.87	0.00	1.78	-0.006	-0.01	±17.84	-0.06	-0.07
W39	Y	10.75		-1.30		-0.3946	0.5130	14.87	5.31	1.78	0.017	5.33	±17.84	0.17	5.50
W40	Y	13.35		1.30		0.3946	0.5130	14.87	5.31	1.78	-0.017	5.29	±17.84	0.17	5.46
W41	X		5.85		0.27	0.0233	0.0063	14.87	0.00	1.78	0.001	0.00	±17.84	0.01	0.01
						0.0000	40.8771		14.87			Fytot= Fvyj + Ftyj + Ftyj			

الفصل الخامس عشر

متطلبات التحليل الديناميكي في الكود

15-1 مقدمة

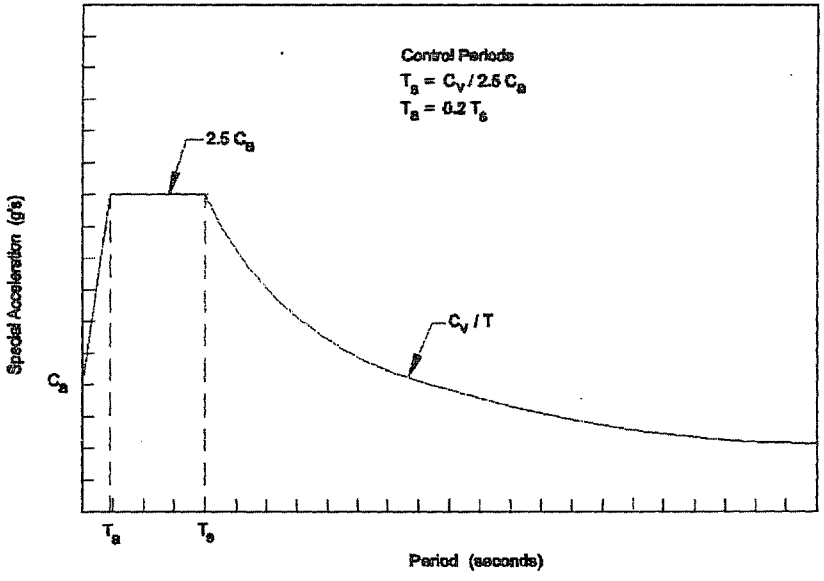
طورت طرائق التحليل الديناميكي للتعامل مع المنشآت التي يكون توزع قوى العطالة فيها مختلف بشكل كبير عما هو مفروض في الطريقة الستاتيكية المكافئة كالأبنية التي تحتوي على تراجعات كبيرة أو التي لها شكل هندسي غير عادي أو التي يحدث فيها انزياحات كبيرة من طابق لآخر وعليه يستعمل التحليل الديناميكي في كل أنواع المنشآت وعلى الأخص المنشآت التالية:

- المنشآت التي يزيد ارتفاعها على 73m وذلك لإدخال التأثيرات المحتملة لأنماط الاهتزاز العالية على توزع القوى والتشوهات.
- المنشآت التي تحتوي عدم انتظام شاقولي في صلابتها أو وزنها أو شكلها الهندسي من الأنواع 1 و 2 و 3 من الجدول (11-14). لأن عدم الانتظام يبطل الفرضيات التي بنيت عليها الطريقة الستاتيكية المكافئة.
- المنشآت في المنطقتين الزلزاليتين 3 و 4 التي يزيد ارتفاعها على خمس طوابق (20m) و ليس لها نفس الجملة الإنشائية على كامل ارتفاعها
- المنشآت المنتظمة التي يزيد دور اهتزازها على 0.7sec والمبنية على تربة مقطعها من النوع S_f.

يجب أن يتم التحليل الديناميكي بناء على مبادئ ديناميك المنشآت الموضحة في الفصل الثالث عشر وباستخدام تمثيل لهزه أرضية مناسبة. وكحد أدنى يجب أن لا

يزيد احتمال تجاوزها على 10% خلال خمسين عاماً. ويمكن تمثيل ذلك بإحدى البدائل التالية:

1. طيف استجابة تصميمي مرن كالمبين في الشكل (1-15) ويُنشأ باستخدام المعاملين الزلزاليين C_a و C_v المعروفين في الجدولين (6,5-14) والذين يعتمدان على زلزالية المنطقة ونوع تربة الموقع. مع الملاحظة أنه يجب ضرب الاجداثي الشاقولي لمخطط طيف الاستجابة هذا بتسارع الجاذبية الأرضية $g = 9.81 m/\sec^2$.



الشكل (1-15)

2. طيف استجابة تصميمي مرن خاص بالموقع وينشأ هذا الطيف بناءً على الخصائص الجيولوجية والتكتونية والزلزالية وخواص التربة للموقع مع

استخدام نسبة تخامد قدرها 5% ما لم تبين الدراسات أن هناك نسبة تخامد أخرى أكثر انسجاماً مع تصرف المنشآت وشدات الاهتزاز في الموقع.

3. سجلات (تواريخ) زمنية لحركة الأرض في الموقع المحدد. حيث يمكن إنشاء طيف استجابة بناءً على هذه السجلات كتقريب مقبول لطيف الاستجابة التصميمي للموقع مع الأخذ بالحسبان جميع المعطيات الأخرى الخاصة بالموقع و المذكورة في الفقرة السابقة.
4. يجب تحقيق المتطلبات التالية للمنشآت ذات الدور $T > 0.7\sec$ (منتظمة أو غير منتظمة) والمبينة على تربة من النوع S_f:
   - أن تُمثل حركة الأرض وفقاً للبندين (2) و (3) السابقين.
   - أن يؤخذ بالحسبان احتمال تضخيم استجابة المنشأ بسبب التأثير المتبادل بين المنشأ وتربة التأسيس وكذلك إطالة دور المنشأ بسبب تصرفه غير المرن.
5. يمكن تمثيل المركبة الشاقولية لحركة الأرض بأخذها كنسبة (2/3) من التسارع الأفقي المرافق ويمكن استخدام نسبة بديلة عندما تشير المعطيات الخاصة بالموقع غير ذلك. وعندما يكون معامل القرب من الموقع N_a المعرف في الفقرة (3-4-14) أكبر من الواحد يجب تطوير طيف استجابة للموقع خاص بالمركبة الشاقولية بدلاً من النسبة المذكورة سابقاً.

15-2 النموذج الرياضي Mathematical Model

يجب أن يمثل النموذج الرياضي للمنشأ الحقيقي التوزيع الفراغي لكتل وصلابة المنشأ إلى الحد الكافي لحساب الملامح الهامة لاستجابته الديناميكية. ويجب استخدام نماذج ثلاثية البعد في التحليل الديناميكي للمنشآت التي تتميز بعدم انتظام

كبير في المستوي الأفقي كتلك المحددة في الجدول (12-14) والتي تحتوي على بلاطات (دايفرامات) صلبة أو نصف صلبة.

كما يجب أن يشتمل النموذج الرياضي كل عناصر جملة مقاومة القوى الجانبية بالإضافة إلى صلاباتها ومقاوماتها مع الأخذ بالحسبان تأثير المقاطع المتشققة على خصائص صلابة العناصر الخرسانية.

يجب التنويه إلى أن دقة النتائج تعتمد على عوامل كثيرة منها:

- الفرضيات التبسيطية المتخذة لإنجاز العمليات الحسابية
- التحديد المناسب لقيم خواص المواد ولأبعاد البناء ولمعاملات التخميد والخصائص الأخرى للمنشأ.
- مدى ما يعكسه النموذج من تقريب للمنشأ الحقيقي وظروف تأسيسه.
- تمثيل مدخلات الهزة الأرضية العظمى المتوقعة في الموقع
- الفهم الصحيح لنتائج التحليل

15-3 التحليل الديناميكي باستخدام طريقة أطياف الاستجابة

Response Spectrum Analysis

هو تحليل ديناميكي مرن يستخدم قيم الاستجابة العظمى المقابلة لأنماط الاهتزاز التي لها مساهمات هامة في استجابة المنشأ الكلية ويحدد عدد هذه الأنماط بحيث يدخل في حساب الاستجابة أكثر من 90% من كتلة المنشأ في كل اتجاه رئيسي، وتحسب الاستجابات النمطية العظمى باستخدام الإحداثيات الشاقولية لمنحني طيف الاستجابة المناسب التي تقابل أدوار اهتزاز الأنماط، ومن ثم تجمع المساهمات النمطية العظمى بطرق احصائية للحصول على استجابة المنشأ الكلية بشكل تقريبي. أي تجمّع القيم العظمى للقوى في العناصر وللانتقالات والقص الطابقي ولردود الأفعال الناتجة عن أنماط الاهتزاز بإحدى الطرق المتعارف عليها إحصائياً.

15-3-1 تخفيض عناصر الاستجابة المرنة

يمكن لأغراض التصميم تخفيض عناصر الاستجابة المرنة المحسوبة كما جاء أعلاه بحيث لا يقل القص القاعدي التصميمي المقابل لها عن القص القاعدي المرن مقسوماً على R وفقاً لما يلي:

1. للمنشآت المنتظمة تخفيض عناصر الاستجابة المرنة بحيث لا يقل القص القاعدي المقابل لها عن 90% من القص القاعدي المحدد وفقاً للطريقة الستاتيكية الثانية التي تم شرحها في الفصل الرابع عشر وذلك عندما تُمثل حركة الأرض وفقاً للبند (1) من الفقرة (1-15).
2. للمنشآت المنتظمة تخفض عناصر الاستجابة المرنة بحيث لا يقل القص القاعدي المقابل لها عن 80% من القص القاعدي المحدد وفقاً للطريقة الستاتيكية الثانية التي تم شرحها في الفصل الرابع عشر وذلك عندما تمثل حركة الأرض وفقاً للبند (2) من الفقرة (1-15).
3. للمنشآت غير المنتظمة تخفض عناصر الاستجابة المرنة بحيث لا يقل القص القاعدي المقابل لها عن 100% من القص القاعدي المحدد وفقاً للطريقة الستاتيكية الثانية التي تم شرحها في الفصل الرابع عشر بغض النظر عن الطريقة التي تُمثل فيها حركة الأرض.

15-3-2 تأثيرات الاتجاه Directional Effects

تخضع تأثيرات الاتجاه لحركة الأرض الأفقية لمتطلبات تراكب المركبتين الأفقية و الشاقولية وفقاً للعلاقة (38-14) كما يجب أن تؤخذ بالحسبان تأثيرات الحركات الشاقولية للأرض على الأظفار الأفقية وعلى العناصر مسبقة الإجهاد كما جاء في الفقرة (12-3-14) وكحل بديل يمكن تحديد الاستجابة الزلزالية الشاقولية بطرائق

التحليل الديناميكي وبحيث لا تقل الاستجابة المستعملة في التصميم عن تلك التي نحصل عليها باستعمال الطريقة الستاتيكية.

15-3-3 تأثير الفتل

يجب أن يشتمل التحليل الإنشائي على تأثير الفتل بما فيه تأثير الفتل الطارئ كما جاء في الفقرة (6-3-14). وعند استعمال النماذج ثلاثية الأبعاد في التحليل يجب اخذ تأثير الفتل الطارئ بالحسبان بضبط مناسب للنموذج الرياضي كضبط مواقع الكتل أو باستخدام إجراءات ستاتيكية مكافئة كتلك التي تم شرحها في الفقرة (14-3-10).

15-3-4 الجمل الثنائية:

عند استخدام الجمل الثنائية لمقاومة القوى الزلزالية يجب أن تكون الجملة المركبة قادرة على تحمل القص القاعدي المحدد وفقاً للفقرة (3-15). كما يجب أن تُصمم الإطارات المقاومة للعزم على تحمل مالا يقل عن 25% من القص القاعدي ويمكن تحليلها وفقاً لاشتراطات الفقرة (3-15) أو وفقاً للفقرة (5-3-14).

15-4 التحليل الديناميكي باستخدام السجلات (التواريخ) الزمنية

يسمح هذا النوع من التحليل للمهندسين عند الضرورة بالذهاب أبعد من استخدام الأطياف النظامية حيث يتم تحليل المنشأ لتحديد استجابته عند محطات زمنية متتالية تحت تأثير سجل زمني لهزة معينة .

يتم تنفيذ التحليل الديناميكي باستعمال السجلات الزمنية لأزواج من المركبات العائدة لحركة الأرض الأفقية حيث يتم انتقاؤها وضبطها من بين ما لا يقل عن ثلاث أحداث زلزالية مسجلة . ويجب أن يكون للسجلات الزمنية المناسبة القدر والبعد عن الصدوع وميكانيكيات المصدر التي تنسجم مع أولئك التي تحدد الهزة

الأساسية التصميمية. وفي حال عدم توفر سجلات زمنية مناسبة لأزواج مركبات الأحداث الزلزالية الثلاث يمكن استعمال أزواج منمذجة (محاكاة صناعياً) لتشكل العدد المطلوب. يتم إنشاء طيف استجابة للموقع المحدد من كل زوج من مركبات الحركة الأفقية وذلك باستعمال الجذر التربيعي لمجموع مربعات قيم طيف الاستجابة الناتج عن كل مركبة لوحدها بوجود نسبة تخامد تساوي 5% . ويتم معايرة الحركات الأرضية بحيث لا يقل وسطي أطياف الاستجابة الناتجة عن أزواج المركبات عن طيف استجابة الهزة الأساسية التصميمية مضروباً بـ 1.4 في الفترة ما بين 0.2T و 1.5T.

يتم حساب عنصر الاستجابة محط الاهتمام نتيجة كل تحليل باستعمال سجل زمني وإذا استعمل ثلاث سجلات زمنية في التحليل فتؤخذ القيمة العظمى لعنصر الاستجابة الناتجة عن التحاليل الثلاث. وإذا استعمل سبع سجلات زمنية أو أكثر فتؤخذ القيمة الوسطى لعنصر الاستجابة الناتجة عن التحاليل.

يخضع التحليل باستعمال السجلات الزمنية إلى نفس الشروط المبينة في الفقرات (15-3-1) وحتى (15-3-4) .

مثال (15-1)

أوجد تواترات وأنماط الاهتزاز الحر والقص القاعدي للمبنى البيتوني ذي الأربعة طوابق المبين في المثال (13-1) باستخدام برنامج الـ Etabs و ملحق الكود بطريقة أطياف الاستجابة وبالطريقة الستاتيكية الثانية مع العلم أن:

- المنطقة الزلزالية 4 ونوع التربة SB. عامل أهمية المنشأ = 1.

.(Ca = 0.4, Cv = 0.4)

- الجملة الإنشائية: إطارات بيتونية خاصة مقاومة للعزوم SMRF.

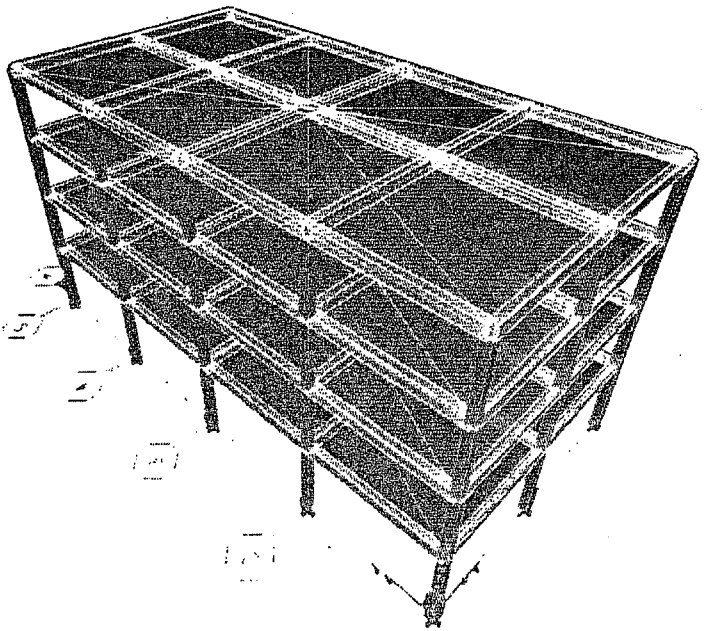
يتم اعتبار درجات الحرية الأربعة فقط الممثلة بالانتقالات الأفقية في

- مستوى الطوابق (بالاتجاه العرضي x فقط).
- أبعاد مقاطع أعمدة البناء (14x14in) ومقاطع الجوائز (20X14in) وسماكة البلاطة 8in. و معامل مرونة البيتون $3.6x10^6\ psi$.
- كتل المنشأ مجمعة في مستوي الطوابق.
- الأحمال: الأحمال الميتة الكلية (متضمنة الوزن الذاتي):

طابق السقف الآخير	390 kips
الطابقين الثالث والثاني	445 kips
الطابق الأول	448 kips

الحـــــل:

أولاً: تم نمذجة المنشأ باستخدام برنامج الـــ Etabs كما هو مبين في الشكل أدناه:



وتم الحصول على مصفوفة أنماط الاهتزاز في الاتجاه القصير من البناء:

	Φ	(Modal Matrix)	
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.8924	0.1065	-1.1009	-2.1707
0.6812	-0.8703	-0.5807	2.3848
0.3861	-.9767	1.2869	-1.4526

وعلى أدوار الاهتزاز:

Mode	Period T (sec)
1	0.780886
2	0.257741
3	0.155242
4	0.117205

ونسب مساهمات الكتل النمطية:

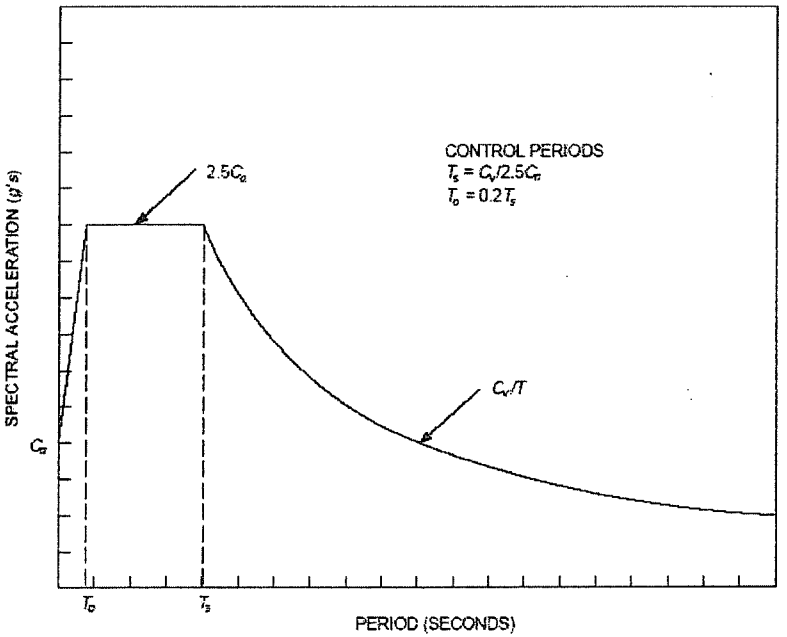
	Modal participation Mass Ratios				
Mode	Period	UX	UY	UZ	SumUX
1	0.780886	90.742	0	0	90.742
2	0.257741	7.4709	0	0	98.213
3	0.155242	1.5222	0	0	99.7352
4	0.117205	0.2648	0	0	100

وقيم القص القاعدي:

Response Spectra Base Shear			
SPEC	Mode	Dir	F1
SPEC1	1	U1	111.79
SPEC1	2	U1	17.84
SPEC1	3	U1	3.64
SPEC1	4	U1	0.63
SPEC1	All	U1	113.26

باستخدام مخطط طيف الاستجابة من ملحق الكود والمبين في الشكل أدناه نحصل

على قيم التسارع الطيفيSpectral Acceleration:



Spectral Acceleration		
Mode	Period	$S_a \times R / Ig$
1	0.780886	0.61
2	0.257741	1.00
3	0.155242	1.00
4	0.117205	1.00

ثانياً: بحل المثال يدوياً بالاعتماد على العلاقات الأساسية ينتج الجدول التالي:

Modal Matrix

Φ			
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.8924	0.1064	-1.1010	-2.1705
0.6811	-0.8704	-0.5806	2.3847
0.3861	-0.9766	1.2869	-1.4527

مصفوفة كتل تمتنا

Mass Matrix

kip sec^2/in

M				
1.0111	0	0	0	4
0	1.1521	0	0	3
0	0	1.1521	0	2
0	0	0	1.1603	1

Transpose of Modal Matrix

ΦT			
1.0000	0.8924	0.6811	0.3861
1.0000	0.1064	-0.8704	-0.9766
1.0000	-1.1010	-0.5806	1.2869
1.0000	-2.1705	2.3847	-1.4527

kip sec2/in

ΦT * M			
1.0111	1.0281	0.7847	0.4480
1.0111	0.1226	-1.0027	-1.1332
1.0111	-1.2685	-0.6689	1.4932
1.0111	-2.5007	2.7474	-1.6955

الكتل المعممة (النمطية)

Generalized Mass Matrix

kip sec^2/in

Mn* = ΦT * M * Φ			
2.636	0.000	0.000	0.000
0.000	3.004	0.000	0.000
0.000	0.000	4.718	0.000
0.000	0.000	0.000	15.439

		kip sec²/in		kip sec²/in			
Γ		M * Γ		φn * Φ^T * M * Γ			
1		1.0111		3.2719			
1		1.1521		-1.0022			
1		1.1521		0.5670			
1		1.1603		-0.4277			

	ω2	Rad/sec			مربع التواتر الزاوي
	64.674				
	593.869				
	1637.329				
	2871.204				

Kn = ω2 * Mn²				الصلابة المعممة (النمطية)		
171.072	0	0	0	Generalized Stiffness Matrix		
0	1783.301	0	0	Modal Stiff.	Kip/in	
0	0	7724.753	0			
0	0	0	44328.534			

	αn = φn * Mii²				مساهمة الأنماط	
	1.2412		Modal Participation Factor			
	-0.3337					
	0.1202					
	-0.0277					

	φn2 * Mii	Modal Participation Mass Ratio		كتل الفعالة	
	4.0612	90.7411		kip sec2/in	
	0.3344	7.4718			
	0.0681	1.5224			
	0.0118	0.2647			
Σ(φn2 / Mn*)	4.4756	100.0000		مجموع كتل المنشأ	

ملاحظة: مجموع الكتل الفعالة تساوي مجموع كتل المنشأ

عامل أهمية المنشأ	I=	1			
تسارع الجاذبية الأرضية	g =	386.225	in/sec²	32.2	ft/sec²
Reduction Factor	R=	8.5	From Table 16N in UBC97 Page 2-32		

Modal Parameter	Modal Response 1	2	3	4	
ω	8.042	24.369	40.464	53.584	Circular frequency
ω2	64.674	593.869	1637.329	2871.204	
Sa * R/(g I)	0.6100	1.0000	1.0000	1.0000	From chart 16-3 in UBC97 Page 2-38
Sa	27.7173	45.4382	45.4382	45.4382	Response Spectrum Acceleration
Sd = Sa / ω2	0.4286	0.0765	0.0278	0.0158	Response Spectrum Displacement
α	1.2412	-0.3337	0.1202	-0.0277	Model Participation Factor
α * Sd	0.5320	-0.0255	0.0033	-0.0004	Response Spectra Modal Amplitude
Φ	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	
	0.8924	0.1064	-1.1010	-2.1705	
	0.6811	-0.8704	-0.5806	2.3847	
	0.3861	-0.9766	1.2869	-1.4527	

Response Quantity					Combined Response ΣAV	SRSS
Displacement	0.5320	-0.0255	0.0033	-0.0004	0.5613	0.5326
vn=Φ ∘ α * Sd	0.4747	-0.0027	-0.0037	0.0010	0.4820	0.4747
	0.3623	0.0222	-0.0019	-0.0010	0.3875	0.3630
	0.2054	0.0249	0.0043	0.0006	0.2353	0.2069
Acceleration	34.4041	-15.1615	5.4607	-1.2587	56.2851	38.0121
ac =vn * ω2	30.7006	-1.6134	-6.0123	2.7321	41.0584	31.4443
	23.4332	13.1960	-3.1704	-3.0017	42.8014	27.2454
	13.2835	14.8068	7.0276	1.8285	36.9464	21.1760
Inertia Forces	34.7860	-15.3298	5.5214	-1.2727	56.9099	38.4340
qn = acT * M	35.3702	-1.8588	-6.9267	3.1477	47.3034	36.2269
	26.9974	15.2032	-3.6526	-3.4583	49.3115	31.3695
	15.4128	17.1803	8.1541	2.1216	42.8689	24.5705
Shear Forces	34.7860	-15.3298	5.5214	-1.2727	56.9099	38.4340
Qn = Σqn	70.1562	-17.1886	-1.4054	1.8750	90.6251	72.2691
(kips)	97.1536	-1.9854	-5.0580	-1.5833	105.7803	97.3183
	112.5664	15.1949	3.0961	0.5384	131.3957	113.6308

من الجدول أعلاه يتضح أن القص القاعدي يساوي: Q=113.68 Kips

بمقارنة هذه النتيجة مع نتيجة برنامج الـــ Etabs السابقة يتبين أن الفرق:

$$\frac{113.68-113.26}{113.68}=0.37\%$$

ثالثاً: إيجاد القص القاعدي باستخدام الطريقة الستاتيكية الثانية

$W = 1728$ Kips, $h_n = 43.5$ ft, I=1, Z= 0.4,

$N_a = N_v = 1.0 \Rightarrow C_a = C_v = 0.4$, $C_t = .03$

الدور الأساسي الناتج بالتحليل الديناميكي $T = 0.78\ Sec$

$$T_{appr} = C_t h_n^{3/4} = 0.03 * (43.5)^{3/4} = 0.51\,\text{Sec}$$

$$\frac{T}{T_{appr}} = \frac{0.78}{0.51} = 1.52 > 1.3 \Rightarrow T_{used} = 1.3 * 0.51 = 0.66\,\text{Sec}$$

يحدد القص القاعدي بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{C_v\, I\, W}{R\, T} = \frac{0.40 * 1 * 1728}{8.5 * 0.66} = 123\ \text{Kips}$$

يجب أن لا يزيد القص القاعدي عما هو محدد بالعلاقة التالية:

$$V_{max} = \frac{2.5\, C_a\, I\, W}{R} = \frac{2.5 * 0.4 * 1 * 1728}{8.5} = 203\ \text{Kips}$$

يجب أن لا يقل القص القاعدي عما هو محدد بأي من العلاقتين التاليتين:

$$V_{min} = 0.11\, C_a I\, W = 0.11 * 0.4 * 1 * 1728 = 76\ \text{Kips}$$

$$V_{min} = \frac{0.8\, Z\, N_v\, W}{R} = \frac{0.8 * 0.4 * 1 * 1728}{8.5} = 65\ \text{Kips}$$

إذاً القص القاعدي يساوي $V = 123\ Kips$

ينص الكود أنه يجب أن لا يقل القص القاعدي المحسوب بالطرق الديناميكية عن 90% من القص القاعدي المحدد بالطريقة الستاتيكية الثانية:

$$1 - \frac{123 - 113.68}{123} = 0.92 > 0.9 \qquad ok$$

الباب الثالث

تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

الفصل السادس عشر

تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة لمقاومة الزلازل

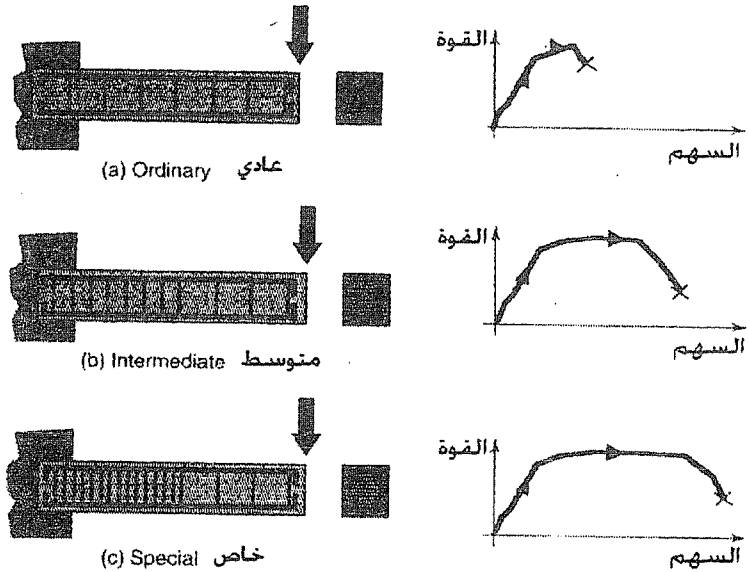
Design of Reinforced Concrete Structures to Resist Earthquakes

16-1 مقدمة

يبنى تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة لمقاومة الزلازل على تحقيق ثلاث اشتراطات رئيسية:

* أن يمتلك المنشأ صلابة كافية لتخفيف الانتقالات الجانبية إلى المستوى المقبول .
* أن تمتلك عناصر المنشأ المقاومة الكافية لتحمل أفعال قوى العطالة الناتجة عن الهزات الأرضية.
* أن يكون تفصيل تسليح المنشأ مناسباً ليضمن مستوىً مناسباً من المطاوعة فيحتفظ المنشأ بجزء أساسي من مقاومته عندما يستجيب لتقلبات الانتقالات في المجال اللاخطي.

ولشرح معنى المطاوعة نأخذ الجوائز الظفرية المبينة في الأشكال (16-1a,b,c) حيث تختلف الجوائز الثلاث عن بعضها بتفصيل التسليح العرضي فقط ولكن كميته في الحالات الثلاث أكبر من المطلوب لمقاومة القص الناتج عن الحمل الخارجي الذي يسبب سيلان التسليح الطولي العلوي أي أن العناصر الثلاث ستبلغ مقاومتها على العزم قبل بلوغ مقاومتها على القص.



الشكل (1-16)

الحالة (a): (الحالة العادية) حيث يكفي تسليح القص و تباعدات الأساور بالضبط لما هو مطلوب لمقاومة القص. ويبين المنحني في الشكل (1a-16) الانتقال الشاقولي (السهم) في رأس الجائز الظفري مع تزايد القوة المركزة حيث يمكن تمييز المراحل التالية:

* المرحلة الأولى (مرحلة مرنة) : تقابل صلابة العنصر غير المتشقق.
* المرحلة الثانية: مع زيادة الحمل المطبق يصل العزم في الوثاقة إلى العزم الذي يحدث عنده تشقق المقطع وبالتالي تنقص صلابة الجائز ويتجلى ذلك بميل أقل لمنحني الانتقال من الميل في المرحلة السابقة إلى أن يصل التسليح الطولي إلى حد السيلان فيبلغ العزم المطبق طاقة تحمل المقطع على الانعطاف.

* المرحلة الثالثة: مع زيادة الحمل الخارجي يزداد الإجهاد في فولاذ التسليح بسبب ظاهرة التقسية التشوهيه (Strain Hardening) في الفولاذ ويحدث انهيار العنصر عند وصول الخرسانة في أسفل مقطع الجائز عند الوثاقة إلى مرحلة الانسحاق.

الحالة (b): (الحالة المتوسطة) هي نفس الحالة (a) ولكن مع مضاعفة عدد الأساور قرب الوثاقة حيث تم تخفيض التباعد بين الأساور إلى النصف كما في الشكل (16-1b). ومن الواضح أن مراحل المنحني الذي يربط الانتقال في رأس الجائز مع القوة المطبقة هي نفسها إلا أن الانتقال الحاصل عند رأس الجائز أكبر من نظيره في الحالة (a) وذلك عند وصول الخرسانة إلى الانسحاق في أليـاف المقطع العرضي السفلية عند الوثاقة .

الحالة (c): (الحالة الخاصة) هي نفس الحالة (b) ولكن مع مضاعفة عدد الأساور ثانية قرب الوثاقة حيث أصبح التباعد بينها ربع التباعد في الحالة (a) . من الشكل (16 -1c) نلاحظ نفس مراحل التشوه في الحالتين السابقتين إلا أن الانتقال في رأس الجائز اكبر حتى مما في الحالة (b).

لقد ساعد تكثيف التسليح العرضي إلى زيادة عتبة التشوهات في الخرسانة المضغوطة والمطوقة وبالتالي منع حصول أي انهيار هش كالانهيار الناتج عن القص وعليه فإن تأثير التطويق في منشآت الخرسانة المسلحة يسمح لها بالتشوه بشكل لدن دون تخفيض يذكر لمقاومتها على الانعطاف.

16-2 الجمل الإنشائية الخرسانية المقاومة للقوى الجانبية

يهدف التصميم الزلزالي إلى تحقيق خصائص ديناميكية معينة في المنشآت تؤدي إلى مستوى استجابة مقبول تحت تأثير الأحمال الزلزالية، وللوصول لهذا

المستوى يتم تعديل بعض الخصائص الإنشائية مثل مقدار وتوزع صلابة وكتل العناصر الإنشائية ومقاومتها النسبية .

تتمتع القوى الجانبية التصميمية المحددة وفقاً للكود بتوزع عام منسجم مع المغلف النموذجي للقص الأعظمي الناتج عن التحليل الديناميكي للمنشآت المنتظمة ولكن هذه القوى أصغر بكثير من تلك التي يمكن أن تنتج عن هزات ذات شدات متوقعة عندما تتصرف المنشآت بشكل مرن . ولهذا تخضع الأبنية المصممة وفقاً للكود الحالي إلى تشوهات كبيرة تترافق مع وصول بعض العناصر الإنشائية إلى مرحلة السيلان (الخضوع). وعليه عندما اعتمد الكود القوى الزلزالية المخفضة فرض متطلبات إضافية على تصميم وتفصيل تسليح عناصر المنشآت ووصلاتها وذلك لضمان حدوث تشوهات كافية في المجال اللدن دون حدوث انهيارات ناتجة عن فقدان استقرا المنشأ تحت تأثير الأحمال الشاقولية أو عن تشكل مفاصل لدنه في الأعمدة .بناءً على ذلك حصر الكود إمكانية تطور مفاصل لدنة في الجوائز وذلك للمحافظة على الأعمدة مرنة (أعمدة قوية وجوائز ضعيفة) وحدد مجموعة من الشروط على مقاومة الخرسانة وفولاذ التسليح لضمان التصرف اللدن المطلوب وهي :

* أن لا تقل المقاومة الاسطوانية المميزة للخرسانة عن $20Mpa$.
* أن لا يزيد حد سيلان فولاذ التسليح عن $420Mpa$.
* أن لا يزيد حد السيلان الفعلي عن حد السيلان الاسمي بأكثر من $120Mpa$.
* أن لا تقل النسبة بين حد الانقطاع وحد السيلان الفعليين عن 1.25 .

16-2-1 الإطارات الخرسانية المقاومة للعزوم (Concrete Moment – Resisting Frames):

تعد الإطارات المقاومة للعزوم عناصر شاقولية في جملة مقاومة القوى الجانبية حيث تنقل القوى إلى الأرض وتختلف عن بقية الجمل الإنشائية بكون انتقالاتها تنتج بشكل أساسي عن تشوهات الانعطاف في عناصرها ، وبالتالي تؤمن صلابة الانعطاف الاستقرار الجانبي للمنشأ.

كما بينا سابقاً أن التشوهات الناتجة عن الاستجابة الديناميكية لزلزال كبير أكبر من تلك التي تنتج عن تطبيق القوى المحددة بالكود وبالتالي يمكن للإطارات التي تحقق متطلبات المقاومة الدنيا في الكود أن لا تنهار نتيجة هزة شديدة إذا كان بإمكانها أن تتشوه بشكل لدن (مطاوع) دون أن تفقد مقاومتها الجانبية وطاقة تحملها الشاقولية .يعتمد تصرف الإطارات المقاومة للعزوم على نوع العناصر الإنشائية ووصلاتها ونوع المواد المكونة لها وبناءً على درجة مطاوعة هذه الإطارات يصنفها الكود إلى الأنواع الثلاث التالية:

16-2-1-1 إطارات خاصة مقاومة للعزوم Special Moment Frames (SMF)

تكمن الفكرة الأساسية في هذا النوع من الإطارات في إمكانية تبديد الطاقة نتيجة تشكل مفاصل لدنة في الجوائز ولهذا يجب أن تمتلك الأعمدة طاقة تحمل انعطاف أكبر من طاقة تحمل الجوائز وأن يكون لكل العناصر مقاومة قص وإرساء تسليح كافيان بحيث يمكن لمقطع الجوائز الوصول إلى طاقة تحملها اللدنة . ولهذا يتم حصر تطور اللدونة في الجوائز في مناطق يكون البيتون فيها مطوقاً . ولتحقيق ذلك يتم تصميم عناصر الإطار على مرحلتين :

* المرحلة الأولى :يتم فيها تحديد مقاطع الجوائز وطاقة تحملها اللازمة لمقاومة الأحمال الشاقولية المصعدة وتراكباتها مع أحمال الزلازل .

* المرحلة الثانية : بناءً على طاقة تحمل الجوائز المحددة في المرحلة الأولى وعلى أبعاد أوليه للأعمدة يتم تحديد مقاومة القص للجوائز والأعمدة والوصلات ومقاومة الأعمدة على الانعطاف بحيث تستطيع كافة هذه العناصر مقاومة العزوم اللدنة في الجوائز بالإضافة للأحمال الشاقولية المصعدة .

أولاً: العناصر الخاضعة للانعطاف (المنعطفة) Flexural Members

هي العناصر التي تتعرض لعزم انعطاف بشكل رئيس و قوة محورية مصعدة لا تتجاوز $A_g f'c/10$. حيث A_g تمثل المساحة الكلية لمقطع العنصر.

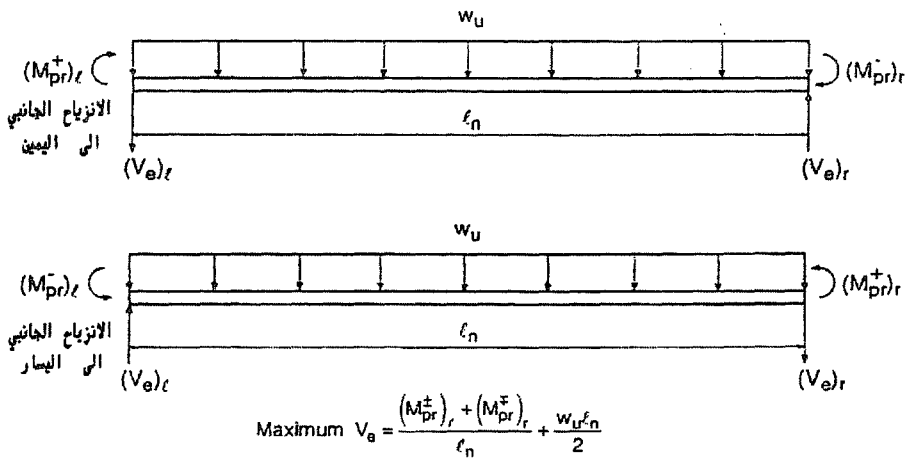
كما بينا سابقاً فإن القوى التي تنتج في العناصر أثناء الهزات الأرضية أكبر من القوى المحددة في الكود وبالتالي فإن تصميم العناصر على قوى القص الناتجة عن الأحمال الشاقولية وأحمال الزلازل المحددة في الكود لن يحقق شروط الأمان في المنشأ. وعليه يجب تأمين تسليح قص كاف لمنع أي انهيار قص قبل تشكل المفاصل اللدنة في أطراف الجوائز ولهذا يجب تصميم العناصر المنعطفة في الإطارات الخاصة المقاومة للعزوم على قوى القص التي تترافق مع طاقة تحمل العزم العظمى المحتملة (M_{pr}) لمقاطع هذه العناصر بالإضافة للأحمال الشاقولية المصعدة w_u موزعة على طول هذه العناصر. وتحدد طاقة تحمل العزم العظمى المحتملة من طاقة تحمل مقطع الجائز عندما يصل الإجهاد في فولاذ التسليح إلى $1.25f_y$ مع أخذ معامل تخفيض المقاومة مساوياً الواحد . وعليه يمكن تحديد (M_{pr}) للمقاطع المستطيلة أحادية التسليح كما يلي :

$$M_{pr} = A_s(1.25f_y)(d - a/2)$$

$$a = A_s(1.25f_y)/0.85f'_c b$$

حيث: A_s مساحة فولاذ تسليح الشد ، d,b عرض المقطع وارتفاعه الفعال، f'_c المقاومة المميزة للخرسانة.

تجذر الملاحظة أن استخدام $1.25f_y$ كإجهاد في فولاذ التسليح يعكس احتمالاً كبيراً بأن تكون التشوهات في فولاذ التسليح في مرحلة ما بعد المرونة وبالتالي يصبح احتمال حدوث انهيار قص قبل تشكل مفصل لدن قليلاً ويلخص الجدول (1-16) الاشتراطات التي يجب أن تحققها العناصر المنعطفة ويجب تحديد أكبر قص تصميمي (V_e) من حساب القص في حالتي الإنزياح الجانبي إلى اليمين أو إلى اليسار كما هو مبين في الشكل (2-16).



الشكل (2-16)

عند تحديد تسليح القص في أجزاء الجائز المحددة في البندين (9) و (10) من الجدول (1-16) يتم إهمال مساهمة الخرسانة عندما يتحقق الشرطان التاليان:

* قوة القص الناجمة عن الهزات الأرضية والمحسوبة كما بينا سابقاً في هذه الفقرة لا تقل عن 50% من القص الأعظمي التصميمي في هذه المنطقة.

* قوة الضغط المحورية العظمى شاملة تأثير الهزة الأرضية أقل من $A_g f'_c / 20$.

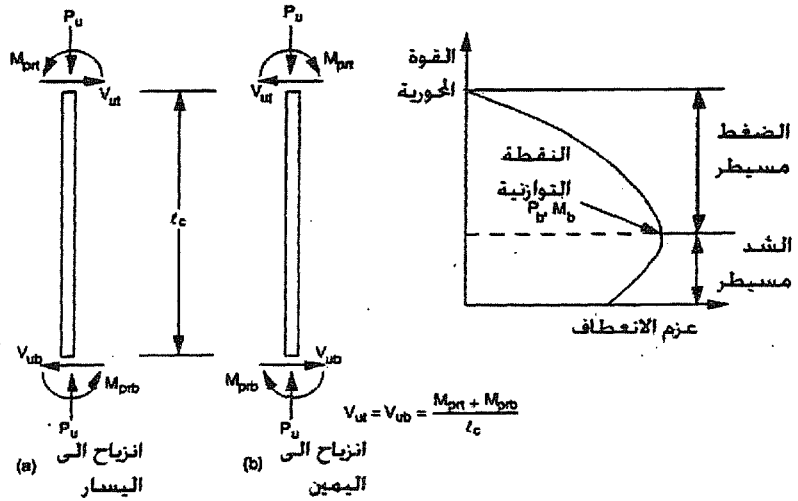
حيث A_g مساحة كامل المقطع العرضي للعنصر.

يجب أن يحقق التسليح العرضي في هذه المناطق متطلبات التطويق المطلوبة في الجدول (1-16) أو القص أيها أكبر .

ثانياً: العناصر الخاضعة لعزم انعطاف وقوة محورية

هي العناصر التي تخضع لعزم انعطاف وقوة محورية مصعدة أكبر من $A_g f'_c / 10$ وينطبق ذلك بشكل أساسي على أعمدة الإطارات. ويبين الجدول (16- 2) المتطلبات الواجب توفرها في مثل هذه العناصر مع التأكيد على أن الأعمدة يجب أن تمتلك المقاومة الكافية بحيث لاتصل إلى مرحلة السيلان قبل الجوائز لأن تشكل مفاصل لدنة في الأعمدة يمكن أن يؤدي إلى أضرار كبيرة وحتى إلى انهيار المنشأ ولهذا تصمم الأعمدة بحيث تكون طاقة تحملها مجتمعة على العزم أكبر بـ 20% من طاقة تحمل الجوائز التي تلتقي معها بنفس العقدة وعلى الرغم من ذلك وكإجراء احترازي لا ينفي الكود إمكانية حدوث مفصل لدن في العمود ولهذا يجب أن يقاوم تسليحه العرضي قوى القص العظمى التي تترافق مع تشكل مفصل لدن فيه إضافة إلى تحقيق متطلبات التطويق المذكورة في الجدول (2-16).

كما في حالة الجوائز يحدد تسليح القص في العمود بناءً على طاقة تحمل مقطعة العظمى للعزم المحتمل M_{pr} الذي يترافق مع طيف من القوى المحورية المصعدة مع الأخذ بالحسبان إمكانية حدوث الانزياح الجانبي بالاتجاهين كما هو موضح بالشكل (3-16) .وعليه تحدد قوة القص التصميمية V_e عند طرفي العمود على وجهه العقدة .



الشكل (3-16)

ليس من الضروري أن تتجاوز قوة القص في العمود القص المحسوب على أساس طاقة تحمل العقدة والذي يعتمد بدوره على طاقة تحمل الجوائز المحتملة والتي تلتقي بنفس العقدة حيث يتم جمع طاقة تحمل الجوائز الملتقية في العقدة ومن ثم توزيع القيمة الناتجة على العمودين أعلى وأسفل العقدة وحساب قوة القص بناءً على ذلك ، وبكل الأحوال يجب أن لا يقل القص التصميمي عن القص المصعد الناتج عن تحليل المنشأ.

عند تحديد التسليح العرضي في الطول l_o المحدد في البند (5) من الجدول (16-2) تهمل مساهمة الخرسانة في تحمل القص عند توفر الشرطين التاليين:

* لا تقل قوة القص الناتجة عن الهزات الأرضية والمحسوبة كما بينا سابقاً في هذه الفقرة عن 50% من طاقة تحمل القص العظمى في هذه المنطقة .
* أن لا تزيد قوة الضغط المحورية العظمى (شاملة تأثير الهزات الأرضية) على $A_g f'_c / 20$.

ثالثاً: عقد الإطارات الخاصة المقاومة للعزوم

يجب أن تحقق عقد هذا النوع من الإطارات ما يلي:

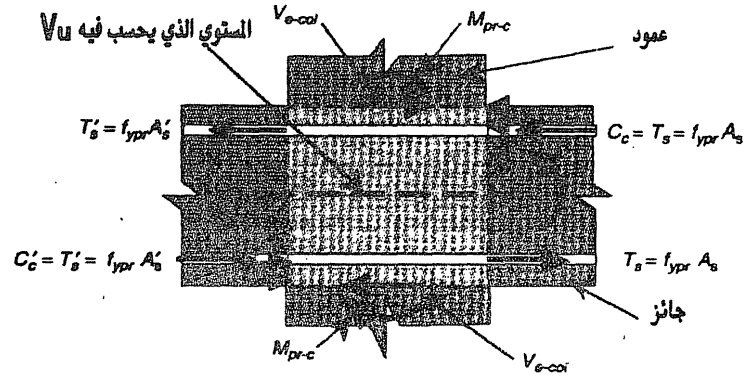
* عندما يمتد التسليح الطولي للجائز في عقدة الجائز والعمود فيجب أن لا يقل بعد العمود الموازي للجائز عن عشرين ضرب أكبر قطر للتسليح الطولي في الجائز.
* الغاية من التسليح العرضي هي تأمين تطويق كاف للخرسانة لضمان تصرفها اللدن ولضمان طاقة تحملها للأحمال الشاقولية حتى ولو انسلخت طبقة تغطية فولاذ التسليح عند العقدة وعليه يجب إضافة تسليح عرضي للعقد (أساور مغلقة) مساوٍ في الكمية والتباعد للتسليح العرضي في العمود، ويمكن مضاعفة التباعد بين الأساور عندما يتصل بالعقدة أربع جوائز (من الجوانب الأربع) وبحيث لا يقل عرض أي جائز عن ثلاثة أرباع عرض العمود على أن لا يزيد التباعد بين الأساور عن 150mm.
* عندما لا يمر التسليح الطولي للجائز في نواة العقدة المطوقة يتوجب الاستمرار بالأساور المغلقة الشاقولية المستعملة في تطويق تسليح الجوائز ضمن العقدة .
* يجب أن لا تقل مقاومة العقدة للقص الأفقي عن القص المصعد الناتج عن مقاومة العزم المحتمل لكل من العمود والجوائز الملتقية في العقدة انظر الشكل (4-16).
* يحدد القص المصعد في العقدة V_u في كلا الاتجاهين الرئيسيين بتطبيق العلاقة التالية عندما يلتقي في العقدة جائزان في نفس المستوي:

$$V_u = f_{ypr}(A_s + A'_s) - V_{e-col}$$

* ويحدد V_u بتطبيق العلاقة التالية عندما يلتقي في العقدة جائز واحد:

$$V_u = f_{ypr} A_s - V_{e-col} \quad \text{أو} \quad V_u = f_{ypr} A'_s - V_{e-col}$$

حيث: A_s, A_s' التسليح الطولي السفلي والعلوي للجائز على الترتيب، $f_{ypr} = 1.25 f_y$



الشكل (4-16).

* تحدد مقاومة القص الاسمية في مقطع العقدة الحرج وفق التالي :

- للعقد المطوقة بجوائز من أربع وجوه $\Omega V_n = \Omega 1.7 \sqrt{f_c'} A_j$

- للعقد المطوقة بجوائز من ثلاث وجوه أو من وجهين متقابلين

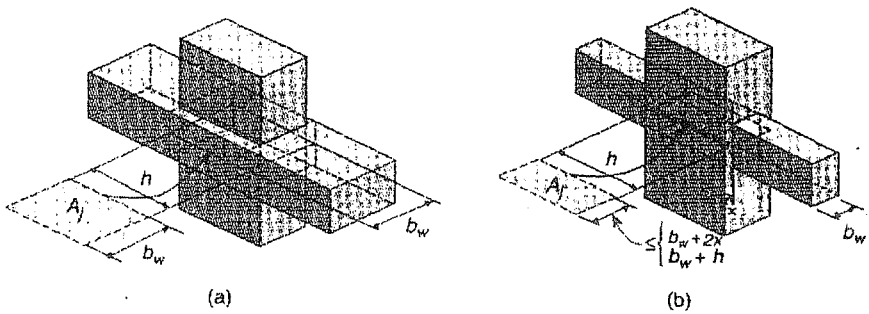
$\Omega V_n = \Omega 1.25 \sqrt{f_c'} A_j$

- لبقية أنواع العقد $\Omega V_n = \Omega 1.0 \sqrt{f_c'} A_j$

حيث $\Omega = 0.85$ معامل تخفيض المقاومة

A_j مساحة المقطع العرضي الفعالة للعقدة في مستوٍ موازٍ لمستوي التسليح الذي يولد القص ويساوي جداء عمق العقدة بعرضها الفعال. عمق العقدة هو بعد العمود الموازي للجائز. عرض العقدة الفعال يساوي عرض الجائز إذا كان أكبر أو يساوي عرض العمود أما إذا كان عرض الجائز أصغر من عرض العمود فإن العرض الفعال يساوي للأصغر من : $(b_w + h)$ أو $(b_w + 2x)$ حيث b_w عرض

الجائز ، h عمق العقدة ، x المسافة الصغرى من وجه الجائز إلى طرف العمود (انظر الشكل 5-16) على أن لا يتجاوز العرض الفعال عرض العمود.

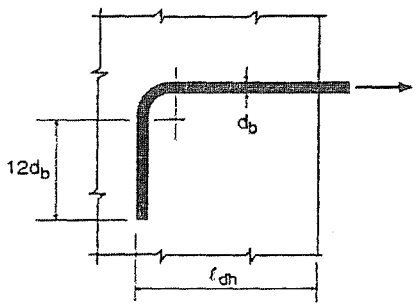


الشكل (5-16).

* يجب أن لا يقل طول التثبيت l_{dh} لقضبان التسليح المزودة بعكفة 90^0 في نهايتها عن الأكبر من:

$$l_{dh} = f_y d_b / (5.4\sqrt{f'_c}) \quad \text{أو} \quad 150mm \quad \text{أو} \quad 8d_b$$

حيث d_b قطر قضبان التسليح بحيث يتم إرساء العكفة في نواة العقدة المطوقة كما في الشكل (6-16).



الشكل (6-16)

* يجب أن لا يقل طول التماسك l_d لقضبان التسليح المستقيمة (بدون عكفة) عن مرتين ونصف طول التثبيت المحسوب وفق الفقرة السابقة إذا كانت

سماكة الخرسانة تحت القضبان لاتزيد عن 300mm وعن ثلاث مرات ونصف طول التثبيت المحسوب وفق الفقرة السابقة إذا كانت سماكة الخرسانة تحت القضبان تزيد عن 300mm . يجب أن تتوضع القضبان المستقيمة المنتهية في العقدة ضمن نواة العمود المطوقة ويجب زيادة طول أي جزء يقع خارج النواة بمعامل قدره 1.6 .

16-2-1-2 إطارات متوسطة مقاومة للعزوم

يبين الجدولان (16-1) و (16-2) المتطلبات الواجب أن تحققها عناصر الإطارات المتوسطة المقاومة للعزوم . ولكن يجب أن لا تقل مقاومتها التصميمية للقص عن أي مما يلي :

* القص V_e المرافق لتحمل هذه العناصر عند أطرافها إلى عزوم تساوي العزوم الاسمية التي يمكن أن تتحملها مضافاً إليها جبرياً القص الناتج عن تحميلها بالأحمال الشاقولية المصعدة (حالة الجوائز) موزعة بانتظام على كامل طولها ويحدد العزم الاسمي للجائز من طاقة تحمل مقطعه عندما يصل الإجهاد في فولاذ التسليح الطولي إلى حد السيلان مع أخذ عامل تخفيض المقاومة مساوياً للواحد . ويحدد أكبر قص تصميمي V_e من تطبيق العزمين مرة مع عقارب الساعة ومرة أخرى عكس ذلك . كما يحدد العزم الاسمي للعمود بحيث يترافق مع القوة المحورية المصعدة التي تسمح بتحمل المقطع أكبر عزم ممكن على أن لا يتجاوز الإجهاد في فولاذ التسليح حد السيلان مع أخذ معامل تخفيض المقاومة مساوياً الواحد .
* القص الأعظمي الناتج عن حالات تراكب الأحمال بما فيها تأثير الهزات الأرضية E ولكن مع أخذ E مساوية ضعف الأحمال الزلزالية المحددة بالكود.

الجدول (1-16) متطلبات العناصر الخاضعة للانعطاف (قوة الضغط المحورية المصعدة $\geq 0.1A_g f'_c$)	
عناصر الإطارات الخاصة	عناصر الإطارات المتوسطة والعادية
1- يجب أن تحقق الاشتراطات البعدية التالية : - المجاز الصافي $\leq 4\times$ الارتفاع الفعال - النسبة بين عرض المقطع إلى ارتفاعه ≤ 0.3 - عرض المقطع $\leq 25cm$ - عرض المقطع $\geq$ عرض العنصر الساند + مسافة من كل طرف لا تزيد عن ثلاث أرباع ارتفاع المقطع .	لا توجد شروط مشابهة
2- مساحة التسليح الدنيا (سفلي أو علوي) تحقق مايلي: $A_{s\min} \geq 0.25 b_w d\sqrt{f'_c} / f_y$ $A_{s\min} \geq 1.4 b_w d / f_y$ $A_{s\min} \geq 1.33\times$مساحة التسليح الحسابي. انظر الشكل (16-7)	يتم التزويد بمساحة التسليح الدنيا عندما يبين التحليل الإنشائي ضرورة وجود تسليح شد .
3- لا تزيد نسبة التسليح العظمى على 0.025.	لا تزيد نسبة التسليح على ثلاث أرباع نسبة التسليح التوازنية .

تابع الجدول (1-16)

4- لا يقل عدد قضبان التسليح بشكل مستمر عن اثنين في أعلى وأسفل المقطع.	لا يقل عدد القضبان عن العدد اللازم لتأمين تكامل المنشأ.
5- طاقة تحمل العزم الموجب عند وجه العقدة ≤ نصف طاقة تحمل العزم السالب عند وجه العقدة .	الإطارات المتوسطة: طاقة تحمل العزم الموجب عند وجه العقدة ≤ ثلث طاقة تحمل العزم السالب عند وجه العقدة. الإطارات العادية: لا يوجد شروط .
6- لا تقل طاقة تحمل العزم الموجب ولا طاقة تحمل العزم السالب لأي مقطع على طول العنصر عن ربع طاقة تحمل العزم الأعظمي (السالب) عند وجه أي من عقدتي العنصر	الإطارات المتوسطة: لا تقل طاقة تحمل العزم الموجب ولا طاقة تحمل العزم السالب لأي مقطع على طول العنصر عن خمس طاقة تحمل العزم الأعظمي عند وجه أي من عقدتي العنصر . الإطارات العادية: لا يوجد شروط.
7- يجب استخدام أساور مغلقة ضمن مسافة تساوي ضعف ارتفاع مقطع الجائز بدءاً من وجه العقدة في كل من طرفي مجاز الجائز.	الإطارات المتوسطة : نفس الشرط . الإطارات العادية : لا توجد شروط مماثلة .
8- يسمح بتراكب التسليخ إذا تم استخدام أساور مغلقة على كامل طول منطقة التراكب على أن لا تتجاوز المسافة بين الأساور $d/4$ أو $100mm$. كما في الشكل (8-16)	لا يوجد شرط على استخدام الأساور المغلقة على طول منطقة التراكب .وإذا تم استخدام أساور في منطقة التراكب يمكن تخفيض طول منطقة التراكب 25% .

تابع الجدول (1-16)

9- لا يسمح بالتراكب في المناطق التالية : - ضمن العقدة. - ضمن مسافة تساوي ضعف ارتفاع العنصر من وجه العقدة . - في المواقع التي يبين التحليل إمكانية حدوث مفاصل لدنة فيها نتيجة انتقالات جانبية غير مرنة في الإطار .	لا توجد شروط مشابهة .
10- يجب استخدام أساور مغلقة ضمن مسافة بادئة تساوي ضعف ارتفاع مقطع الجائز على جانبي المقطع الممكن أن يتشكل فيه مفصل لدن نتيجة الانتقالات الجانبية اللامرنة للإطار .	يتألف التسليح العرضي للعناصر المنعطفة الخاضعة لتقلب في الإجهادات من أساور مغلقة تلف حول تسليح الانعطاف .
11- عندما تكون الأساور المغلقة ضرورية يجب أن لا يزيد التباعد بينها عما يلي : - d/4 - 8 مرات قطر أصغر قضيب تسليح طولي - 24 مرة قطر الأساور المغلقة - 300mm لا تزيد المسافة بين أول اسوارة مغلقة ووجه العقدة عن 50 mm. انظر الشكل (9-16)	الإطارات المتوسطة : نفس الشروط . الإطارات العادية : لا توجد شروط مشابهة.
12- يحدد التسليح العرضي ليقاوم قوى القص التصميمية وعندما لا تكون الأساور المغلقة ضرورية يحدد التباعد بين الأساور بحيث لا يزيد عن d/2	الإطارات المتوسطة : نفس الشرط. الإطارات العادية : يحدد التسليح العرضي ليقاوم القص والفتل.

الجدول (2-16) متطلبات العناصر الخاضعة للانعطاف والقوى المحورية قوة الضغط المحورية المصعدة $> A_g f'_c/10$	
عناصر الإطارات الخاصة	عناصر الإطارات المتوسطة والعادية
1- يجب أن تحقق الاشتراطات البعدية التالية: - أصغر بعد للمقطع العرضي $\geq 300mm$ - النسبة بين عرض المقطع وطوله ≥ 0.4 .	لا يوجد شروط
2- مجموع مقاومة الأعمدة للانعطاف أكبر بـــ 20% من مجموع مقاومة الجوائز الملتقية بنفس العقدة أي : $\sum M_c \geq (6/5)\sum M_g$ حيث: $\sum M_c$ مجموع العزوم الاسمية التي تقاومها الأعمدة عند وجه العقدة وتحسب بالأخذ بالحسبان القوى المحورية بحيث ينتج أصغر طاقة تحمل ممكنة. $\sum M_g$ مجموع العزوم الاسمية التي تقاومها الجوائز عند وجه العقدة . وفي حالة المقاطع على شكل T تؤخذ مساهمة التسليح في العرض الفعال من بلاطة الجناح بالحسبان . عندما لا يتحقق هذا الشرط تهمل المقاومة والصلابة الجانبيتين للعمود عند تحديد المقاومة والصلابة الجانبيتين للمنشأ. ويزود العمود عندها بأساور على كامل ارتفاعه بما ينسجم مع البنود 6 وحتى 9 من هذا الجدول.	لا يوجد شروط

تابع الجدول (2-16)

3- لا تقل نسبة التسليح الكلية عن 0.01 ولا تزيد على 0.06	.لا تقل نسبة التسليح الكلية عن 0.01 ولا تزيد على 0.08.
4- يسمح بوصلات تراكب للتسليح الطولي في النصف الوسطي من طول العنصر . ويجب إحاطة التسليح الطولي بتسليح عرضي طبقاً للبند (9) من هذا الجدول.	لا يوجد أي قيود على مكان وصل حديد التسليح ويفضل أن يتم التراكب في النصف الوسطي من طول العنصر عند استعمال إطارات متوسطة
5- يجب تنفيذ التسليح العرضي المطلوب في الفقرات الأربع التالية في هذا الجدول على طول قدره l_o من وجه العقدة وعلى كل من طرفي أي مقطع من المحتمل أن تتطور اللدونة فيه . يحدد الطول l_o بالأكبر من : - ارتفاع المقطع العرضي - سدس الارتفاع الصافي - 450mm انظر الشكل (10-16)	الإطارات المتوسطة : يحدد الطول l_o كما في الإطار الخاص ما عدا أن المسافة بين الأساور (s_o) يجب أن لا تزيد عن الأصغر مما يلي : - ثمان مرات القطر الأصغر للتسليح الطولي - ربع وعشرون مرة قطر الأساور - نصف ارتفاع المقطع العرضي - 300mm الإطارات العادية : لا يوجد شروط مماثلة
6- يجب أن لا تقل النسبة الحجمية للتسليح الحلزوني أو الأساور الدائرية المغلقة عن أي من : $0.12 f'_c / f_{yh}$ و $0.45(\frac{A_g}{A_c}-1)\frac{f'_c}{f_{ch}}$ انظر الشكل (11-16)	يجب أن لا تقل النسبة الحجمية للتسليح الحلزوني عن : $0.45(\frac{A_g}{A_c}-1)\frac{f'_c}{f_{yh}}$

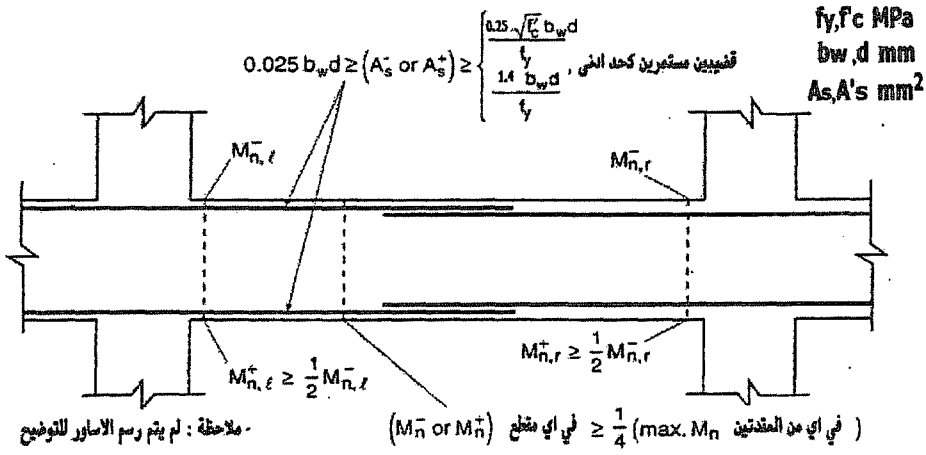
تابع الجدول (2-16)

7- يجب أن لا تقل مساحة مقطع تسليح الأساور المستطيلة عن أي من $A_{sh} = 0.3(sh_c f'_c / f_{yh})\left[(A_g / A_{ch}) - 1\right]$ $A_{sh} = 0.09 sh_c f'_c / f_{yh}$	يجب أن يحقق التسليح العرضي متطلبات القص والسند الجانبي للتسليح الطولي
8- إذا كانت سماكة طبقة تغطية تسليح التطويق تزيد على 100mm. يجب إضافة تسليح عرضي بتباعد لا يزيد على 300mm ويجب أن لا تزيد سماكة طبقة التغطية على التسليح الإضافي 100mm .	لا توجد شروط مشابهة
9- يجب أن لا يزيد التباعد بين قضبان التسليح العرضي على الأصغر مما يلي : - ربع البعد الصغير للمقطع العرضي - ست مرات قطر التسليح الطولي - $s_x = 100 + (350 - h_x)/3$ $150mm \geq s_x \geq 100mm$ انظر الشكل (16-10)	لا توجد شروط مشابهة
10- عندما لا يبقى حاجة للتسليح العرضي المطلوب في الفقرات أعلاه فيجب أن يحتوي الجزء المتبقي من طول العمود على تسليح حلزوني أو أساور مغلقة وبتباعد لا يزيد على أي من : - ست مرات قطر التسليح الطولي. - 150 mm	الإطارات المتوسطة :يجب أن لا يزيد التباعد بين الأساور مرتين البعد s_0 المحدد في الفقرة(5) من هذا الجدول . الإطارات العادية : التباعد بين الأساور لا يزيد على أي من : ست عشرة مرة قطر التسليح الرئيسي ثماني وأربعون مرة قطر التسليح العرضي البعد الصغير للمقطع العرضي.

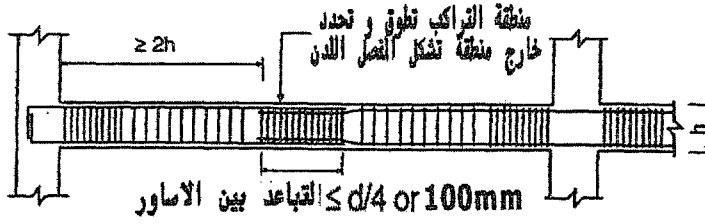
تابع الجدول (2-16)

11- يجب تحقيق التسليح العرضي على مقاومة القص التصميمي V_e	الإطارات المتوسطة : يجب أن يحقق التسليح العرضي مقاومة القص التصميمي لحالة الإطارات المتوسطة . الإطارات العادية : يجب أن تزود بتسليح عرضي كافٍ وفقاً للكود .
12- عندما يسند العمود عنصراً صلباً منقطعاً كجدار قص (وكان رد فعله $\leq A_g f'_c/10$ يجب أن يزود العمود بتسليح عرضي محققاً للفقرات من 5 وحتى 9 من هذا الجدول ويجب أن يستمر هذا التسليح العرضي في الجدار مسافة لا تقل عن طول تماسك الحديد الطولي . وعندما ينتهي العمود بأساس أو حصيرة يجب أن يستمر التسليح العرضي فيها مسافة لا تقل عن 300mm . انظر الشكل (13-16)	لا توجد شروط مماثلة

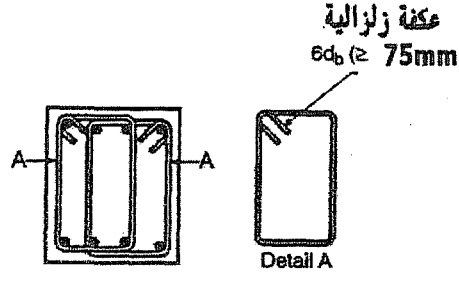
- A_c مساحة نواة العنصر ذي التسليح الحلزوني مقيسة حتى الحدود الخارجية للتسليح الحلزوني .
- A_{ch} مساحة مقطع العنصر مقيسة من الحدود الخارجية للتسليح العرضي .
- A_g مساحة المقطع الكلية .
- f'_c المقاومة المميزة الاسطوانية للخرسانة .
- f_{yh} حد سيلان التسليح العرضي
- h البعد الأصغر للمقطع العرضي
- h_c بعد المقطع العرضي لنواة العمود مقيسة من مركز تسليح التطويق.
- s المسافة بين التسليح العرضي .
- s_x المسافة الطولية بين التسليح العرضي ضمن الطول l_o.
- h_x أكبر مسافة بين فرعي اسوارة متجاورين.



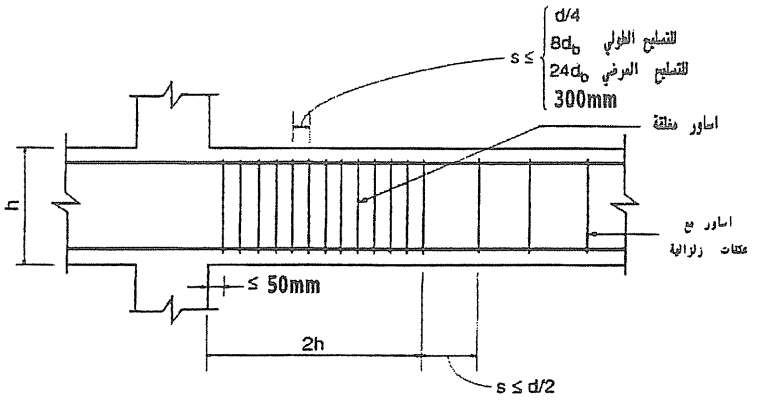
الشكل (16-7)



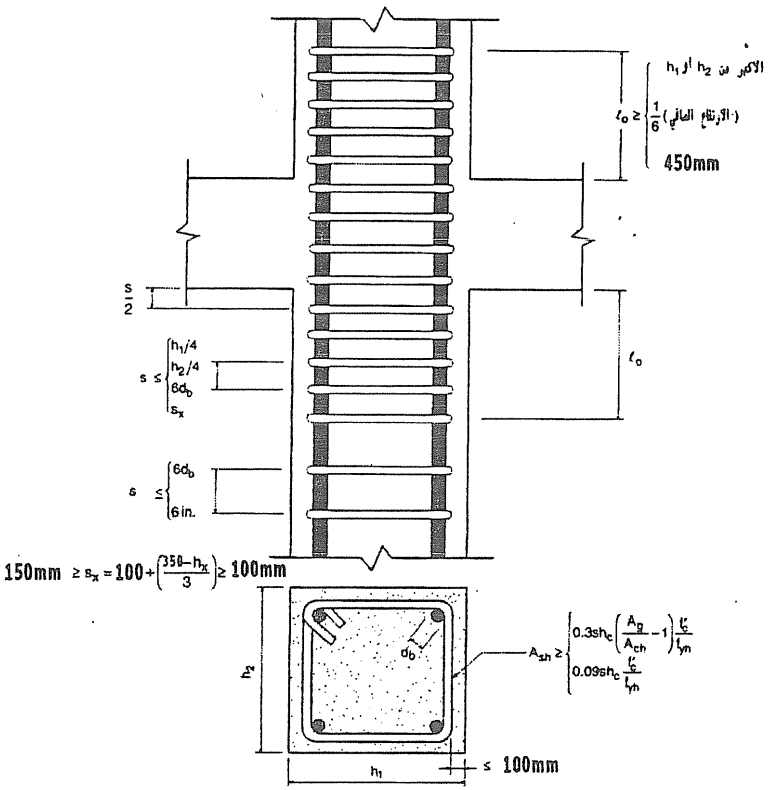
تفصيلة وصلة تراكب نموذجية



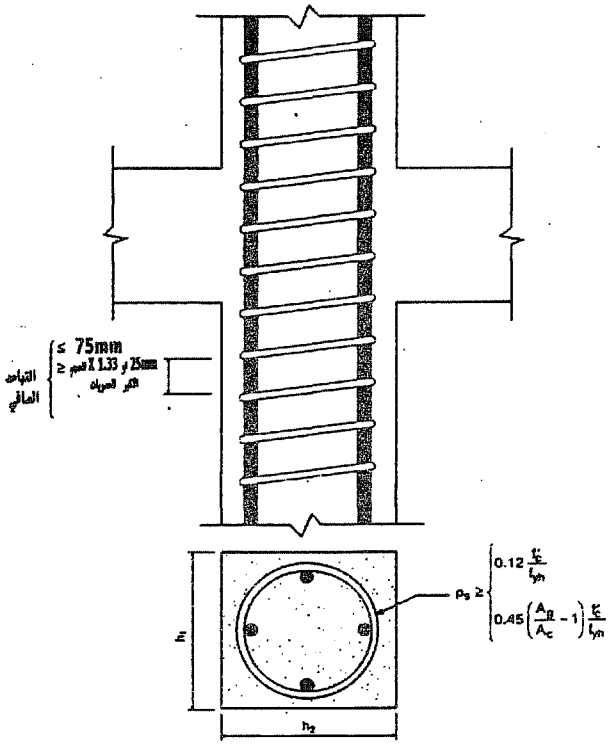
الشكل (16-8)



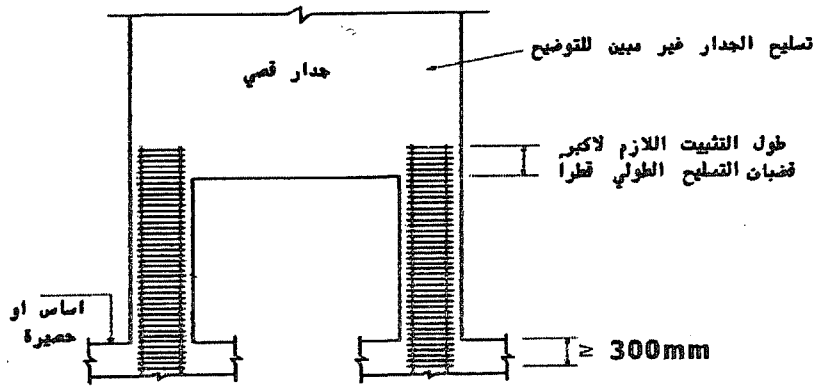
الشكل (16-9)



الشكل (16-10)



الشكل (16-11)



الشكل (16-12)

16-2-2 جدران القص الخرسانية المسلحة الخاصة Special Reinforced Concrete Shear Walls

لقد بينت الدراسات التي أجريت على الأبنية والمنشآت التي تعرضت إلى هزات أرضية أن الأبنية التي اشتملت على جدران قص تصرفت بشكل أفضل من الأبنية التي قاومت الهزات بإطارات صلبة وذلك من وجهتي نظر الأمان والسيطرة على الأضرار ، ولقد تبين أيضاً أن جدران القص المصممة بشكل جيد والتي لها صلابة جانبية كافية تخفف الانتقالات الجانبية بين الطوابق وبالتالي تؤمن حلاً منطقياً وفعالاً لمعضلة الصلابة الجانبية للأبنية متعددة الطوابق، وعليه عندما تتعرض الجدران للهزات الأرضية تخضع لقوى جانبية أكبر من عناصر الإطارات النظامية وذلك لأن إمكانية تشوه الجدران جانبياً اقل بسبب كبر عمق مقاطعها .

تتصرف جدران القص كجائز ظفري شاقولي عندما تكون النسبة بين ارتفاع الجدار وطوله (h_w / l_w) اكبر من اثنين ويسيطر على تصرفيها الانعطاف وليس القص ولهذا تتطور اللدونة أولاً في أسفلها عندما تكون منفردة ومتصلة بإطارات البناء أما الجدران المتصلة ببعضها بجوائز ربط فتتطور اللدونة أولاً في أطراف جوائز الربط مما يسمح بتبديد جزء مهم من الطاقة المنقولة إليها قبل أن تتشكل اللدونة في أسفل الجدران ولهذا يعتبر تصرف هذا النوع من الجدران أفضل بكثير من تصرف الجدران المنفردة .

عند تصميم جدران القص الخرسانية الخاصة يجب أن تحقق كافة الشروط التي يجب أن تحققها الجدران العادية كما جاءت في الكود إضافة للشروط التالية :

أولاً: يجب أن يحقق التسليح ما يلي:

* يجب أن لا تقل نسبة تسليح جسد الجدار الأفقية ρ_n والشاقولية ρ_v عن 0.0025.

* عندما لا تزيد القوة القاصة المطبقة على الجدار علـــى $(1/12)A_{cv}\sqrt{f'_c}$ تخفض نسبة التسليح الدنيا إلى ما يلي :

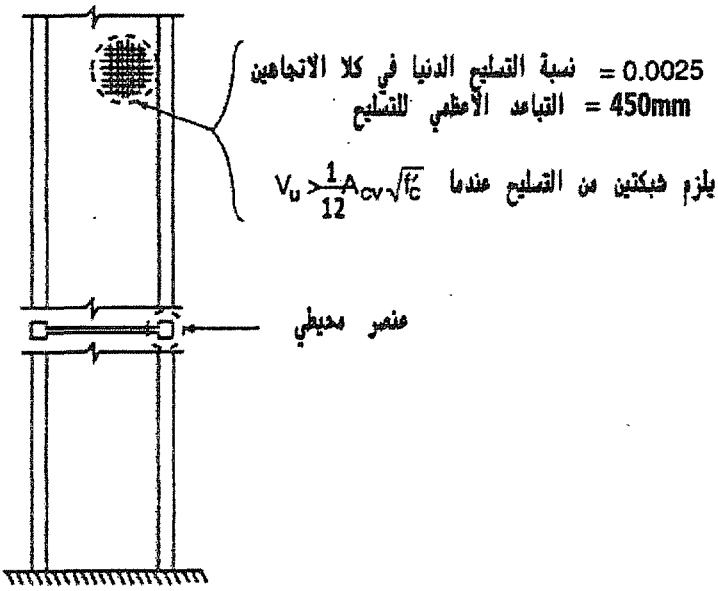
$\rho_v = 0.0012, \rho_n = 0.002$ عندما تكون أقطار التسليح أقل من 16mm.

$\rho_v = 0.0015, \rho_n = 0.0025$ عندما تكون أقطار التسليح أكبر أو يساوي 16mm.

حيث A_{cv} مساحة مقطع جسد الجدار أي سماكة جسد الجـــدار مضـــروباً بطول مقطعه العرضي باتجاه القوة القاصة .

يجب أن لا يزيد التباعد بين قضبان التسليح بالاتجـــاهين عـــن 450mm ويجب أن يكون تسليح القص مستمراً وموزعاً على مستوي القص.

عندما يزيد القص المصعد في مستوي الجدار على $(1/12)A_{cv}\sqrt{f'_c}$ فيجب استخدام شبكتين من التسليح في الجدار.



الشكل (13-16)

ثانياً: عند تصميم الجدار على القص يجب تحقيق المتطلبات التالية :

* تحسب مقاومة القص الاسمية V_n للجدار باستخدام العلاقة التالية:

$$V_n = A_{cv}(\alpha_c \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y) \le \frac{2}{3} A_{cv} \sqrt{f'_c}$$

$$\alpha_c = 1/4 \quad \text{عندما} \quad h_w / l_w \le 1.5$$

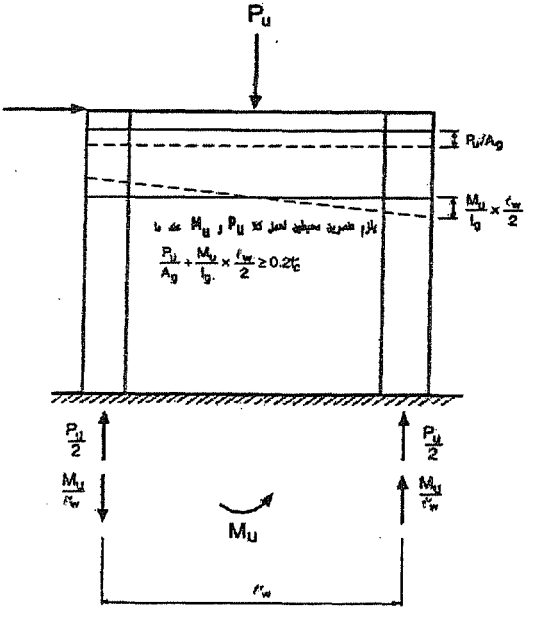
$$\alpha_c = 1/6 \quad \text{عندما} \quad h_w / l_w \ge 2.0$$

α_c تتحول خطياً بين 1/4 و1/6 عندما $2.0 \ge h_w / l_w \ge 1.5$

* يجب أن لا تقل ρ_v عن ρ_n عندما تكون $h_w / l_w \le 2.0$.
* يجب أن لا تزيد مقاومة القص الاسمية لكل أجزاء جدار القص الشاقولية على $(2/3) A_{cv} \sqrt{f'_c}$. حيث A_{cv} مجموع مساحة مقاطع الأجزاء التي تقاوم القص ويجب أن لا تزيد مقاومة القص الاسمية لأي جزء على $(5/6) A_{cp} \sqrt{f'_c}$ حيث A_{cp} مساحة المقطع العرضي للجزء المقاوم للقص.
* يجب أن لا تزيد مقاومة القص الاسمية لأي جزء أفقي أو جائز ربط على $(5/6) A_{cp} \sqrt{f'_c}$ حيث A_{cp} مساحة المقطع العرضي للجزء الأفقي من الجدار أو لجائز الربط .

ثالثاً: يتم تصميم الجدار على عزوم الانعطاف والقوى المحورية تماماً كما في حالة الأعمدة المحملة لا مركزياً مع الأخذ بالحسبان تأثير الأجنحة عندما تتقاطع عناصر الجدار لتشكل مقاطع عرضية على شكل I أو T أو C . ويحدد طول الجناح الفعال بنصف المسافة بين جسدين متتاليين أو ب 25% من كامل ارتفاع الجدار أيهما أصغر . وعند حساب مقاومة الانعطاف يؤخذ بالحسبان فقط التسليح الموجود في عرض الجناح الفعال.

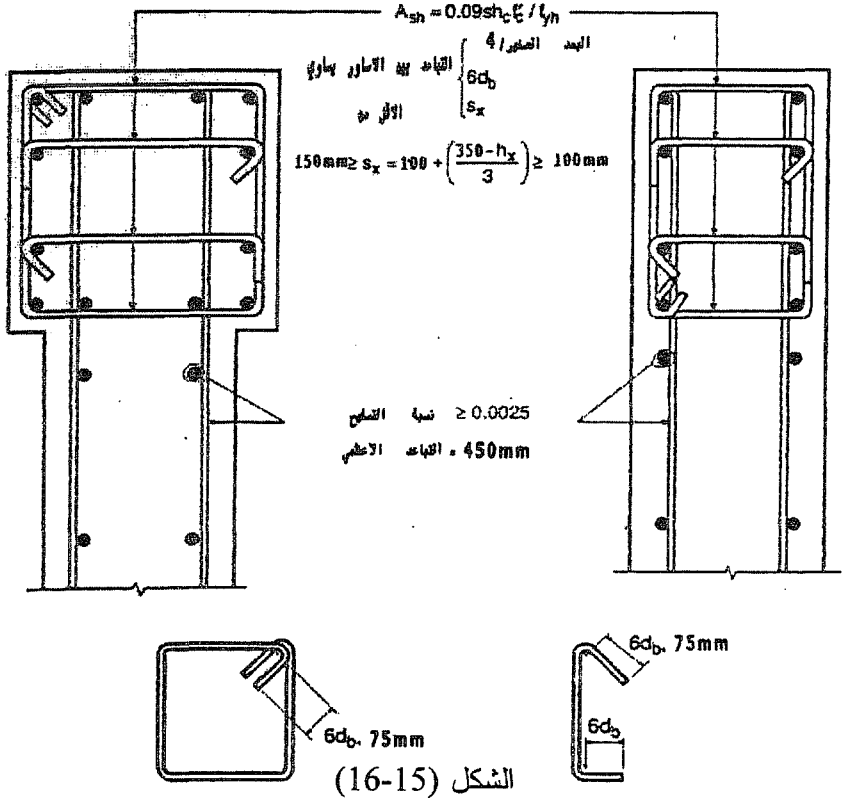
رابعاً : يجب إضافة عناصر محيطية للجدار لتطوق الخرسانة عندما تتجاوز التشوهات في الليف الأبعد من الجدار قيماً حرجة عند تعرضها للهزات الأرضية ويتم تحديد حاجة الجدار لعناصر محيطية بناءً على قيمة إجهادات الضغط في طرف الجدار فيصبح الجدار بحاجة إلى عناصر محيطية عندما تتجاوز قيمة إجهادات الضغط في الليف الأبعد من المقطع العرضي $0.2f'_c$ وذلك نتيجة العزم M_u والقوة المحورية P_u المصعدتين الناتجتين عن تراكبات الأحمال بما فيها الهزات الأرضية . ويمكن إيقاف العنصر المحيطي عندما تصبح إجهادات الضغط في الليف الأبعد أقل من $0.15f'_c$ ، وتحسب الإجهادات بناءً على الخصائص المرنة لمقطع الجدار بما فيها المقطع الفعال للجناحين إن وجدا. (انظر الشكل 16-14)



الشكل (14-16)

ويجب أن يتحمل العنصران المحيطيان كامل القوة المحورية والعزم المصعدين. وأن يحققا المتطلبات التالية :

* يجب أن يمتد العنصر المحيطي من الليف المضغوط الأبعد باتجاه مركز الجدار بمسافة قدرها ($c-0.1l_w$) أو (c/2) أيهما أصغر حيث c بعد المحور السليم (المحايد) عن الليف المضغوط الأبعد .
* عندما يكون للمقطع العرضي جناح يجب أن يشمل العنصر المحيطي الجناح المضغوط ويمتد مسافة 300mm على الأقل في جسد المقطع .
* يجب أن يحقق التسليح العرضي على كامل طول العنصر المحيطي نفس شروط التسليح العرضي في المنطقة المطوقة من عمود إطار خاص كما جاء في الجدول (2-16) عدا العلاقة الأولى من الفقرة (7). (انظر الشكل 15-16).
* يجب أن يستمر تسليح العناصر المحيطية العرضي في المساند مسافة تساوي طول تثبيت أكبر قضبان التسليح الطولي قطراً وفي حالة الحصائر والأساسات فيستمر مسافة لاتقل عن 300mm.
* يجب أن يثبت التسليح العرضي لجسد الجدار في نواة العنصر المحيطي كي يتمكن هذا التسليح من الوصول إلى حد السيلان ويتم التثبيت عادة بثني قضبان التسليح العرضي.
* عندما تنتفي الحاجة إلى عنصرين محيطيين للجدار ولكن عندما يكون القص المطبق V_u في مستوي الجدار أكبر من $(1/12)A_{cv}\sqrt{f'_c}$ فإنه يجب إنهاء تسليح الجدار الأفقي بعكفات نظامية حول التسليح الشاقولي في نهايتي الجدار أو يجب تزويد نهايتي الجدار بأساور أفقية على شكل حرف U لها نفس تباعد التسليح الأفقي.



الشكل (15-16)

خامساً: جوائز الربط بين جدران القص Coupling Beams

عندما تُصمم جوائز الربط و يُفصّل تسليحها بشكل محدد تؤمن جوائز الربط بين جدران القص درجة أعلى من الصلابة للبناء ووسيلة مهمة لتبديد الطاقة المنقولة إلى المنشأ من الهزة الأرضية حيث تتعرض نهاياتها إلى دورانات لدنة كبيرة ولهذا يجب تأمين تسليح قص كافٍ لها وتفاصيل تسليح مناسبة لمنع حدوث انهيار قص فيها قبل تشكل المفاصل اللدنة، وتعتمد كمية وشكل تسليحها على النسبة بين مجاز الجائز الصافي وارتفاع مقطعه العرضي l_n / h وبناءً عليه يمكن تمييز الحالات التالية :

* $l_n / h \geq 4.0$ يتم تطبيق اشتراطات العناصر المنعطفة في إطارات العزوم الخاصة الواردة في الجدول (1-16).
* $l_n / h < 4.0$ يسمح الكود باستخدام تسليح قطري كما في الشكل (16-16).
* $l_n / h < 2.0$ يجب استخدام التسليح القطري إذا كانت جوائز الربط تتعرض إلى قص مصعد أكبر من $(1/3)A_{cp}\sqrt{f'_c}$ حيث A_{cp} مساحة المقطع العرضي للجائز .

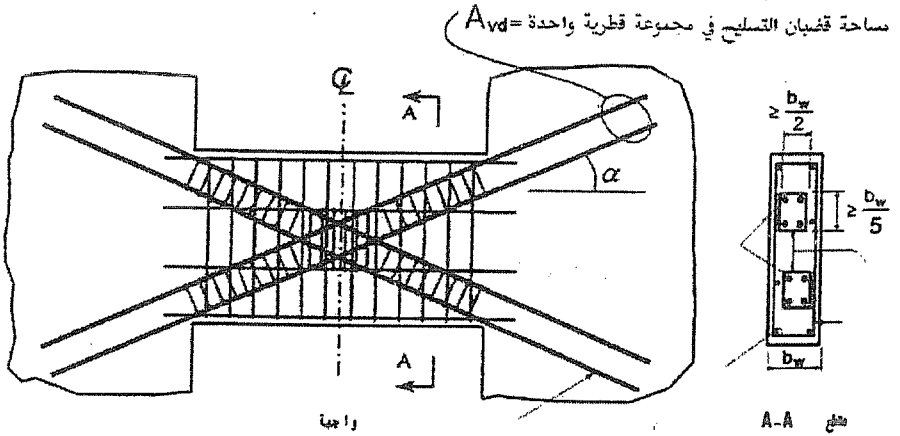
عند استعمال التسليح القطري يجب أن يشتمل كحد أدنى على أربع قضبان محاطة بأساور مغلقة تحقق نفس شروط تطويق تسليح الأعمدة في الإطارات الخاصة ويجب أن لا يقل بعد مجموعة القضبان القطرية على $b_w / 5$ في مستوي الجائز وعلى $b_w / 2$ في الاتجاه العمودي حيث b_w عرض مقطع الجائز .

تحدد مقاومة القص الاسمية وفق العلاقة التالية:

$$V_n = 2A_{vd} f_y \sin\alpha \leq (5/6)A_{cp}\sqrt{f'_c}$$

حيث A_{vd} مساحة مقطع قضبان التسليح القطري في كل مجموعة .

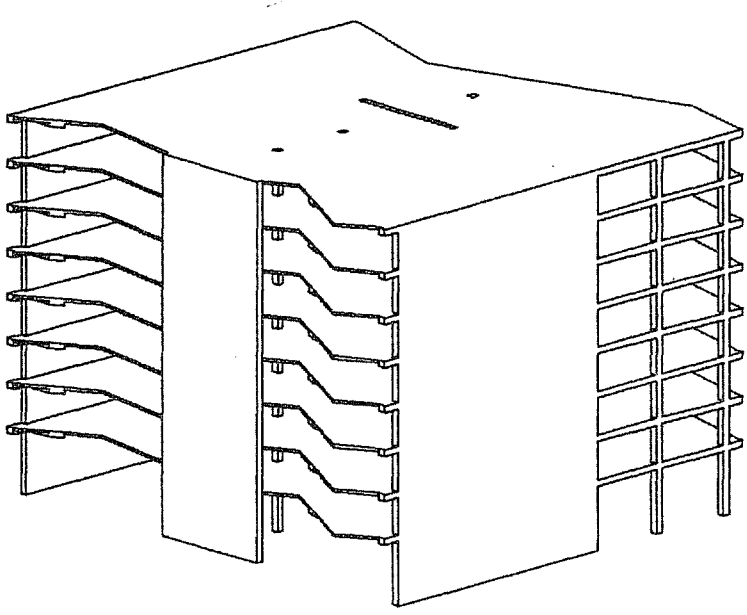
و α زاوية ميل التسليح القطري على محور الجائز .



الشكل (16-16)

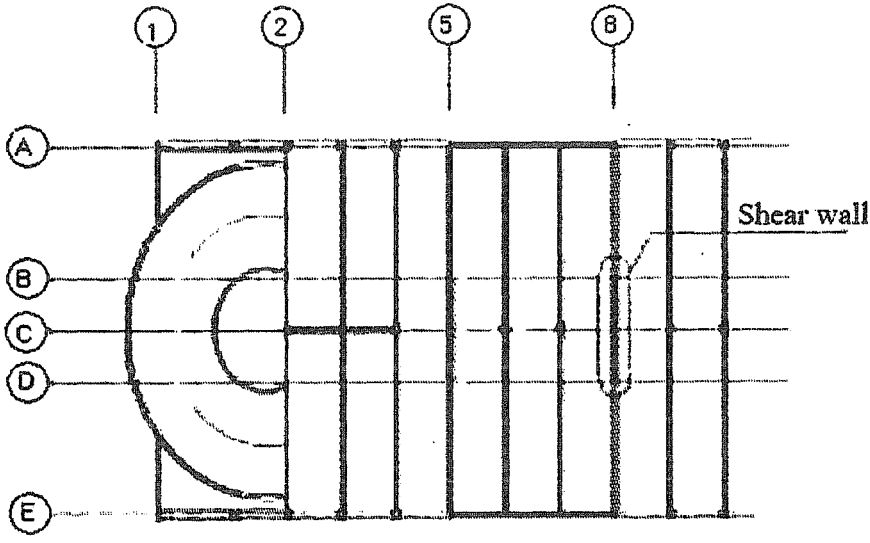
مثال (1-16)

يبين الشكل أدناه مبنى من الخرسانة المسلحة مؤلف من ثمانية طوابق ويستعمل كمرآب للسيارات: تتألف جملته الإنشائية المقاومة للقوى الزلزالية من جدران حمالة.



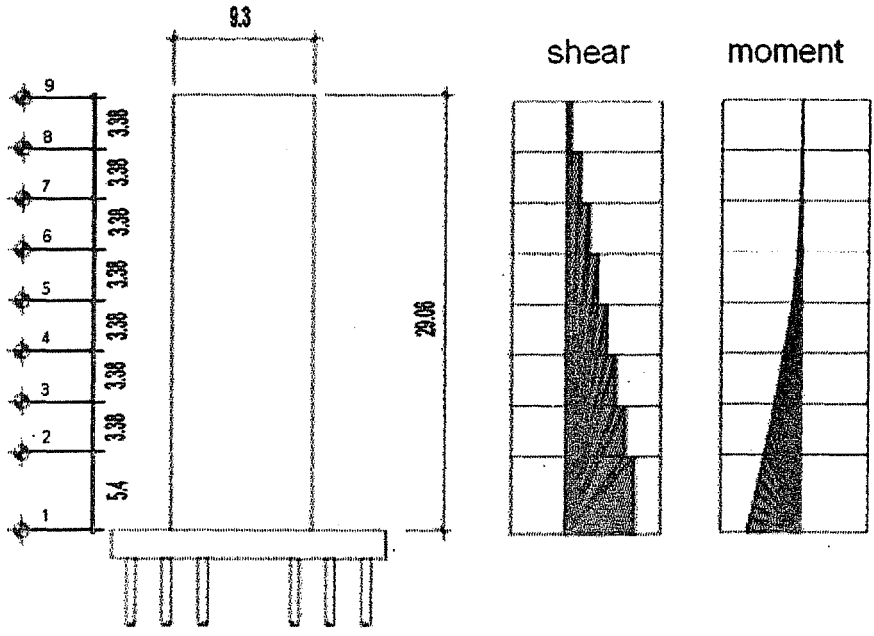
صمم جدار القص العرضي المبين في مسقط الطابق المتكرر المبين أدناه علماً أن:

- طول الجدار 9.3m وارتفاعه 29.06m
- Z=4 ، نوع مقطع التربة S_D وأن موقع البناء يبعد عن صدع نشط من النوع A مسافة 5km
- المقاومة المميزة للخرسانة $f'_c = 350 kg/cm^2$ و حد سيلان فولاذ التسليح $f_y = 4200 kg/cm^2$
- معامل الوثوقية وعدم التقرير $\rho = 1.0$



مسقط الطابق المتكرر

- سنفرض في هذا المثال أن الجدار موثوق مع الأساسات وأن الأساسات صلبه لتبسيط المثال. أما في المنشآت الحقيقية لابد من أخذ مرونة الأساس وما ينعكس عنها من تشوهات بالحسبان.
- بلغت الانتقالات الأفقية في أعلى جدار القص 5.9cm تحت تأثير الأحمال الزلزالية التصميمية الأفقية مع الأخذ بالحسبان خواص مقطع الجدار الفعالة.
- تم تحديد معامل السلوك اللدن $R = 4.5$ لأن الجملة الإنشائية المقاومة للقوى الزلزالية جملة جدران حماله.



- يبين الجدول التالي الأحمال الشاقولية الميتة P_D والحية P_L التي يحملها الجدار كما يبين القص V_E والعزوم M_E اللذين يتعرض لهما نتيجة الأحمال الزلزالية الأفقية.

الطابق	P_D ton	P_L ton	V_E ton	M_E tm
السقف	98.2	18.6	43.6	0
8	198.2	36.8	119.1	133
7	292.3	55.5	199.1	520.9
6	386.8	73.6	284.1	1181.8
5	481.8	92.3	373.2	2133.6
4	577.3	110.9	468.2	3380.5
3	668.2	129.1	577.3	4932.2
2	786.4	147.7	668.2	6871.8

1 10460.2

الحـــــــل:

أولاً: تراكبات الأحمال وتحديد الأفعال

تراكبات الأحمال المنصوص عليها في العلاقات (14-42,41,40) يمكن كتابتها كما يلي:

$$(1.32+0.55C_aI)D+1.1\rho E_h+1.1(f_1L+f_2S)$$

$$(0.99-0.55C_aI)D\pm 1.1\rho E_h$$

- بما أن البناء سيستخدم كمرآب سيارات فإن $f_1=1.0$
- سنفرض أنه لاتوجد أحمال ثلج على سطح البناء أي $S=0.0$.
- بما أن الصدع من النوع A ويبعد عن موقع البناء 5 km وبالعودة للجدول (14-9) نجد $N_a=1.2$
- بالعودة للجدول (14-6) نجد: $C_a=0.44$ $N_a=0.44\times 1.2=0.528$
- وبما أن المنشأ سيشاد في موقع تربته من النوع S_D و $\rho=1.0$ ولا يحتوي أي نوع من عدم الانتظام فإنه يمكن أخذ $N_a=1.1$ وعليه $C_a=0.44\times 1.1=0.484$

نبدل في علاقات تراكب الأحمال السابقة فنجد:

$$1.5862D+1.1E_h+1.1L$$

$$0.7238D\pm 1.1E_h$$

تنتج الأحمال الميتة والحية في قاعدة الجدار قوى محورية أما الأحمال الزلزالية فتنتج قوى قص وعزوم انعطاف وبناءً على ذلك تمثل حالة التراكب الثانية حداً أدنى للقوى المحورية وتكون هي المسيطرة عندما تكون القوة المحورية المطبقة أقل من القوة المحورية التوازنيه لمقطع الجدار (بشكل عام تكون القوة المحورية المطبقة على جدران القص أقل بكثير من القوة المحورية التوازنية) بناءً على ذلك تحدد القوى في أسفل الجدار كما يلي:

$$P_u = 0.7238 P_D = 0.7238 \times 786.4 = 569 ton$$
$$V_u = 1.1V = 1.1 \times 668.2 = 735 ton$$
$$M_u = 1.1M_E = 1.1 \times 10460.2 = 11506 tm$$

ثانياً: تحديد الأبعاد الأولية

يحدد عدد الجدران وأبعادها الأولية في بناء بحيث يكون وسطي الإجهادات القصية الناتجة في الجدران عن الأحمال المصعدة بين $0.25\sqrt{f'_c}$ و $0.42\sqrt{f'_c}$ حيث f'_c المقاومة المميزة للخرسانة مقدرة بـ Mpa .

إن فرض هذين الحدين على الإجهادات القصية يساعد في منع حدوث انهيار قص انزلاقي. فمن أجل المثال قيد الدراسة نحدد أبعاد الجدار بحيث لا تتجاوز الإجهادات القصية

$$\tau_a = 0.3\sqrt{35} = 1.7 \text{ Mpa} = 17 \text{kg/cm}^2$$
$$l \times t \times \tau_a = V_E \Rightarrow 930 \times t \times 17 = 735 \times 10^3 \Rightarrow t = 46.5cm$$

نختار $t = 50cm$

يجب أن لا تقل سماكة الجدار عن l_u /16 وذلك لدعم الجدار ومنعه من التحنيب والخروج عن مستويه حيث :

l_u ارتفاع الجدار الصافي بين طابقين (في الطابق الأول $l_u = 5.2m$) إذاً:

$$t_{\min} \geq l_u / 16 = 520/16 = 32.5cm < 50cm$$

ثالثاً : توزيع أولي لقضبان التسليح الطولي

سيتم توزيع القضبان الشاقولية بحيث لا تقل المسافة بين مراكز القضبان عن:

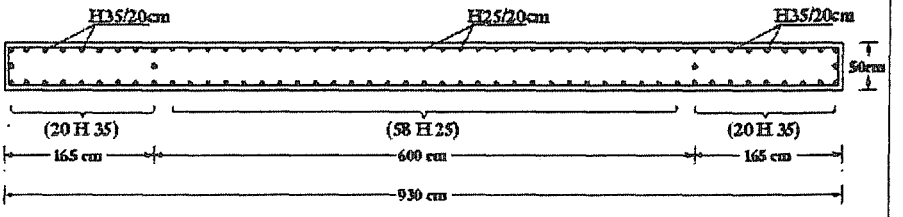
$$6d_b = 6 \times 35 \cong 200mm$$

وذلك لـــتأمين أفضل الشروط لتراكب القضبان على الرغم من أن الكـــودات تسمح بمسافة أقل.

يجب أن لا تزيد المسافة بين القضبان الشاقولية على 30 cm في المنطقتين الطرفيتين من الجدار حيث يتوجب تأمين تطويق للتسليح الطولي.

يجب أن لا تقل نسبتي التسليح الطولي والعرضي في الجزء الوســطي مــن الجدار عن 0.0025 وكما هو مبين في مقطع الجدار العرضـــي فقـــد تـــم استخدام شبكتين شاقوليتين من قضبان بقطر 25mm وبتباعد بين محـــاور القضبان قدره $s = 20cm$ وعليه تحسب نسبة التسليح الشاقولي كما يلي :

$$\rho_v = A_s / bs = 2 \times 4.9 / (50 \times 20) = 0.0098 > 0.0025$$



المقطـــع بيـــن المســـتويين 1 - 5

رابعاً: حساب طاقة تحمل العزم

يمكن فرض أن القضبان الشاقولية جميعها تصل إلى مرحلة الســيلان إمـــا بالشد أو الضغط تحت تأثير الأحمال المتكررة وهذا يسهل عمليـــة حســـاب طاقة تحمل المقطع يدوياً. وبشكل بديل يمكن فـــرض أن التشـــوهات فـــي التسليح تتناسب طرداً مع البعد عن المحور السليم .

تؤدي الفرضية الأولى إلى طاقة تحمل عـــزم أكبـــر ولكـــن الفـــرق بـــين الفرضيتين ليس بكبير مع العلم أن تصرف المقطع تحـــت تـــأثير الأحمـــال

المتكررة أقرب للفرضية الأولى .ويبين الشكل أدناه توزع الإجهادات في كلا الفرضيتين.

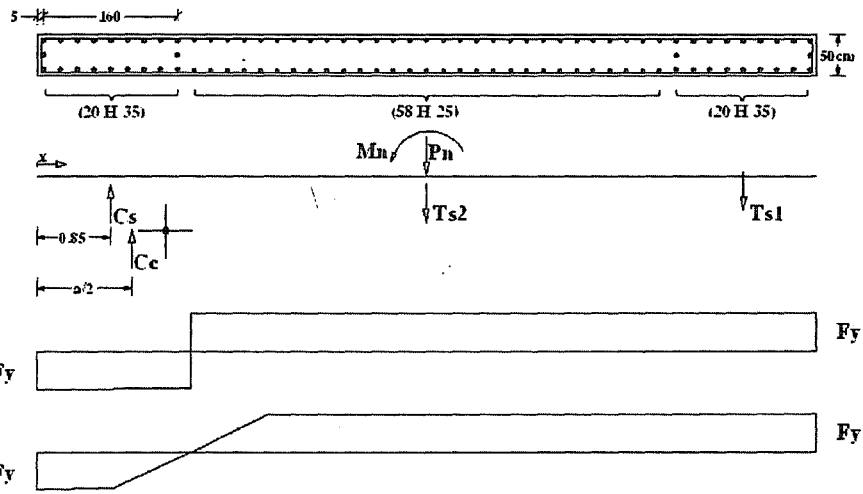
لتحديد طاقة تحمل المقطع على العزم لابد من تحديد موقع المحور السليم c المبين في الشكل، ونبين فيما يلي خوارزمية حساب طاقة تحمل العزم.

1. تقدير عمق منطقة الضغط c ويمكن استخدام $c = 0.15 l_w$ كتقدير أولي .
2. حساب قوة الشد وقوة الضغط في قضبان التسليح .
3. تطبيق معادلة توازن القوى المطبقة على المقطع العرضي لحساب قوة الضغط C_c

$$C_c = P_n + \sum T_s - \sum C_s$$

حيث P_n القوة الخارجية , $\sum T_s$ مجموع قوى الشد في قضبان التسليح، $\sum C_s$ مجموع قوى الضغط في قضبان التسليح.

4. حساب طول موشور الإجهادات a المقابل لـ C_c.
5. حساب $c = a/0.85$ والعودة إلى الخطوة (1) إذا كان ضرورياً .



يحدد معامل تخفيض المقاومة Ω وفقاً للعلاقة التالية :

$$\Omega = 0.9 - 0.2(P_u / 0.1 f_c' A_g) = 0.9 - 0.2(\frac{569}{0.1 \times 350 \times 50 \times 930 \times 10^{-3}})$$

$$P_n = P_u / \Omega = 569 / 0.83 = 685.5 ton$$

المحاولة الأولى للحل: نفرض أن التسليح الطرفي 20H35 قد وصل مضغوطاً إلى مرحلة السيلان وأن التسليح الوسطي 58H25 والتسليح الطرفي الآخر 20H35 قد وصلا إلى مرحلة السيلان بالشد. كما في الشكل أعلاه. ويبين الجدول التالي نتائج حساب:

القوة	عدد قضبان التسليح	$A_s \ cm^2$	$A_s f_y \ ton$	$x \ m$	$A_s f_y x \ tm$
C_s	20H35	192.3	-807.66	0.85	-686.5
T_{s2}	58H25	284.56	1195.16	4.65	5557.5
T_{s1}	20H35	192.3	807.66	8.45	6824.73
P_n			685.5	4.65	3187.58
C_c			-1880.66		

يحسب طول المنطقة المضغوطة (a) كما يلي:

$$C_c = 0.85 f'_c (a \times b - A_{sc})$$

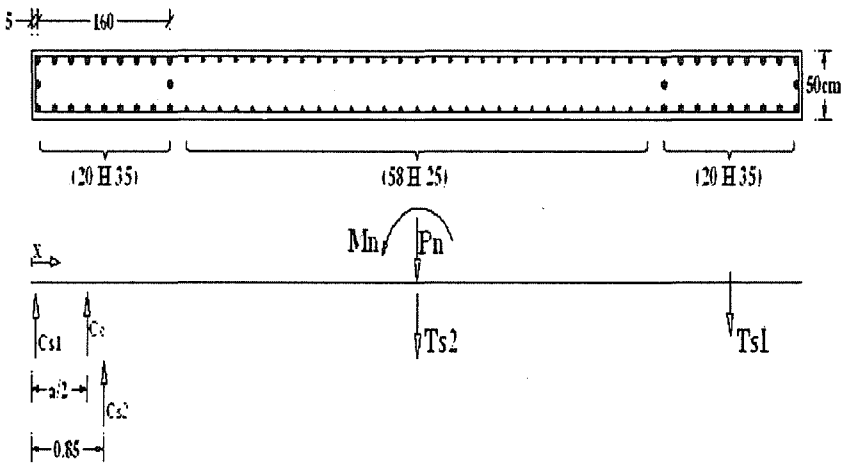
حيث: b عرض مقطع الجدار و A_{sc} مساحة التسليح المضغوط.

$$a = C_c / (0.85 f'_c \ b) + A_{sc} / b = \frac{1880.66 \times 10^3}{0.85 \times 350 \times 50} + \frac{192.3}{50} = 130.2 \ cm$$

ومنه يحدد بعد المحور المحايد من طرف الجدار كما يلي:

$$c = a / 0.85 = 153.2 \ cm$$

المحاولة الثانية: نتيجة المحاولة الأولى يتبين أن ثلاث قضبان H35mm تقع على مقربة من المحور السليم حيث c = 153.2 cm وعليه سنهمل وجودها في هذه المحاولة ويصبح مخطط القوى المطبقة على مقطع الجدار كما يلي:



القوة	عدد قضبان التسليح	$A_s \ cm^2$	$A_s f_y \ ton$	$x \ m$	$A_s f_y x \ tm$
C_{s1}	3H35	28.85	-121.17	0.05	-6.06
C_{s2}	14H35	134.63	-565.45	0.85	-480.63
T_{s2}	58H25	284.56	1195.16	4.65	5557.5
T_{s1}	20H35	192.3	807.66	8.45	6824.73
P_n			685.5	4.65	3187.58
C_c			-2001.7	0.689	-1379.17
M_n					13703.95

يحسب طول المنطقة المضغوطة (a) كما يلي:

$$C_c = 0.85 f_c'(a \times b - A_{sc})$$

$$a = C_c / (0.85 f_c' \ b) + A_{sc} / b = \frac{2001.7 \times 10^3}{0.85 \times 350 \times 50} + \frac{28.85 + 134.63}{50} = 137.8$$

ومنه يحدد بعد المحور المحايد من طرف الجدار كما يلي:

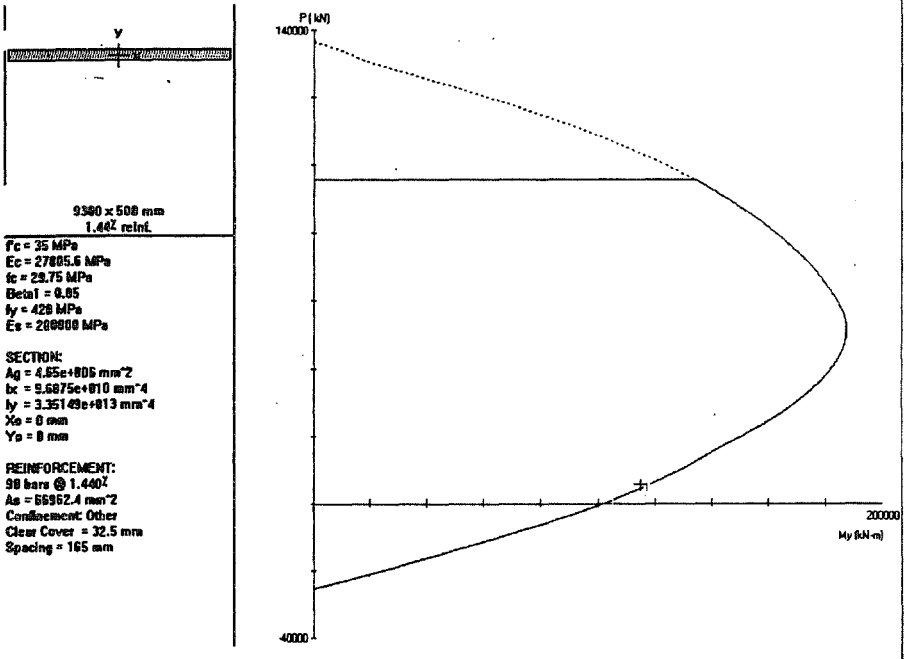
$$c = a / 0.85 = 162.1 \ cm$$

$$M_n = \sum A_s f_y x + P_n x_p + C_c (a/2) = 13703.95 tm$$

$$\Omega M_n = 0.83 \times 13703.95 = 11374.3 tm \approx M_u = 11506 tm$$

*حساب طاقة تحمل العزم بواسطة البرنامج PCACOL

تم استخدام البرنامج PCACOL لتحقيق مقطع الجدار مع التسليح المحدد سابقاً تحت تأثير القوى المطبقة $M_u = 11506tm$ ، $P_u = 569ton$ ومعامل تخفيض المقاومة $\Omega = 0.83$ وتبين أن طاقة تحمل الجدار محققة ويؤكد ذلك الشكل أدناه:

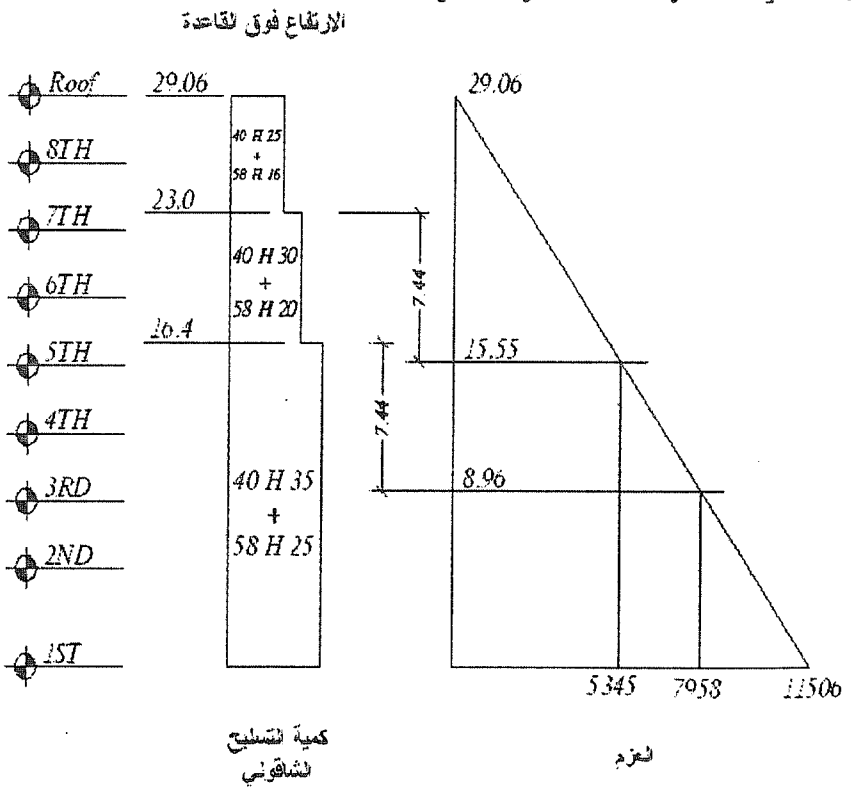


خامساً:إيقاف التسليح الشاقولي وتراكب قضبان

* إيقاف القضبان

يجب أن تستمر قضبان التسليح الشاقولي بعد النقطة التي تنتفي عندها الحاجة لهذا التسليح لمقاومة الانعطاف مسافة تساوي الأكبر مما يلي: $12d_b$ أو $0.8l_w$. حيث d_b القطر الاسمي للقضبان و l_w طول المقطع العرضي للجدار.

بتطبيق هذا الاشتراط على المثال المدروس تم تخفيض مقاومته للعـــزوم علـــى مرحلتين: الأولى فوق المستوي الخامس والثانية فوق المستوي الســـابع. حيـــث تمت المحافظة على مقطع الجدار وعدد القضبان ولكـــن تـــم تخفـــيض أقطـــار القضبان. ويبين الشكل أدناه التسليح الطولي والعزم المطبق على كامـــل ارتفـــاع البناء. مع فرض أن عزم الانعطاف سيتغير خطياً من أعلى الجدار حتى قاعدتـــه وهذا الفرض يغطي تأثير أنماط الاهتزاز العالية
طبقاً لـــ [Paulay&Priestley 1992] .



الموقع	القضبان الشاقولية في كل طرف	القضبان الشاقولية في جسد الجدار	الحمل المحوري $P_u = 0.7238P_D$	العزم المطلوب مقاومته $M_n = 1.1M_E$	Ω	مقاومة العزم ΩM_n
بين المستويين 1و5	20H35	58H25	569	11506	0.83	11821
بين المستويين 5و7	20H30	58H20	280	7958	0.86	8310
بين المستويين 7و9	20H25	58H16	143.5	5349	0.9	5665

ملاحظة: تم حساب مقاومة المقاطع للعزم ΩM_n باستخدام البرنامج **PCACOL**

سيتم تحقيق مقاومة العزم فوق المستوي (5) كما يلي:

ارتفاع نقطة وقف القضبان الشاقولية: $15.55 + 0.85 = 16.4m$

- الارتفاع بعد طرح $0.8l_w$: $16.4 - 0.8 \times 9.3 = 8.96m$
- العزم المطبق عند القاعدة : $M_u = 11506tm$
- ارتفاع الجدار: $h_n = 29.06m$
- العزم المطلوب تحمله عند الارتفاع 8.96m.

$M_{u5} = 11506 \times (29.06 - 8.96)/29.06 = 7958tm < \Omega M_n = 8310$

بشكل مشابه يتم تحقيق مقاومة العزم فوق المستوي (7).

- ارتفاع نقطة وقف القضبان الشاقولية: 22.3+0.7=23m

- الارتفاع بعد طرح $0.8l_w$: $23-0.8\times 9.3=15.56m$

- العزم المطلوب تحمله عند الارتفاع 15.56

$$M_{u7}=11506\times(29.06-15.56)/29.06=5345tm<\Omega M_n=5655$$

ويبين الشكل أعلاه مواقع توقف قضبان التسليح الطولي .

* تراكب القضبان

يبين الشكل أدناه المناطق التي يتم فيها تراكب الحديد الشاقولي وتم تحديد طول التراكب بناءً على المرجع [CRSI ،1996]. كما يجب أن لا يتم التراكب على كامل ارتفاع الطابقين السفليين لأنه من المتوقع أن يتشكل مفصل لدن في هذه المنطقة على الرغم من أن ذلك غير مطلوب في الكود إلا أنه من غير المفضل أن يتم تراكب التسلح الشاقولي في منطقة من المتوقع أن يتطور فيها مفصل لدن. وإذا كان لابد من وصل قضبان التسليح في مثل هذه المنطقة لأسباب تنفيذية فيتم ذلك إما بلحامها أو بوصلها ميكانيكياً.

يحدد طول المفصل اللدن l_p الذي من الممكن أن يتطور في أسفل الجدار بناءً على معطيات اختبار موثقة كما جاء في { Paulay and priestley 1993 } و { FEMA-306 1999 } حيث تم اعتماد: $l_p=0.2l_w+0.07M/V$

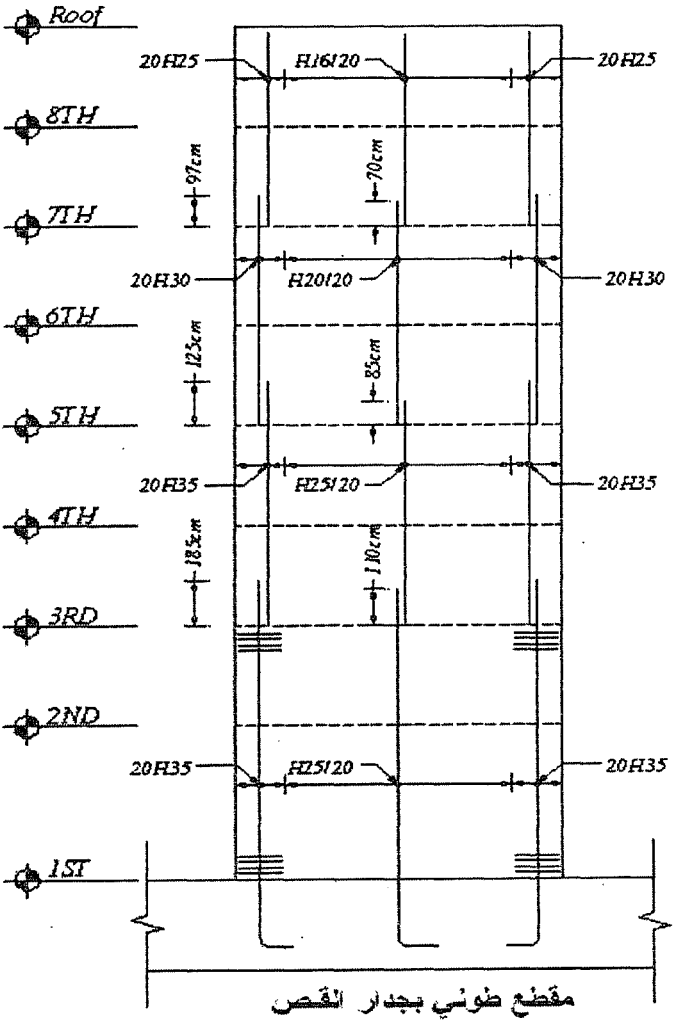
ويمكن كخيار بديل كما في { UBC 1997 } اعتماد $l_p=0.5l_w$

إذاً من أجل المثال قيد الدراسة: $l_p=0.5l_w=0.5\times 9.30=4.65m$

أو $l_p=0.2l_w+0.07\dfrac{M}{V}=0.2\times 9.30+0.07\dfrac{10460.2}{668.2}=2.95m$

تمتد المنطقة التي تتطور فيها اللدونة مسافة أطول من طول المفصل اللدن ويحدد الكود أن طول هذه المنطقة يمكن أن يصل إلى ضعف طول المفصل اللدن l_p ، ومن أجل المثال قيد الدراسة يصل طول هذه المنطقة إلى

$2l_p = 2 \times 2.95 = 5.9m$ حيث يجب أن لا يسمح بتراكب التسليح الشاقولي في هذه المنطقة وعليه تم منع التراكب على كامل ارتفاع الطابقين السفليين.



مقطع طولي بجدار القص
(تفريد التسليح الطولي)

سادساً: التصميم لمقاومة القص

لقد بينا سابقاً أن القص التصميمي الذي يجب أن يتحمله الجدار هو $V_u = 1.1V_E$ ويبين الجدول أدناه قيم V_u حسب المناسيب المختلفة. وتحسب مقاومة جدار الاسمية للقص بتطبيق العلاقة (15-16) التالية:

$$\Omega V_n = \Omega A_{cv}(\alpha_c\sqrt{f_c'} + \rho_n f_y) \le \Omega\frac{2}{3}A_{cv}\sqrt{f_c'}$$

$$h_w / l_w = 29.06/9.3 = 3.12 > 2 \Rightarrow \alpha_c = 1/6$$

$$\Omega = 0.6 \ , \ f_y = 420\ Mpa \ , \ f_c' = 35\ Mpa$$

$$A_{cv} = t \times l_w = 0.5 \times 9.3 = 4.65 m^2$$

$$\Omega V_n = 0.6 \times 4.65(\frac{1}{6}\sqrt{35} + \rho_n \times 420) \times 100 \le 0.6 \times \frac{2}{3} \times 4.65\sqrt{35} \times 100$$

$$\Omega V_n = 275 + 117180\rho_n \ ton \le 1100 \ ton \quad . \quad \rho_n \ge 0.0025$$

المنسوب	$V_u = 1.1V_E\ ton$	التسليح الأفقي في كل وجه	ρ_n	$\Omega V_n\ ton$
السقف	47.96	H14/20	0.003	626
8	131.01	H14/20	0.003	626
7	219.01	H14/20	0.003	626
6	312.51	H14/20	0.003	626
5	410.52	H14/20	0.003	626
4	515.02	H14/20	0.003	626
3	635.03	H16/20	0.004	743
2	735.02	H16/20	0.004	743
1				

سابعاً: التصميم للقص الإنزلاقي (Sliding shear)

يمكن أن تكون الجدران عرضة للقص الإنزلاقي في مناطق فواصل صب الخرسانة وفي الأماكن التي يتشكل فيها مفاصل لدنة . تحسب مقاومة القص الإنزلاقي وفقاً للفقرة 1911.74 من UBC97 بالعلاقة التالية:

$$V_n = (A_{vf} f_y + P_u)\mu$$

حيث $\mu = 1.0$ معامل الاحتكاك للخرسانة العادية.

A_{vf} مساحة التسليح الناقل للقص الذي يقطع مستوي الانزلاق المحتمل

f_y حد سيلان التسليح الناقل للقص

P_u قوة الضغط الناظمية الدائمة

من أجل المثال المدروس سيتم تحقيق القص الانزلاقي أسفل الجدار عند ظهر الأساسات حيث تعمل كل قضبان التسليح الشاقولي كتسليح ناقل القص

$$A_{vf} = 40 \times 9.6 + 58 \times 4.9 = 668.2\, cm^2$$

$$P_u = 0.7238\ P_D = 569\ ton$$

$$V_n = (668.2 \times 4200 \times 10^{-3} + 569) = 3375.4\ ton$$

وفقاً للفقرة 1911.75 من UBC97 يجب أن لا تزيد مقاومة القص V_n على أي

مما يلي:

$$0.2 f_c' A_c = 0.2 \times 350 \times 50 \times 930 \times 10^{-3} = 3255\ ton$$

$$5.5 \times A_c = 5.5 \times 500 \times 9300 \times 10^{-4} = 2557\ ton$$

إذاً نأخذ:

$$V_n = 2557\ ton > V_u = 735\ ton \qquad o.k.$$

ثامناً: تفصيل المنطقة المحيطية Boundary zone detailling

تحدد حاجة الجدار لعناصر محيطية بعدة طرق :

وفقاً للبند رابعاً من الفقرة2-2-16 تحدد حاجة الجدار من عناصر محيطية بناءً على قيمة إجهادات الضغط في طرف الجدار حيث يصبح بحاجة لعناصر محيطية عندما تتجاوز قيمة هذه الإجهادات $0.2f_c'$

ومن أجل المثال المدروس نجد أن حالة التراكب $1.5862D+1.1E_h+1.1L$ هي المسيطرة لحساب هذه الإجهادات وعليه تحدد القوة الناظمية والعزم المطبقين في أسفل الجدار كما يلي:

$$P_u = 1.5862P_D + 1.1P_L = 1.5862\times 786.4 + 1.1\times 147.7 = 1410\ ton$$

$$M_u = 1.1M_E = 1.1\times 10460.2 = 11506\ t.m$$

وتحدد اجهادات الضغط في الليف الأبعد كما يلي:

$$\sigma = \frac{P_u}{A_g} + \frac{M_u}{I_g}\times\frac{l_w}{2}$$

$$l_w = 9.3\ m\ ,\ A_g = 0.5\times 9.3 = 4.65\ m^2,\ I_g = 0.5\times(9.3)^3/12 = 33.515\ m^4$$

$$\sigma = \frac{1410}{4.65} + \frac{11506}{33.515}\times\frac{9.3}{2} = 1900 t/m^2 = 190 kg/cm^2 > 0.2f_c' = 70 kg/cm^2$$

إذاً لا بدّ من وجود عنصرين محيطيين في طرفي الجدار

وفقاً لهذه الطريقة يجب أن يتحمل العنصران المحيطيان كامل القوة المحورية وعزم الانعطاف فتحسب قوة الضغط التي يجب أن يتحملها العنصر المحيطي ذو الأبعاد 0.5x1.7m في أسفل الجدار

$$N_u = \frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{l_w'}\quad .\quad l_w' = l_w - 1.7 = 9.3 - 1.7 = 7.6\ m$$

$$N_u = \frac{1410}{2} + \frac{11506}{7.6} = 2219\ ton$$

باعتبار أن تسليح العنصر المحيطي $A_s = 20H35 = 192.3\ cm^2$ تحدد طاقة تحمل العنصر المحيطي كما يلي:

$$\Omega P_n = 0.7[0.85 f_c'(A_c - A_s) + A_s f_y]$$

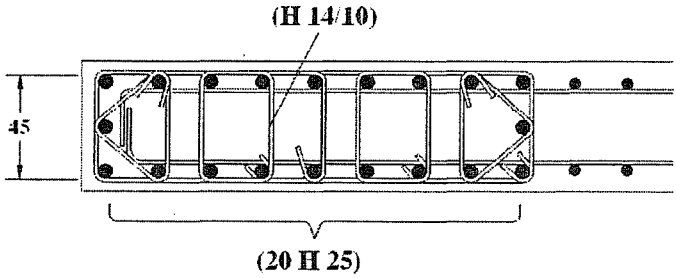
$$\Omega P_n = 0.7[0.85 \times 350(50 \times 170 - 192.3) + 192.3 \times 4200] \times 10^{-3} = 2295$$

$$\Omega P_n = 2295\ ton > N_u = 2219\ ton \quad o.k.$$

يجب أن يطوق التسليح الشاقولي بأساور تباعدها الأصغر من t/4 أو $6d_b$ أو 15cm

$$t/4 = 50/4 = 12.5\ \text{cm}, \quad 6d_b = 6 \times 3.5 = 21\ cm$$

إذاً نختار التباعد بين الأساور s = 10.0 cm بحيث يكون تفصيل تسليح العنصر المحيطي كما يلي:



باستخدام تسليح تطويق كالمبين في الشكل H14/10 نجد أن :

$$A_{sh} = 9 \times 1.5 = 13.5\ cm^2/10cm$$

$$A_{sh}^{\min} = 0.09\, sh_c\ f_c'/f_y = 0.09 \times 10 \times 165 \times 350/4200$$

$$= 12.4 cm^2/12.5 < A_{sh} \quad o.k.$$

مثال (2 - 16)

يبين الشكل أدناه مسقط الطابق المتكرر لمبنى مؤلف من اثني عشر طابقاً كما يبين أيضاً الواجهة الجانبية لأحد إطارات الجملة الإنشائية . حدد القوى الزلزالية التي يتعرض لها البناء علماً أن:

* المقاومة المميزة للخرسانة $f'_c = 275kg/cm^2 \approx 27.5Mpa$
* حد سيلان فولاذ التسليح الرئيسي $f_y = 4200kg/cm^2 \approx 420Mpa$
* حمولات التغطية + أوزان القواطع الخفيفة $300kg/m^2 \approx 3kN/m^2$
* الحمولات الحية $300kg/m^2 \approx 3kN/m^2$
* سماكة بلاطة الأسقف 20cm
* ويبين الجدول التالي أبعاد الأعمدة و أبعاد الجوائز في جميع الطوابق :

الطابق	أبعاد الجوائز (cm)	أبعاد الأعمدة الوسطية (cm)	أبعاد الأعمدة الطرفية (cm)
12-11-10-9	70 X 40	60 X 60	50 X 50
8-7-6-5	75 X 50	70 X 70	60 X 60
4-3-2-1	75 X 50	90 X 90	70 X 70

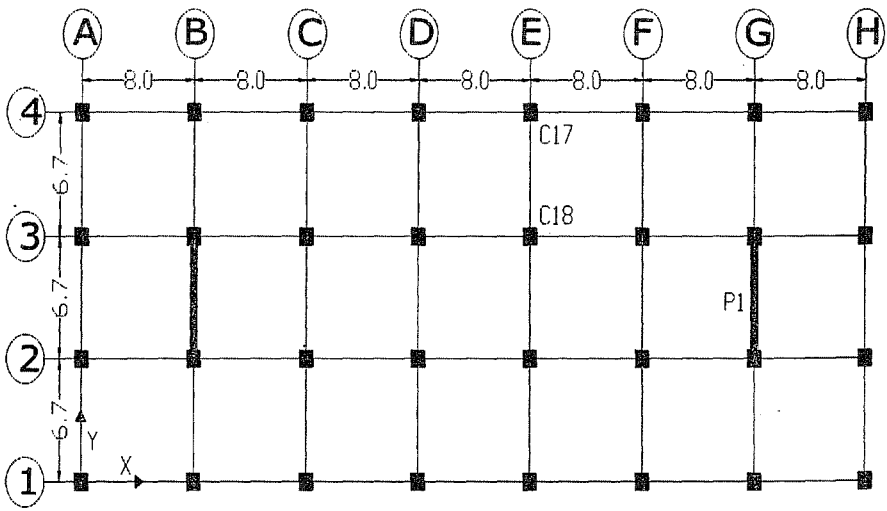
* ويبين الجدول التالي أبعاد جدران القص في جميع الطوابق :

الطابق	سماكة جدار القص (cm)	أبعاد الأعمدة المحيطية (cm)
12-11-10-9	30	50X 50
8-7-6-5	40	60X 60
4-3-2-1	60	80X 80

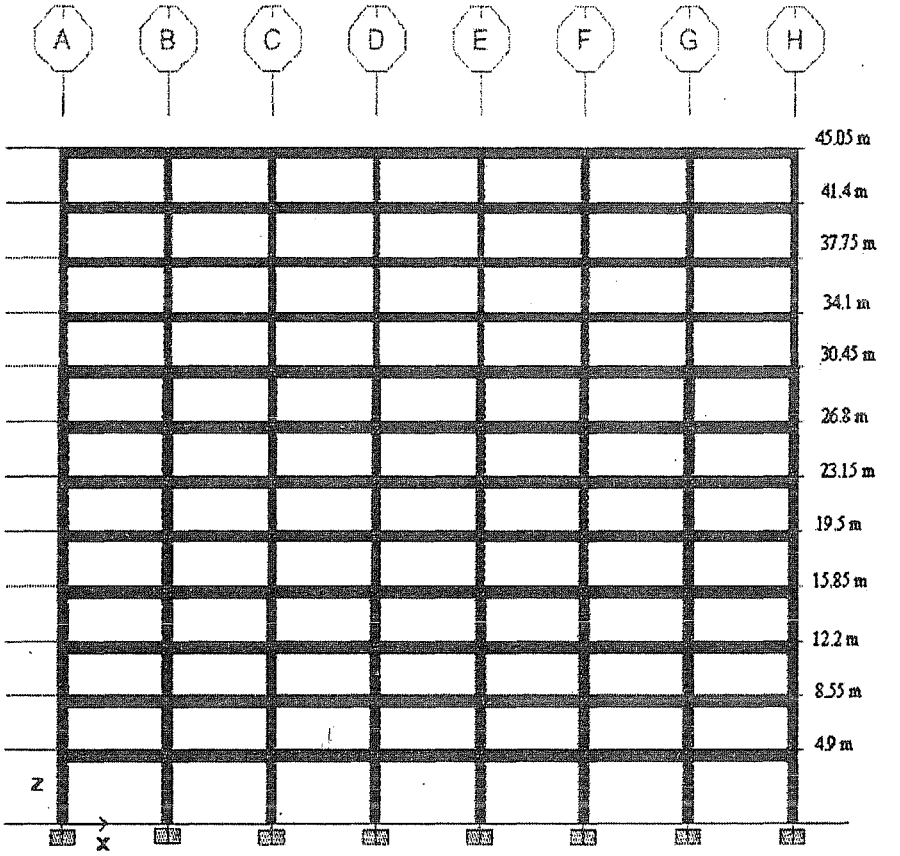
* الارتفاع الطابقي 365cm عدا الطابق الأرضي فارتفاعه 490cm .
* معامل مرونة الخرسانة:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} = 2.46\times10^4\ Mpa = 2.46\times10^5\ kg/cm^2$$

* يقع البناء في المنطقة الزلزالية الثالثة : Z=0.3
* مقطع التربة من النوع S_B
* معامل أهمية المنشأ I=1.0
* الجملة الإنشائية في الاتجاه (y) شمال جنوب ثنائية عبارة عن جدران قص خرسانية مع إطارات خاصة مقاومة للعزوم : $R = 8.5$



مسقط الطابق المتكرر



المقطع الطولي للمبنى

الحـــــــــــــــــــل:

سنحدد القص القاعدي بالاتجاهين بالاعتماد على الطريقة الستاتيكية الثانية وفقاً للملحق الثاني من الكود السوري أو (UBC97) وذلك لأن البناء منتظم وارتفاعه أقل من 73m.

أولاً: تحديد الأحمال الميتة :

يبين الجدول التالي الأوزان الميتة لكل طابق شـــاملة الأوزان الذاتيـــة للعناصـــر الإنشائية وأوزان طبقات التغطية .

الجدول (1) : وزن المنشأ (ton)					
الحمولة الميتة (وزن ذاتي + وزن طبقات تغطية) ton	وزن طبقات التغطية ton	الوزن الذاتي للطابق ton	العناصر	الوزن الذاتي للعناصر ton	المشروع
1219.08	337.68	881.4	أعمدة	69.029	
			جوائز	232.656	
			جدران	39.42	
			بلاطات	540.288	
1335.56	337.68	997.88	أعمدة	97.411	
			جوائز	307.62	
			جدران	52.56	
			بلاطات	540.288	
1401.18	337.68	1063.5	أعمدة	142.16	
			جوائز	302.22	
			جدران	78.84	
			بلاطات	540.288	
1477.48	337.68	1139.8	أعمدة	191.453	
			جوائز	302.22	
			جدران	105.84	
			بلاطات	540.288	
15900	4052.16	11848.82			

ثانياً: حساب القص القاعدي في الاتجاه (y) شمال – جنوب:

باعتبار Z=0.3 ونوع مقطع التربة S_B فإن $C_a = C_v = 0.3$

يحدد الدور الأساسي في هذا الاتجاه باعتبار جملة بناء عام كما يلي :

$$T_a = C_t (h_n)^{3/4} = 0.0488(45.05)^{3/4} = 0.849\,\text{sec}$$

ينتج بالتحليل الديناميكي للمنشأ : $T_d = 1.79\,\text{sec}$

$$T_{used} = 1.4T_a = 1.4 \times 0.849 = 1.19\,\text{sec} < T_d = 1.79$$

وعليه يحدد القص القاعدي كما يلي :

$$V_y = \frac{C_v I}{RT} W = \frac{0.3 \times 1}{8.5 \times 1.19} W = 0.0296W$$

يجب أن لا يتجاوز القص القاعدي ما هو محدد وفق العلاقة التالية :

$$V_{\max} = \frac{2.5CaI}{R} W = \frac{2.5 \times 0.3 \times 1}{8.5} W = 0.088W$$

كما يجب أن لا يقل القص القاعدي عن ما هو محدد وفق العلاقة التالية :

$$V_{\min} = 0.11 C_a I W = 0.11 \times 0.3 \times 1 \times W = 0.033W$$

إذاً يحدد القص القاعدي في هذا الاتجاه من العلاقة الأخيرة أي :

$$V_y = 0.033W = 0.033 \times 15900 = 525ton$$

باعتبار دور البناء $T > 0.7\,\text{sec}$ تحدد القوة الزلزالية الواجب تركيزها في أعلى البناء كما يلي :

$$F_t = 0.07TV = 0.07 \times 1.19 \times 525 = 44ton$$

إذاً تحدد القوة الزلزالية الواجب توزيعها على الطوابق كما يلي :

$$V_y - F_t = 525 - 44 = 481 ton$$

يوزع هذا القص على ارتفاع البناء وفق العلاقة التالية :

$$F_z = (V_y - F_t)\frac{w_z h_z}{\sum w_i h_i}$$

ويبين الجدول التالي توزيع القص القاعدي في الاتجاه شمال- جنوب على الطوابق المختلفة :

الجدول (2)

المنسوب	hi (m)	wi (ton)	wi*hi	Fzi (ton)	Fzi+ Ft (ton)	Fyi etabs	Qy (ton)
12	45.05	1219	54915.9	69	113	109	113
11	41.40	1219	50466.6	63	63	63	176
10	37.75	1219	46017.25	57	57	58	233
9	34.10	1219	41567.9	52	52	52	285
8	30.45	1336	40681.2	51	51	50	336
7	26.80	1336	35804.8	45	45	45	381
6	23.15	1336	30928.4	39	39	39	419
5	19.50	1336	26052	33	33	33	452
4	15.85	1401	22205.8	28	28	27	480
3	12.20	1401	17092.2	21	21	21	501
2	8.55	1401	11978.5	15	15	15	516
1	4.90	1477	7237.3	9	9	9	525
		15900	384948	481	525	521	

ثالثاً: حساب القص القاعدي في الاتجاه(x) شرق-غرب :

كما في الاتجاه شمال – جنوب فإن $C_a = C_v = 0.3$

يحدد الدور الأساسي في هذا الاتجاه باعتبار الجملة الإنشائية جملة إطارات خرسانية أي :

$$T_a = C_t (h_n)^{3/4} = 0.0731(45.05)^{3/4} = 1.27\,\text{sec}$$

ومن التحليل الديناميكي ينتج :

$$T_d = 2.78\,\text{sec}$$

$$T_{used} = 1.4T_a = 1.4 \times 1.27 = 1.78 < T_d = 2.78$$

وعليه يحدد القص القاعدي كما يلي :

$$V_x = \frac{C_v I}{RT} W = \frac{0.3 \times 1}{8.5 \times 1.78} W = 0.0198W$$

$$V_{\max} = \frac{2.5 C_a I}{R} W = 0.088W$$

$$V_{\min} = 0.11 C_a I W = 0.033W$$

إذاً يحدد القص القاعدي في هذا الاتجاه وفقاً للعلاقة الأخيرة أي :

$$V_x = 0.033W = 525ton$$

باعتبار أن دور المنشأ $T > 0.7\,\text{sec}$ تحدد القوة الزلزالية الواجب تركيزها في أعلى البناء

كما يلي :

$$F_t = 0.07TV = 0.07 \times 1.78 \times 525 = 65ton$$

إذاً تحدد القوة الزلزالية الواجب توزيعها على الطوابق كما يلي :

$$V_x - F_t = 525 - 65 = 460ton$$

توزع هذه القوة على ارتفاع البناء وفق العلاقة التالية :

$$F_z = (V_x - F_t) \frac{w_z h_z}{\sum w_i h_i}$$

الجدول (3)

المنسوب	hi (m)	wi (ton)	wi*hi	Fz (ton)	Fzi+Ft (ton)	Fxi etabs	Qx (ton)
12	45.05	1219	54915.95	66	131	127	131
11	41.40	1219	50466.6	60	60	60	191
10	37.75	1219	46017.25	55	55	55	246
9	34.10	1219	41567.9	50	50	50	296
8	30.45	1336	40681.2	49	49	48	344
7	26.80	1336	35804.8	43	43	43	387
6	23.15	1336	30928.4	37	37	37	424
5	19.50	1336	26052	31	31	31	455
4	15.85	1401	22205.85	27	27	26	482
3	12.20	1401	17092.2	20	20	20	502
2	8.55	1401	11978.55	14	14	14	516
1	4.90	1477	7237.3	9	9	8	525
		15900	384948	460	525	519	

رابعاً: تحليل المنشأ باستخدام برنامج ETABS 4.4.8 :

تم تحليل نموذج ثلاثي البعد للبناء تحت تأثير القوى الجانبية حيث تم تحديد:

1. دايفرام صلب لكل طابق
2. نهاية صلبة لكل عنصر أفقي بغية الحصول على النتائج مباشرة عند وجه المساند
3. إدخال تأثير المقاطع المتشققة بالحسبان حيث تم اعتماد الصلابات كما يلي :

للجوائز $EI_{bcr} = 0.4EI_{bg}$

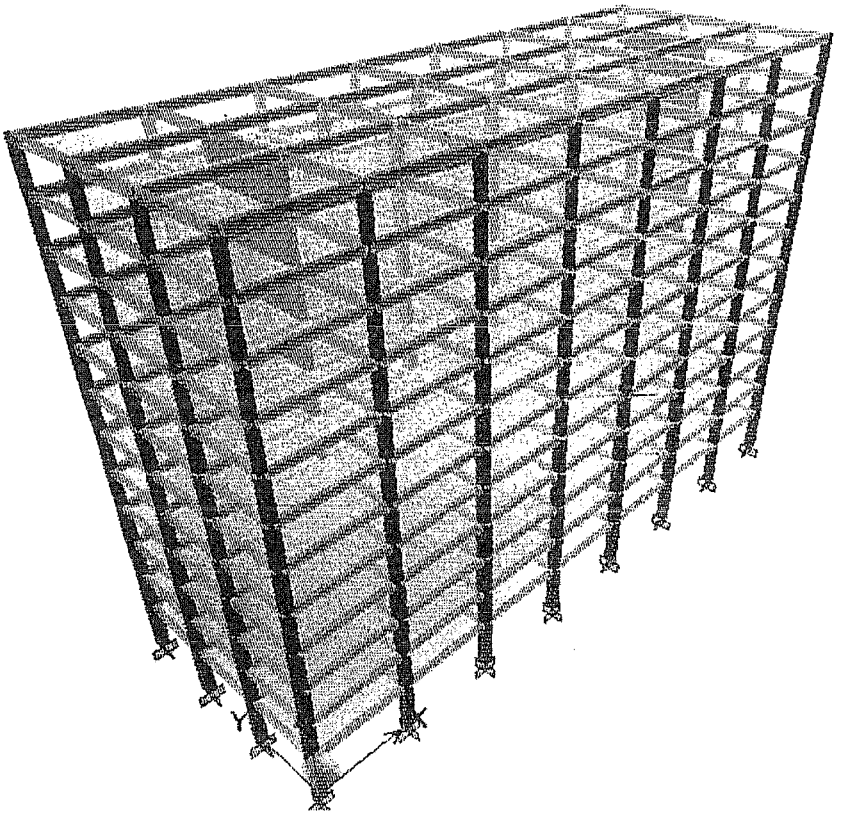
للأعمدة $EI_{ccr} = 0.8EI_{cg}$

لجدران القص $EI_{wcr} = 0.4EI_{wg}$

حيث تدل الدالة السفلية b للجوائز و c للأعمدة و w للجدران كما تدل g على المقطع الكلي غير المتشقق أما cr فتدل على المقطع المتشقق.

4. تم إدخال لامركزية طارئة e_{acc} في كل من الاتجاهين مقدارها 5% من بعد البناء.

و يبين الشكل التالي نموذج البناء :

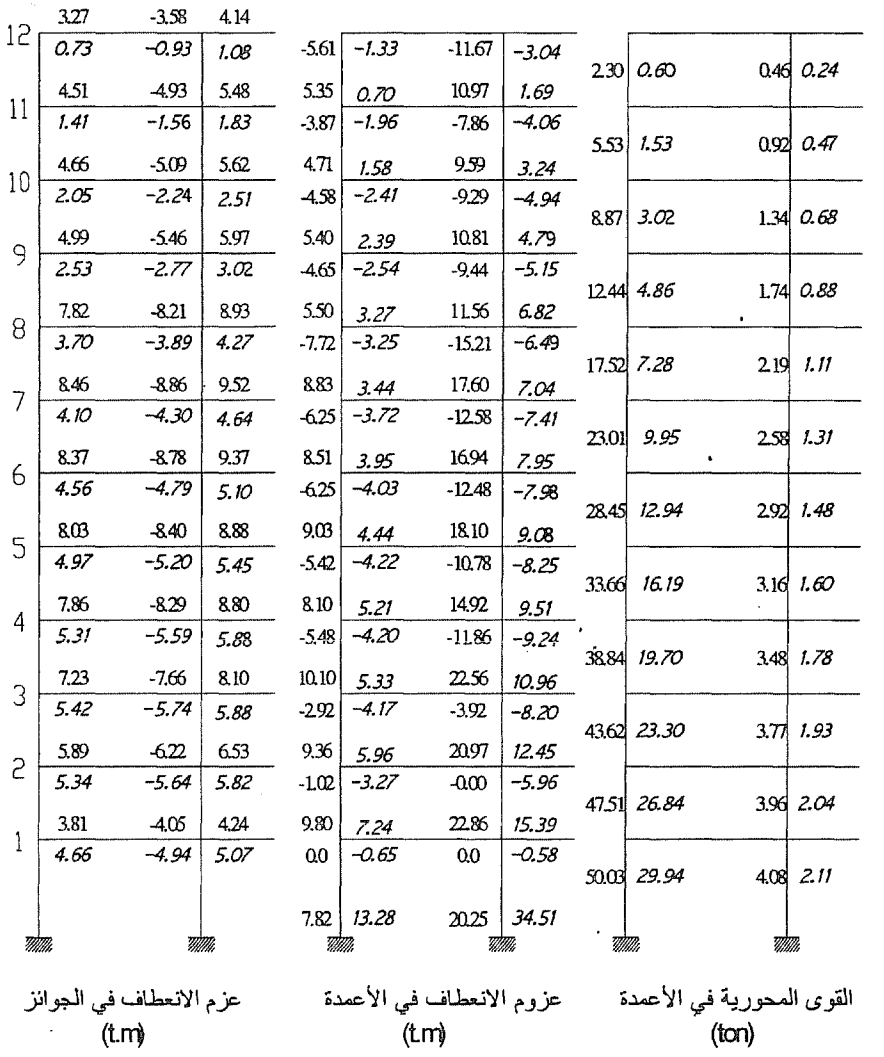


نموذج ثلاثي البعد للبناء

يشترط الكود عند تصميم الجمل الإنشائية الثنائية ما يلي :

1. أن يتم تحمل قوى الثقالة بشكل رئيسي بواسطة إطارات تامة.
2. أن تصمم كلا الجملتين (جدران القص والإطارات الخاصة المقاومة للعزوم أو المتوسطة) على مقاومة القوى الزلزالية التصميمية (القص القاعدي) بحيث تتحمل كل منهما ما ينوبها وفقاً لصلابتها مع الأخذ بالحسبان التأثير المتبادل بين الجملتين .
3. وكإجراء احتياطي لمنع الانهيار الكلي يجب تصميم الإطارات المقاومة للعزوم على تحمل مالا يقل على 25% من القص القاعدي التصميمي .

ويبين الشكل أدناه ملخصاً لنتائج تحليل الإطار الداخلي الواقع على المحور E تحت تأثير القوى الزلزالية في الاتجاه شمال – جنوب , مع التنويه إلى أن الأرقام المائلة تبين نتائج التحليل تحت تأثير 25% من القص القاعدي مطبقة فقط على الإطارات .



القوى و العزوم في إطار وسطي على المحور E نتيجة أحمال الزلازل

ويبين الجدول التالي عزوم الانعطاف وقوى القص التي يتعرض لها أحد جداري القص نتيجة الأحمال الزلزالية في الاتجاه شمال – جنوب :

الجدول (4)			
الطابق	عـــــــــزوم الانعطاف (ton.m)		قـــــــوة القص (ton)
	أعلى	أسفـل	
12	-106	-174	-19
11	-294	-179	32
10	-306	-115	52
9	-251	32	78
8	-143	72	59
7	-109	238	95
6	56	464	112
5	289	812	143
4	649	1149	137
3	1003	1643	175
2	1524	2226	193
1	2147	3349	245

طبقاً للكود يجب أن لا يزيد الانزياح الطابقي Δ_M عن $\Delta_M^{\max} = 0.02h$ وذلـك عندما يكون دور المنشأ أكبر من 0.7 ثانية .

حيث h : ارتفاع الطابق قيد الدراسة

وعليه يجب أن لا يزيد الانزياح الطابقي المرن $\Delta_s^{\max}$ عن ما هو مبين في الجدول التالي :

الارتفاع الطابقي (cm)	$\Delta_M^{\max}$ (cm)	$\Delta_s^{\max} = \Delta_M^{\max} / 0.7 \times R$ (cm)
365	7.3	1.23
490	9.8	1.65

ويبين الجدول التالي الانتقالات و الانزياحات الطابقية في الاتجاه x (شرق – غرب) و في الاتجاه y (جنوب – شمال) الناتجة عن تحليل نموذج ثلاثي البعد للبناء :

الجدول (5)

المنسوب	h(cm)	الانتقال المرن بالاتجاه x(cm)	الانزياح بالاتجاه x Δ_{sx}	الانتقال المرن بالاتجاه y(cm)	الانزياح بالاتجاه y Δ_{sy}	الانزياح المرن المسموح
12	365	4.68	0.22	3.33	0.29	1.23
11	365	4.46	0.33	3.04	0.31	1.23
10	365	4.13	0.39	2.73	0.32	1.23
9	365	3.74	0.43	2.41	0.34	1.23
8	365	3.31	0.38	2.07	0.33	1.23
7	365	2.93	0.4	1.74	0.34	1.23
6	365	2.53	0.45	1.4	0.32	1.23
5	365	2.08	0.46	1.08	0.31	1.23
4	365	1.62	0.43	0.77	0.26	1.23
3	365	1.19	0.43	0.51	0.23	1.23
2	365	0.76	0.41	0.28	0.18	1.23
1	490	0.35	0.35	0.1	0.1	1.65

تجدر الإشارة إلى أنه تم حساب الانتقالات باستعمال الدور الناتج عن التحليل الديناميكي للمنشأ دون التقيد بالسقف المفروض بالفقرة (3-2-14) كما تم عدم اعتبار الحد الأدنى المفروض على القص القاعدي و الممثل بالعلاقة (21-14) .

وتبين الجداول التالية الحمولات الميتة والحية المطبقة علـى العمـود الـداخلي (c18) وعلى العمود الطرفي (c17) في الإطار المدروس على المحـور (E-E) وعلى جدار القص P1 الواقع على المحور (G-G) :

الجدول (6) : عمود داخلي (c18)

الحمولة الحية (ton)	الحمولة الميتة (ton)	المنسوب
16	56	12
32	111	11
49	166	10
65	222	9
81	281	8
97	340	7
113	400	6
129	460	5
145	522	4
161	585	3
178	648	2
194	713	1

الجدول (7) : عمود طرفي (c17)

الحمولة الحية (ton)	الحمولة الميتة (ton)	المنسوب
8	30	12
16	60	11
24	91	10
32	121	9
40	155	8
48	189	7
56	223	6
64	257	5
72	292	4
80	327	3
88	362	2
96	398	1

الجدول (8) : جدار القص (p1)

الحمولة الحية (ton)	الحمولة الميتة (ton)	المنسوب
35	127	12
69	250	11
103	374	10
137	498	9
170	631	8
204	763	7
237	896	6
270	1030	5
303	1175	4
336	1321	3
369	1466	2
403	1626	1

خامساً : حساب معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير ρ :

تعرّف r_{max} للجمل الثنائية على أنها أكبر قيمة لـ r_i آخذين بالحسبان جدران القص و الإطارات المقاومة للعزوم . و في حالة المثال المدروس فإن جدران القص تتحمل أكبر قص و يبين الجدول التالي قيمة r_i في الثلثين السفليين من البناء :

الجدول (9) : جدار القص (p1)

الطابق	قوة القص V_{wi}(ton)	القص الطابقي V_i(ton)	$ri = \frac{(3'/l_w) \times V_{wi}}{V_i}$
8	59	336	0.070
7	95	381	0.100
6	112	419	0.107
5	143	452	0.127
4	137	480	0.114
3	175	501	0.140
2	193	516	0.150
1	245	525	0.187
		r max=	0.187

تبلغ مساحة الطابق الأرضي من البناء $A_B = 1125.6\ m^2$ و يتضح من الجدول أن $r_{max} = 0.187$ و بتعويض ذلك في العلاقة (24-14) ينتج أن $\rho = 1.03$ ويمكن في حالة الجمل الثنائية تخفيض قيمة ρ بضربها بـ 0.8 على أن لا تقل عن 1.0 . إذاً نأخذ $\rho = 1.0$

سادساً : حالات تراكب الأحمال :

$1.5D + 1.8L$ (1)

$1.1 \times (1.2D \pm 1.0E + f_1 L)$ (2)

$1.1 \times (0.9D \pm 1.0E)$ (3)

E الأفعال الناتجة عن الزلازل و تحدد بالعلاقة التالية :

$$E = \rho E_h + E_v \qquad (4)$$

E_h الأفعال الناتجة عن الهزة الأرضية و تحسب من القص القاعدي V

ρ معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير و يساوي 1.0 في هذا المثال .

E_v الأفعال الناتجة عن المركبة الشاقولية للهزة الأرضية وتعطى بالعلاقة التالية :

$$E_v = 0.5 C_a I D = 0.5 \times 0.3 \times 1.0 \times D = 0.15 D$$

نعوض قيمة E_v في العلاقة (4) و الناتج في العلاقتين (2) و (3) فينتج :

$1.1(1.2D + 0.15D \pm E_h + 0.5L) = 1.485D + 0.55L \pm 1.1E_h$

$1.1(0.9D - 0.15D \pm E_h) = 0.825D \pm 1.1E_h$

يجب الانتباه إلى أن E_h يمكن أن تكون موجبة أو سالبة حسب جهة الهزة الأرضية . بأخذ ذلك بعين الاعتبار ينتج حالات التراكب التالية :

$1.485D + 0.55L + 1.1E_h$ (5)

$1.485D + 0.55L - 1.1E_h$ (6)

$0.825D + 1.1E_h$ (7)

$0.825D - 1.1E_h$ (8)

و تبين الجداول التالية الأحمال المطبقة على العمودين C_{18} و C_{17} و تراكباتها وفق حالات التراكبات (1) و (5) و (6) و (7) و (8) :

الجدول (10) : عمود داخلي (c18) بين المنسوبين (6) – (7)

حالة التحميل		القوى المحورية (ton)		عزم الانعطاف (t.m)	
		top	bottom	top	bottom
	Dead(D)	340	340	0.38	-0.4
	Live (L)	97	97	0.24	−0.28
	Earthquake (Eh)	2.58	2.58	−12.58	16.94
No	Load combination				
1	1.5D+1.8L	684.6	684.6	1.002	-1.10
5	1.485D+0.55L+1.1Eh	561.09	561.09	−13.14	17.89
6	1.485D+0.55L-1.1Eh	555.41	555.41	14.53	−19.38
7	0.825D+1.1Eh	283.34	283.34	−13.52	18.30
8	0.825D-1.1Eh	277.66	277.66	14.15	-18.96

الجدول (11) : عمود طرفي (c17) بين المنسوبين (6) – (7)

حالة التحميل		القوى المحورية (ton)		عزم الانعطاف (t.m)	
		top	bottom	top	bottom
	Dead(D)	189	189	7.96	-10.49
	Live (L)	48	48	2.75	-3.61
	Earthquake (Eh)	23.01	23.01	-6.25	8.51
No	Load combination				
1	1.5D+1.8L	369.90	369.90	16.89	−22.23
5	1.485D+0.55L+1.1Eh	332.38	332.38	6.46	−8.20
6	1.485D+0.55L-1.1Eh	281.75	281.75	20.21	−26.92
7	0.825D+1.1Eh	181.24	181.24	−0.31	0.71
8	0.825D-1.1Eh	130.61	130.61	13.44	−18.02

الجدول (12) : عمود داخلي (c18) بين المنسوبين (5) – (6)

حالة التحميل		القوى المحورية (ton)		عزم الانعطاف (t.m)	
		top	bottom	top	bottom
	Dead(D)	400	400	0.17	-0.08
	Live (L)	113	113	0.17	-0.18
	Earthquake (Eh)	2.92	2.92	-12.48	18.10
No	Load combination				
1	1.5D+1.8L	803.40	803.40	0.56	-0.44
5	1.485D+0.55L+1.1Eh	659.36	659.36	-13.38	19.69
6	1.485D+0.55L-1.1Eh	652.94	652.94	14.07	-20.13
7	0.825D+1.1Eh	333.21	333.21	-13.59	19.84
8	0.825D-1.1Eh	326.79	326.79	13.87	-19.98

الجدول (13) : عمود طرفي (c17) بين المنسوبين (5) – (6)

حالة التحميل		القوى المحورية (ton)		عزم الانعطاف (t.m)	
		top	bottom	top	bottom
	Dead(D)	223	223	8.30	-10.92
	Live (L)	56	56	2.85	-3.75
	Earthquake (Eh)	28.45	28.45	-6.25	9.03
No	Load combination				
1	1.5D+1.8L	435.30	435.30	17.58	-23.13
5	1.485D+0.55L+1.1Eh	393.25	393.25	7.02	-8.35
6	1.485D+0.55L-1.1Eh	330.66	330.66	20.77	-28.21
7	0.825D+1.1Eh	215.27	215.27	-0.03	0.92
8	0.825D-1.1Eh	152.68	152.68	13.72	-18.94

و يبين الجدول التالي الأحمال التي يتعرض لها جدار القص الواقع على المحـــور G في الطابق الأول :

الجدول (14) : جدار القص في الطابق الأول				
حالة التحميل		القوى المحورية (ton)	عزم الانعطاف (t.m)	قوة القص (ton)
	Dead(D)	1626.00	0.00	0.00
	Live (L)	403.00	0.00	0.00
	Earthquake (Eh)	0.00	3349	245
NO	Load combination			
1	1.5D+1.8L	3164.40	0.00	0.00
5	1.485D+0.55L+1.1Eh	2636.26	3683.90	269.50
7	0.825D+1.1Eh	1341.45	3683.90	269.50

و يبين الجدول التالي عزوم الانعطاف التي يتعرض لها الجـائز الواقـع علـى المحور E في الطابق السادس :

الجدول (15) : جائز الواقع على المحور E في الطابق السادس :

حالة التحميل	عزم الانعطاف في المجاز الطرفي (t.m)			عزم الانعطاف في المجاز الوسطي (t.m)		
	عند وجه العمود على المحور 4	وسط المجاز	عند وجه العمود على المحور 3	عند وجه العمود على المحور 3	وسط المجاز	عند وجه العمود على المحور 2
Dead(D)	-9.85	5.99	-9.50	-9.83	5.67	-9.83
Live (L)	-3.14	1.96	-2.75	-3.02	1.87	-3.02
Earthquake (Eh)	8.37	0.00	-8.78	9.37	0.00	-9.37
1.5D+1.8L	-20.43	12.51	-19.20	-20.18	11.87	-20.18
1.485D+0.55L+1.1Eh	-7.15	9.97	-25.28	-5.95	9.45	-26.57
1.485D+0.55L-1.1Eh	-25.56	9.97	-5.96	-26.57	9.45	-5.95
0.825D+1.1Eh	1.08	4.94	-17.50	2.20	4.68	-18.42
0.825D-1.1Eh	-17.33	4.94	1.82	-18.42	4.68	2.20

مثال (3 – 16)

حدد التسليح اللازم للجائز من الإطار الخاص المقاوم للعزوم الواقع على المحور E بين المحورين (3) و(4) في الطابق السادس من المثال (2–16) علماً أن مقاومة الخرسانة المميزة $f'_c = 275\ kg/cm^2$ وحد سيلان فولاذ التسليح $f_y = 4200\ kg/cm^2$ وأن أبعاد الجائز 75x50 cm.

الحـــــــل:

1- التأكد من الشروط البعدية:

- بما أن المجاز الصافي للفتحة الطرفية من الجائز $l_n = 670 - (60+70)/2 = 605cm$ فتكون النسبة بين المجاز الصافي والارتفاع الفعال محققة $l_n/d = 605/70 = 8.64 > 4$
- النسبة بين عرض المقطع إلى ارتفاعه محققة $50/75 = 0.67 > 0.3$
- عرض المقطع محقق $50 > 25\ cm$
- عرض المقطع أصغر من عرض المسند + مسافة من كل طرف تساوي ثلاث أرباع ارتفاع المقطع $50 < 60 + 0.75 \times 75 \times 2 = 182.5\ cm$

إذاً كل الشروط البعدية محققة.

2- تحديد كمية التسليح الطولي اللازمة:

بالعودة للجدول (15) في المثال (2–16) يمكن تلخيص العزوم العظمى والصغرى الناتجة في المجازين الطرفي والوسطي للجائز كما يلي:

المجاز	الموقع	العزم المطبق M_u (tm)	$A_s(cm^2)$	التسليح المختار	التحمل ΩM_n tm
الطرفي بين المحورين (3) و (4)	عند وجه العمود على المحور (4)	-25.56	11.67	5T18	32.55
		1.08		4T16	20.83
	وسط المجاز	12.51	6.36	4T16	20.83
	عند وجه العمود على المحور (3)	-25.28	11.67	5T18	32.55
		1.82		4T16	20.83
الوسطي بين المحورين (2) و (3)	عند وجه العمود على المحور (3)	−26.57	11.67	5T18	32.55
		+2.2		4T16	20.83
	وسط المجاز	+11.87	6.04	4T16	20.83
	عند وجه العمود على المحور (2)	−26.57	11.67	5T18	32.55
		+2.2		4T16	20.83

$$A_s \min \le \begin{cases} 1.33A_s \\ \end{cases}$$

$$A_s \min \ge \begin{cases} 0.25 b_w d \sqrt{f`c} / f_y = 1092 mm^2 \\ 1.4 b_w d / f_y = 1117 mm^2 \end{cases}$$

يتضح من الجدول أعلاه أن تحمل العزم الموجب عند المسند (4) في المجاز الطرفي (20.83 tm) لا يقل عن50 % من تحمل العزم السالب عند نفس المسند (32.55 tm) والشرط نفسه محقق عند المسند (3) لنفس الفتحة.

سنستخدم (2T12+2T18) كتسليح علوي في منتصف كل من المجازين الطرفي والوسطي فتكون طاقة تحمل المقطع على العزم السالب في منتصف المجاز $\Omega M_n = 19tm$ وبناءً على ذلك لا يوجد مقطع في مجاز الجائز يقل تحمله على العزم (الموجب أو السالب) عن 25% من طاقة تحمل العزم السالب الأعظمي (32.55 tm).

3- حساب طول تثبيت تسليح الانعطاف في العمود الخارجي:

يجب أن يُمد تسليح الجائز الطولي إلى أن يصل إلى الوجه البعيد من نواة مقطع العمود المطوقة. ويحدد طول تثبيت القضبان العلوية المزودة بعكفات كما في الشكل (6-16) بالأكبر مما يلي:

150 mm

$8d_b = 8 \times 18 = 144mm$

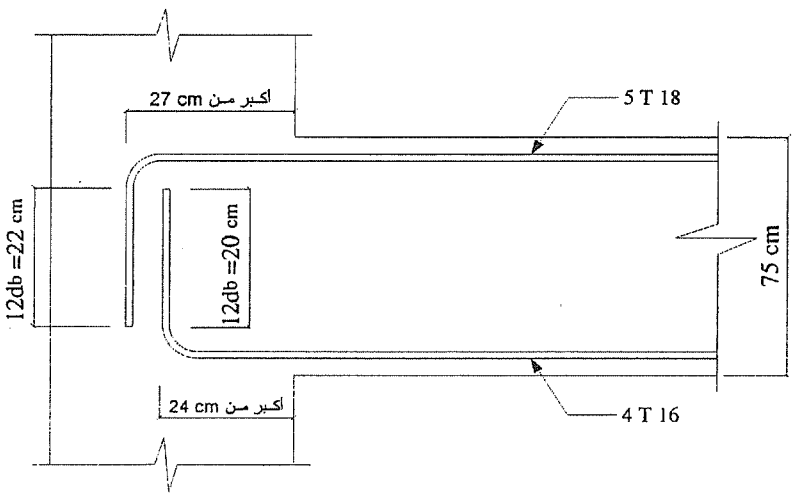
$l_{dh} = f_y d_b / (5.4\sqrt{f_c'}) = 420 \times 18 / (5.4\sqrt{27.5}) \cong 270\,mm$

إذاً نختار $l_{dh} = 55\ cm$ كي تصل قضبان التسليح إلى الوجه البعيد من نواة مقطع العمود ونظراً لاستعمال قطر 16 mm للقضبان السفلية فنختار طول تثبيت قدره 50 cm لهذه القضبان.

عندما تمتد قضبان التسليح في العقدة يجب أن لايقل بعد العمود على عشرين مرة من أكبر قطر للقضبان. أي في حالة المثال المدروس يجب أن لايقل بعد العمود على :

600 mm > 20 x 18 = 360 mm

انظر الشكل أدناه :



4- تحديد تسليح القص:

يمكن تحديد الحمولات التي تتعرض لها الفتحة الطرفيه من الجائز عن طريق مساحة التحميل المثلثية التي تتحملها هذه الفتحة على طرفي الجائز ($A = 22.445m^2$) مضروبة بكثافة التحميل:

الوزن الذاتي للبلاطة $0.2 \times 2500 = 500\ kg/m^2$

وزن طبقات التغطية $300\ kg/m^2$

مجموع الأوزان الميتة $800\ kg/m^2$

الوزن الذاتي للجائز $0.55 \times 0.5 \times 2500 = 687.5\ kg/m'$

وعليه تحدد أحمال الجائز موزعة بانتظام على طوله كما يلي:

$$w_D = 0.8 \times 22.445/6.7 + 0.6875 = 3.37\, t/m'$$

$$w_L = 0.3 \times 22.445/6.7 = 1.0\ t/m'$$

$$w_u = 1.5\ w_D + 1.8\ w_L = 1.5 \times 3.37 + 1.8 \times 1.0 = 6.85 t/m'$$

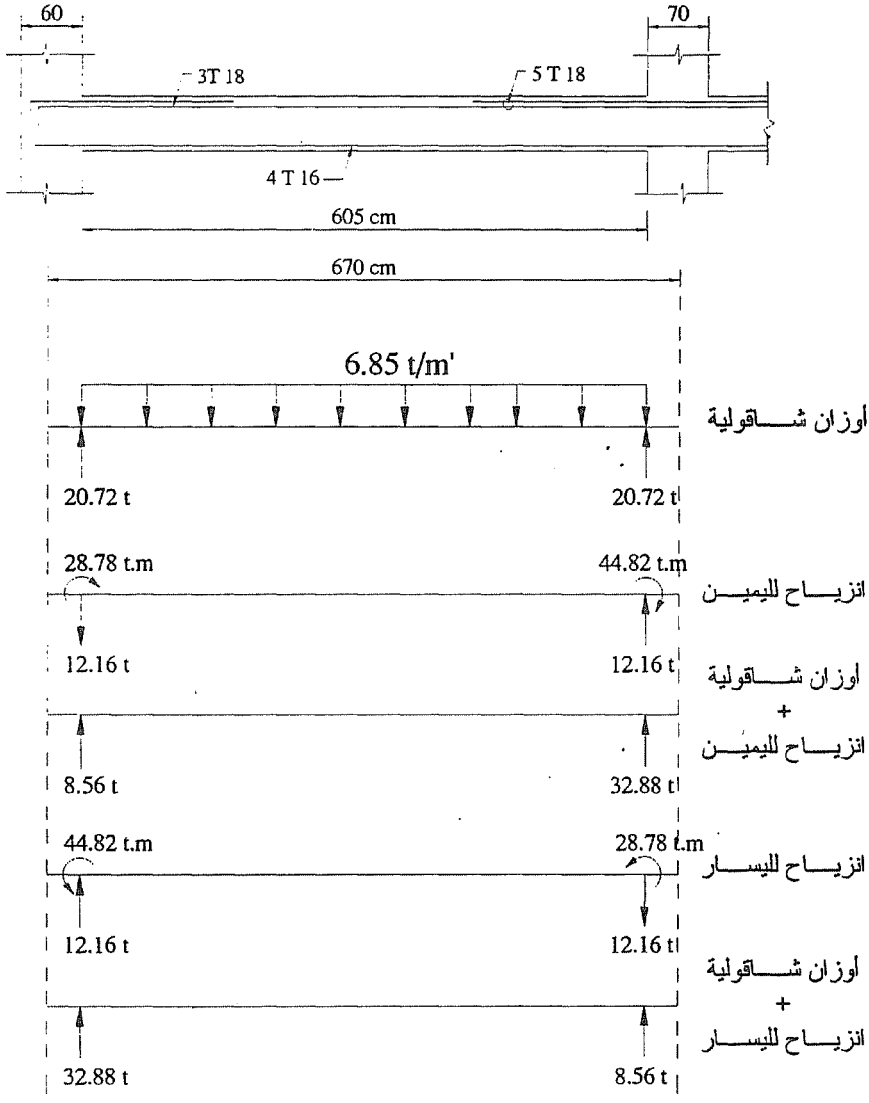
يمكن حساب طاقة تحمل العزم المحتمل بتطبيق العلاقة التالية:

$$M_{pr} = A_s\,(1.25 f_y)(d - \frac{a}{2}) \quad , \quad a = A_s\,(1.25 f_y)/0.85\ f'_c b$$

ويبين الجدول التالي قيم طاقة تحمل العزم المحتمل في طرفي المجاز الطرفي:

الموقع	$A_s^- cm^2$	$M_{pr}^- tm$	$A_s^+ cm^2$	$M_{pr}^+ tm$
عند وجه العمود على المحور (4)	12.72	44.82	8.04	28.78
عند وجه العمود على المحور (3)	12.72	44.82	8.04	28.78

ويبين الشكل التالي قيم طاقة تحمل العزم الأعظمي المحتمل في حالتي الإنزياح إلى اليمين وإلى اليسار وكذلك قيم القص الناتج عن الأحمال الشاقولية وعن العزوم الأعظمية المحتملة.



كما هو واضح من الشكل أعلاه فإن القص الناتج عن الهزه الأرضية يساوي 12.16 tm وهو أقل من 50 % من القص التصميمي Vu=32.88 ton كما أن القوة المحورية في الجائز أقل من $A_g f_c^{`} / 20$ وبالتالي يمكن أخذ مساهمة البيتون في مقاومة القص بالحسبان :

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f_c^{`}}\, b_w d = \frac{1}{6}\sqrt{27.5} \times 500 \times 700 \times 10^{-4} = 30.6 ton$$

وعليه يمكن تحديد مساهمة تسليح القص وفق العلاقة التالية :

$$V_s = \frac{V_u}{\Omega} - V_c = \frac{32.88}{0.85} - 30.6 = 8.08 ton$$

$$V_s = 8.08 ton < V_s^{\max} = \frac{2}{3}\sqrt{f^{`}_c}\, b_w d = \frac{2}{3}\sqrt{27.5} \times 500 \times 700 \times 10^{-4}$$

$$= 122 ton$$

وعلى فرض استخدام (2) اسوارة مغلقة بفرعين قطر الفرع 6 mm وحد سيلان فولاذها $f_y = 240 Mpa = 2400 kg/cm^2$ فتحسب الخطوة بين الأساور كما يلي:

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 \times (2 \times 0.28) \times 2400 \times 70}{8.08 \times 10^3} = 23 cm$$

على أن لايزيد التباعد بين الأساور عن الأصغر من :

$$d/2 = 70/2 = 35 cm$$

$$300 mm = 30 cm$$

وبحيث تحقق مساحة التسليح العلاقة التالية :

$$A_s \min \geq \begin{cases} \frac{1}{6}\sqrt{f`c}\, b_w s / f_y = 86 mm^2 \\ 0.33 b_w s / f_y = 86 mm^2 \end{cases}$$

لكن وفقاً للبندين (7) و(11) من الجدول (1-16) يجب استخدام أساور مغلقة ضمن مسافة تساوي ضعف ارتفاع مقطع الجائز ($2\times 75=150cm$) بدءاً من وجه العقدة في كل من طرفي مجاز الجائز على أن لايزيد التباعد بين الأساور عن الأصغر من :

$d/4=70/4=17.5cm$

$8d_b=8\times 18=144mm=14.4cm$ (d_b = قطر التسليح الرئيسي)

$24d_b=24\times 6=144mm=14.4cm$ (d_b = قطر تسليح الأساور)

$300mm=30cm$

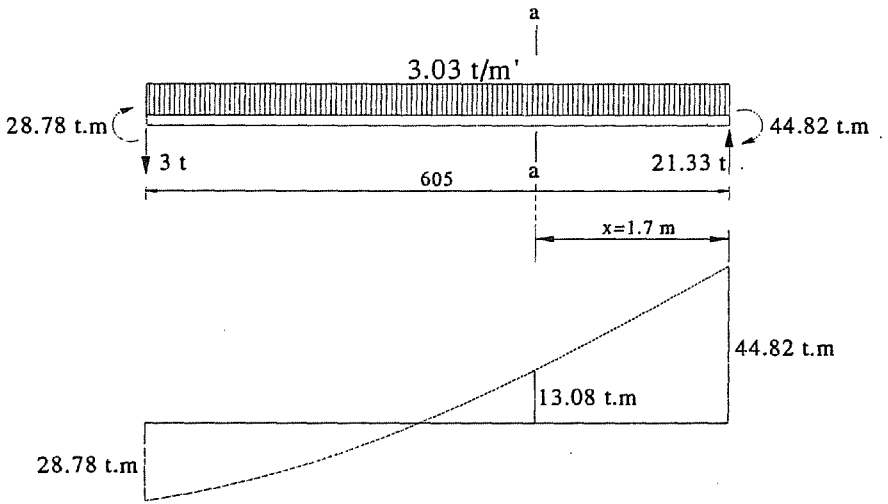
إذاً يجب أن لا يزيد التباعد بين الأساور في هذه المنطقة على 14.4cm.

إذاً نستخدم أساور مغلقة قطر 6 mm بتباعد 14cm في طرفي مجاز الجائز وبتباعد 22cm في المنطقة الوسطية من المجاز.

5- تحديد نقطة إيقاف التسليح العلوي (السالب):

لتحديد نقطة إيقاف التسليح العلوي في المجاز بين المحورين (3) و(4) من جهة العمود على المحور (3) نرسم مخطط العزم المقابل لطاقة التحمل العظمى المحتملة وأحمال شاقولية تساوي: $0.9w_D=0.9\times 3.37=3.03t/m'$

ويبين الشكل أدناه مخطط عزم الانعطاف المطلوب:



عند إيقاف ثلاث قضبان 3T18 من أصل خمس قضبان يبقى المقطع العرضي بقضبين فقط وتكون طاقة تحمله على العزم مساوية $\Omega M_n = 13.08tm$.

وبناءً عليه نحدد موقع المقطع a-a من الجائز الذي يساوي تحمله $13.08tm$ بحل المعادلة التالية:

$$13.08 = 44.8.2 + \frac{3.03}{2}x^2 - 21.33x \Rightarrow x = 1.7m$$

يجب أن تمد القضبان 3T18 قبل إيقافها بعد المقطع a-a مسافة تساوي الأكبر من :

$$12d_b = 12 \times 18 \times 10^{-1} = 21.6cm$$

$$d = 70cm$$

إذاً يتم إيقاف القضبان 3T18 على مسافة تساوي $1.7 + 0.7 = 2.4m$ من وجه العمود على المحور (3) ولكن يجب التأكد من أن القص عند هذه النقطة لايزيد على ثلثي طاقة تحمل المقطع على القص أي:

$$V_u \le \frac{2}{3}V_n = \frac{2}{3}\Omega(V_s + V_c)$$

حيث V_u القص المطبق ويحدد كما يلي:

$$V_u = 21.33 - 2.4 \times 3.03 = 14.06 ton$$

V_c : مقاومة الخرسانة على القص وتحدد كما يلي:

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f'_c} b_w d = 30.6 ton$$

Vs مقاومة التسليح العرضي للقص ويحدد كما يلي:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} = \frac{4 \times 0.28 \times 2400 \times 70}{22} \times 10^{-3} = 8.55 ton$$

إذاً:

$$V_u = 14.06 ton < \frac{2}{3} \times 0.85(8.55 + 30.6) = 22.18 ton$$

كما يجب التحقق من أن طول كل من القضبان التي تم ايقافها أطول من طول التماسك المحدد وفق العلاقة التالية $(ACI318M-02)$:

$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{fy}{\sqrt{f'_c}} \times \frac{\propto \beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b$$

حيث :

$\propto = 1.3$ معامل موقع التسليح (تسليح علوي)

$\beta = 1.0$ من أجل التسليح غير المطلي بالإيبوكسي

$\gamma = 1.0$ معامل قطر التسليح

$\lambda = 1.0$ للخرسانة العادية

c نصف التباعد بين القضبان الطولية أو البعد بين مركز التسليح الطولي وأقرب

سطح للخرسانة أيهما أصغر: $c = 20 + 6 + 18/2 = 35\,mm$

k_{tr} مؤشر التسليح العرضي ويمكن أن يؤخذ $k_{tr} = 0$ للتبسيط.

$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{420}{\sqrt{27.5}} \times \frac{1.3 \times 1 \times 1 \times 1}{\frac{35}{20}} \right] \times 20 \times 10^{-3} = 0.96m < 2.4\,m$$

بنفس الطريقة يحدد الموقع الذي يتم فيه إيقاف قضيبين 3T18 من التسليح العلوي عند العمود الطرفي.

6- تحديد تراكب التسليح الطولي :

لايسمح بالتراكب في المواقع التالية :

- في العقدة .
- ضمن مسافة قدرها $2h = 150cm$ من وجه العمود.
- في المناطق المتوقع أن يتشكل فيها مفصل لدن.

ويجب تطويق منطقة التراكب بأساور مغلقة بتباعد لايزيد على $10\,cm$ أو $d/4$ أيهما أصغر.

وسندرس كمثال تراكب قضبان التسليح السفلي (4T16).

يحدد طول التراكب بحيث يساوي $1.3l_b$ على أن لايقل على $30cm$.

حيث :

$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{fy}{\sqrt{f'_c}} \times \frac{\propto \beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b$$

$\propto = 1.0$ تسليح سفلي ، $\beta = \gamma = \lambda = 1.0$ ، $c = 34mm$ ، $k_{tr} = 0.0$

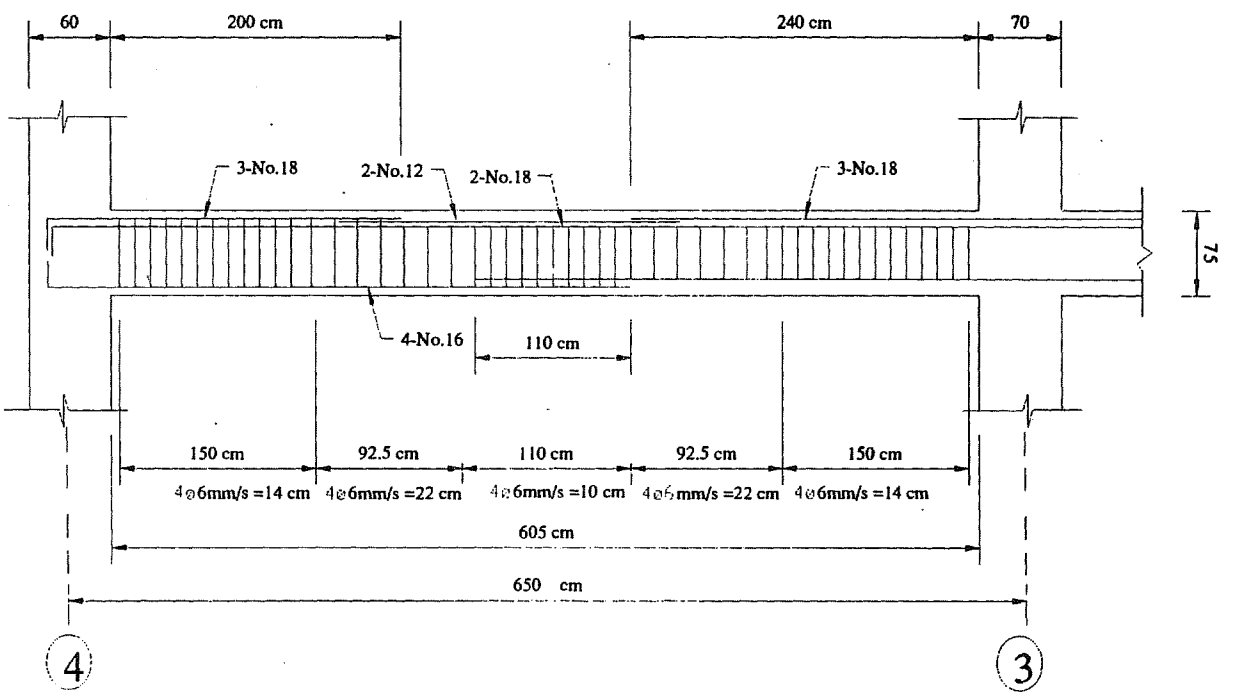
$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{420}{\sqrt{27.5}} \times \frac{1}{\frac{34}{20}} \right] \times 20 \times 10^{-1} = 84\,cm$$

إذاً طول منطقة التراكب يساوي $1.3l_b = 109\,cm \approx 110cm$

يجب أن تطوق هذه المنطقة بأساور تباعدها لايزيد على $10\,cm$ أو

$70/4 = 17.5\,cm$ إذاً تباعد الأساور لايزيد عن $10\,cm$.

ويبين الشكل أدناه تفاصيل التسليح للجائز المدروس :



مقطـــع طولـــي فـــي المجـــاز الطرفـــي

مثال (4-16)

صمم العمود (C17) في الطابق السادس (بين المستويين 6,5) من الإطار الخاص المقاوم للعزوم الواقع على المحور (E) من المثال (2-16) علماً أن مقاومة الخرسانة المميزة $f'_c = 275kg/cm^2$ وحد سيلان فولاذ التسليح $f_y = 4200kg/cm^2$ وأن أبعاد مقطع الأعمدة الوسطية $70\times70cm$ وأبعاد مقطع الأعمدة الطرفية $60\times60cm$.

الحـــــــل:

سيتم تصميم العمود وفقاً للكود (ACI318M-02)

أولاً: تحديد فيما إذا كان الإطار إطار انزياح جانبي:

يصنف الإطار في طابق ما بأنه إطار انزياح جانبي إذا تحقق الشرط التالي:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_u l_c} > 0.05$$

حيث:

Q مؤشر الاستقرار

l_c طول العمود مقيساً من مركز العقدة السفلي إلى مركز العقدة العليا .

$\sum P_u$ مجموع الأحمال الشاقولية المصعدة (حية و ميتة) المطبقة على الطابق المدروس وتحدد من الجدول (1) وتصعد وفقاً لحالة التحميل (5) في المثال (2-16).

V_u القص المصعد الذي يخضع له الطابق قيد الدراسة ويحدد من الجدول (2) ويصعد وفقاً لحالة التحميل (5) في المثال (2-16).

Δ_0 الانزياح الطابقي المقابل للقص V_u (ويساوي الفرق بين الانتقالين في أعلى

وأسفل الطابق)

- نحدد مجموع القوى الشاقولية (حية وميتة) من الجدول (1) في المثـــال(2-16) كما يلي:

$$\sum P_D = 4\times 1219.08 + 3\times 1335.56 = 8883 ton$$

$$\sum P_L = 7\times 337.68 = 2363.76 ton$$

$$\sum P_U = 1.485\sum P_D + 0.55\sum P_L = 14491.32 ton$$

و يحدد القص الطابقي من الجدول (2) في المثال (2-16) كما يلي :

$$V_E = 419 ton \Rightarrow V_u = 1.1\times V_E = 460.9 ton$$

وُحدد الانتقال الطابقي الناتج عن V_u من خلال تحليل نموذج المنشأ ثلاثي الأبعاد بواسطة برنامج Etabs وكان كما يلي :

$$\Delta_0 = 1.1\times(0.0234 - 0.018) = 0.0059 m$$

وعليه يحدد مؤشر الاستقرار للإطار في هذا الطابق كما يلي :

$$Q = \frac{14491.32\times 0.0059}{460.9\times 3.65} = 0.0508 > 0.05$$

إذاً الإطار في هذا الطابق إطار انزياح.

ثانياً: تصميم العمود (C17):

بعد أن تبين أن الإطار في هذا الطابق إطار انزياح لابد من دراسة تأثير النحافـــة على زيادة العزم المطبق:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} = 4700\sqrt{27.5} = 2.46\times 10^4 Mpa = 2.46\times 10^5 kg/cm^2$$

بما أن العمود في الطوابق 7,6,5 له نفس المقطع فنجد:

عزم عطالة المقطع المتشقق $I_{col} = 0.8\times(\frac{60^4}{12}) = 864\times 10^3 cm^4$

$$\frac{E_c I_{col}}{l_c} = \frac{2.46\times 10^5 \times 864\times 10^3}{365} = 5.82\times 10^8 kg/cm$$

بما أن الجائز في المناسيب (5) و (6) له نفس المقطع فنحدد عزم عطالة مقطعه المتشقق كما يلي:

$$I_B = 0.4 \times (\frac{50 \times 75^3}{12}) = 703 \times 10^3 cm^4$$

$$\frac{E_c I_B}{l_B} = \frac{2.46 \times 10^5 \times 703 \times 10^3}{670} = 2.58 \times 10^8 kg/cm$$

$$\Psi_A = \Psi_B = \frac{\sum \frac{E_c I_{col}}{l_c}}{\sum \frac{E_c I_B}{l_B}} = \frac{2 \times 5.82 \times 10^8}{2.58 \times 10^8} = 4.51$$

$$\Psi_m = (\Psi_A + \Psi_B)/2 = 4.51$$

ومنه يحدد عامل الطول الفعال من العلاقة التالية :

$$k = 0.9\sqrt{1 + \Psi_m} = 2.1$$

ومنه تحدد نسبة نحافة العمود كما يلي :

$$\frac{k.l_u}{r} = \frac{2.1 \times (365 - 75)}{0.3 \times 60} = 33.8 > 22$$

حيث : l_u الطول غير المسنود من العمود .

r نصف قطر عطالة مقطع العمود ويمكن أن يؤخذ مساوياً 0.3h حيث h بعد العمود في الاتجاه المدروس.

إذاً لابد من أخذ تأثير النحافة بالحسبان ويتم ذلك بتضخيم العزم في طرفي العمود.

يتم حساب العزم المضخم في نهايتي العمود بتطبيق العلاقتين التاليتين:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad , \quad M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

حيث : M_2, M_1 العزم المضخم في كل من نهايتي العمود .

M_{2ns}, M_{1ns} العزم الناتج عن الأحمال التي لا تُـنـتـج انزياحاً جانبياً في كل من نهايتي العمود .

M_{2s}, M_{1s} العزم الناتج عن الأحمال التي تُـنـتـج انزياحاً جانبياً في كل مـن نهايتي العمود .

δ_s عامل تضخيم العزم ويحدد من اجل كل حالة تراكب أحمال بالعلاقة التالية :

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1.0$$

حيث : $\sum P_u$ مجموع الأحمال الشاقولية وفقاً لحالة تراكب الأحمال المعتبرة.

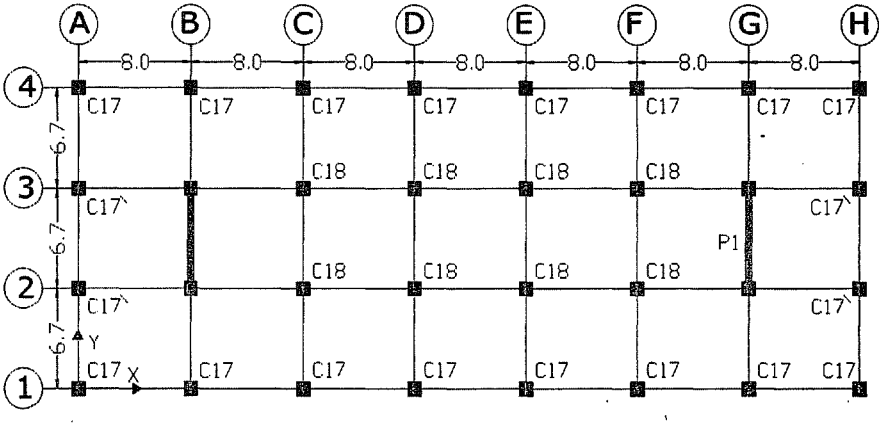
$\sum P_c$ مجموع القوى المحورية الحرجة لكل أعمدة الطابق قيـد الدراسـة وتحدد P_c لكل عمود بالعلاقة التالية:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad , \quad EI = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_d}$$

حيث: I_g عزم عطالة مقطع العمود غير المتشقق.

$\beta_d = 0$ في حالة أحمال الزلازل والرياح.

ويوضح الشكل التالي الأعمدة في الطابق المدروس:



مسقط الطابق المتكرر

العمود	موقع العمود	عدد الجوائز المرتبطة بالعمود بالاتجاه y	أبعاد المقطع cm	EI $Kgcm^2$
$C17$	طرفي	1	60×60	1062.7×10^8
$C18$	وسطي	2	70×70	1968×10^8
$C'17$	طرفي	2	60×60	1062.7×10^8

نحدد Ψ_A,Ψ_B للعمود الجانبي $C'17$ بنفس الطريقة السابقة أي

$$\Psi_A=\Psi_B=\frac{2\times5.82\times10^8}{2\times2.58\times10^8}=2.25\Rightarrow k=1.62$$

ويحدد عزم عطالة المقطع المتشقق للعمود $C18$ كما يلي:

$$I_{col}=0.8\times\frac{(70)^4}{12}=1600.7\times10^3\,cm^4$$

$$\frac{EI_{col}}{l}=\frac{2.46\times10^5\times1600\times10^3}{365}=10.87\times10^8$$

ومنه نحدد Ψ_A,Ψ_B لهذا العمود كما يلي:

$$\Psi_A=\Psi_B=\frac{2\times10.87\times10^8}{2\times2.58\times10^8}=4.17\Rightarrow k=2.05$$

العمود	عدد الأعمدة في الطابق	k	P_c ton
$C17$	16	2.1	2827.98
$C18$	8	2.05	5495.67
$C'17$	4	1.62	4752.087
			$\sum P_c=108221.4$

ويوضح الجدول التالي قيم العزوم للعمود المدروس:

عمود طرفي (c17) في الطابق السادس				
Load case		Axial load (ton)	Bending moment (t.m)TOP	Bending moment (t.m)BOT
Dead(D) Live (L*) Earthquake (E_h)		223.0	8.3	-10.92
		56.0	2.9	-3.75
		28.5	-6.3	9 03

ΣP_D	ΣP_L	V_E	ΣP_c
8883	2363.76	419	108221

NO	Load combination				M_1	M_2	M_{1NS}	M_{2NS}	M_{1S}	M_{2S}	ΣP_U	δs	M1	M2	Ω_0
1	1.5D+1.8L	435.30	17.58	-23.13	17.58	-23.13	17.58	-23.13					17.58	-23.13	0.7
2	1.485D+0.55L+1.1E_h	393.25	7.02	-8.35	7.02	-8.35	13.89	-18.28	-6.88	9.93	14491.3	1.22	5.52	-6.19	0.7
	1.485D+0.55L-1.1E_h	330.66	20.77	-28.21	20.77	-28.21	13.89	-18.28	6.88	-9.93	14491.3	1.22	22.26	-30.37	0.7
3	0.825D+1.1E_h	215.27	-0.03	0.92	-0.03	0.92	6.85	-9.01	-6.88	9.93	7328.4	1.10	-0.71	1.91	0.7
	0.825D-1.1E_h	152.68	13.72	-18.94	13.72	-18.94	6.85	-9.01	6.88	-9.93	7328.4	1.10	14.40	-19.93	0.7

$$\Omega_0=0.9-0.2(P_u/0.1\,f'_c\,A_g)$$

- التحقق من كون قوة الضغط المحورية المصعدة أكبر من $Agf'_c/10$:

$$P_{U\max} = 435.3ton$$

$$P_U = 435.3 > \frac{A_g \times f'_c}{10} = \frac{600\times 600\times 27.5}{10}\times 10^{-4} = 99ton$$

- تحقيق الاشتراطات البعدية :

أصغر بعد للمقطع العرضي $300mm < 600mm$

النسبة بين عرض المقطع وطوله $0.4 < 1$

- تأثير الاتجاه المتعامد:

يهمل تأثير القوى الزلزالية بالاتجاه المتعامد في الأعمدة التي هي جزء من جملتين انشائيتن باتجاهين متعامدين إذا كانت القوى المحورية الناتجة عن الزلازل في كلا الاتجاهين أصغر من 20% من قدرة تحمل العمود للقوى المحورية .

من الجدول (13) في المثال (2-16) يتضح أن القوة المحورية العظمى الناتجة من الزلازل باتجاه y تساوي:

$$P_{uy}^{\max} = 28.45ton$$

بفرض نسبة تسليح العمود $\mu = 1\%$

$$\Omega P_n^{\max} = 0.8\Omega\times\left[0.85\times f'_c\left(A_g - A_{st}\right) + A_{st}f_y\right]$$

$$= 0.8\times 0.7\times\left[0.85\times 27.5\times\left(600^2 - \frac{600^2}{100}\right) + \frac{600^2}{100}\times 420\right] = 551ton$$

$$P_{uy}^{\max} = 28.5 < 0.2\times 551 = 110.2ton$$

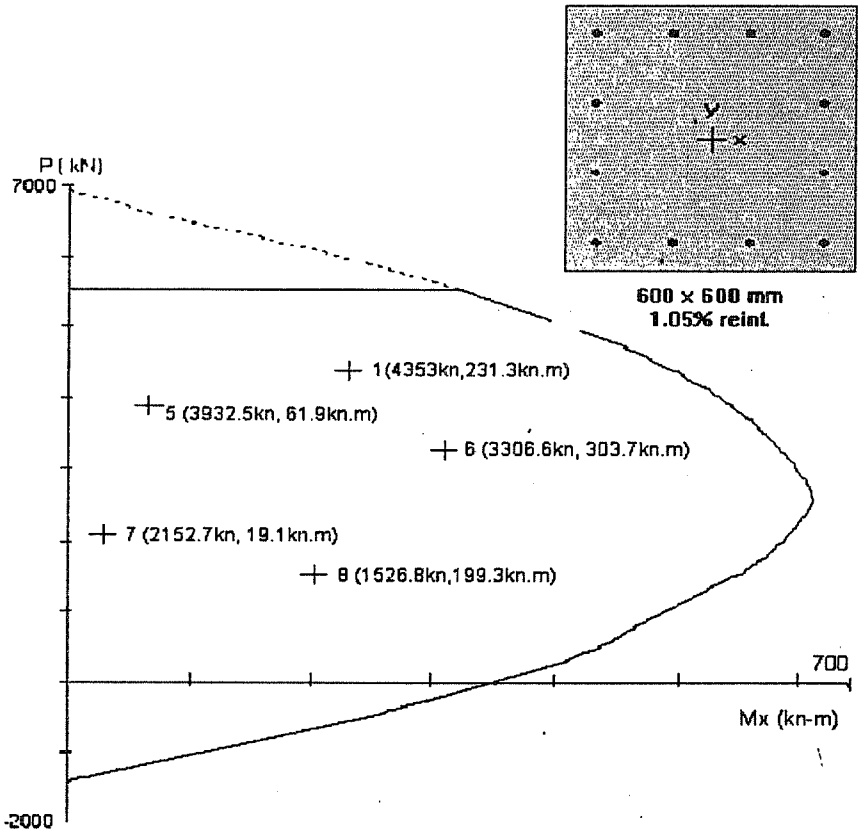
و القوة المحورية العظمى الناتجة عن الزلازل باتجاه x والمحددة بواسطة برنامج Etabs تساوي:

$$P_{ux}^{\max} = 2.8 < 0.2\times 551 = 110.2ton$$

وبالتالي يهمل تأثير القوى الزلزالية بالاتجاه المتعامد

3- حساب التسليح الطولي :

نحقق العمود(C17) باستخدام فولاذ تسليح طولي $12T20$ بواسطة برنامج الـ(PCACOL) تحت تأثير العزوم والقوى المحورية المبينة في الجدول أعلاه.



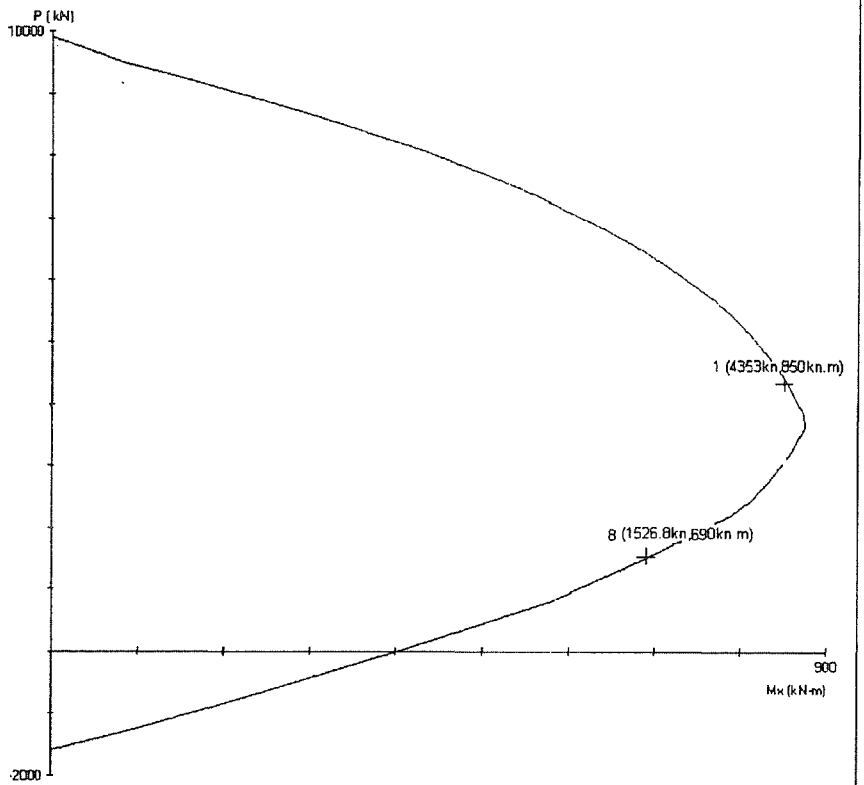
مخطط الترابط (1)

يتضح من الشكل أعلاه أن النقاط التي تمثل حالات التحميل المختلفة تقع داخل منحنى الترابط وبالتالي العمود يحقق كل حالات التحميل.

4- مجموع المقاومات الاسمية للأعمدة على الانعطاف أكبر من 20% من مجموع المقاومات الاسمية للجوائز الملتقية بنفس العقدة على الانعطاف في الاتجاه y.

$$\sum Mc(columns) \geq \frac{6}{5}\sum M_g(beams)$$

$$f_y = 420, M_g = \frac{32.55}{0.9} = 36.17 \quad (\text{المثال 3-16})$$



مخطط الترابط (2)

باستخدام مخطط الترابط PCACOL (2) الخاص بالعمود في الطابق السادس من أجل حالة تحميل(8) نجد :

$P_U = 152.68t \Rightarrow M_U = 69tm$

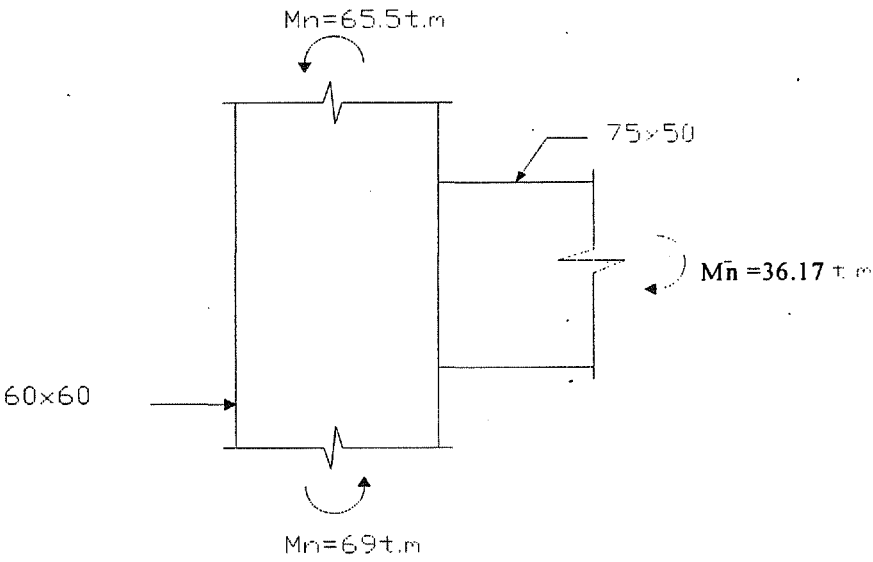
حيث تم تحديد P_u من الجدول (13) في المثال (3-16)

باستخدام مخطط الترابط PCACOL (3) الخاص بالعمود في الطابق السابع من أجل حالة تحميل(8) نجد :

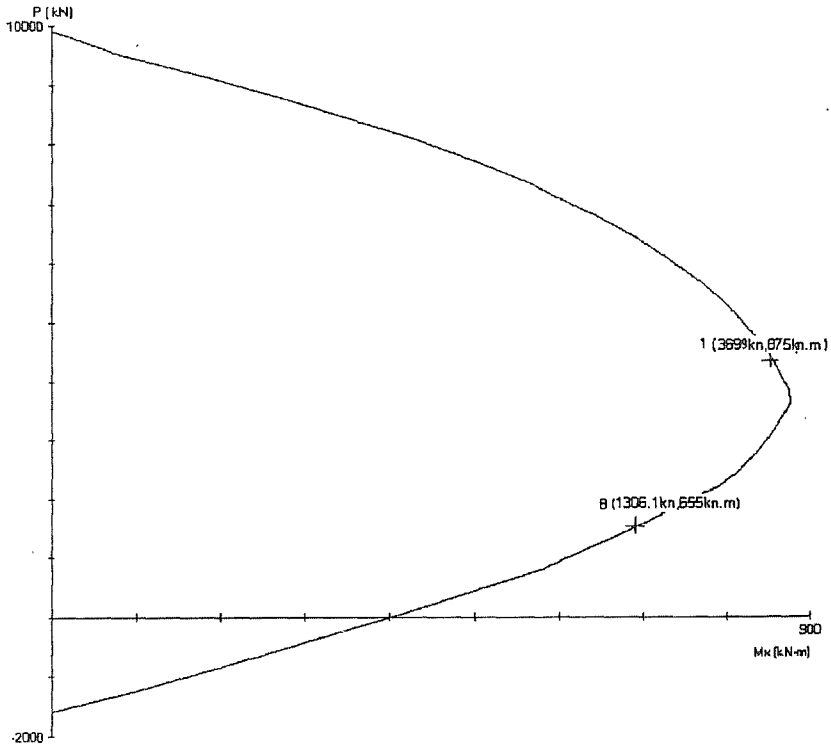
$P_U = 130t \Rightarrow M_U = 65.5tm$

حيث تم تحديد P_u من الجدول (11) في المثال (3-16)

وذلك بفرض تسليح العمود في الطابق السابع مساوياً لتسليح العمود في الطابق السادس .



$$\left.\begin{aligned}\sum M_c &= 69 + 65.5 = 134.5.5tm \\ \sum Mg &= 36.17tm\end{aligned}\right\} \Rightarrow 134.5 > 36.17 \times 1.2 = 43.4 \qquad ok$$



مخطط الترابط (3)

5- مجموع المقاومات الاسمية للأعمدة على الانعطاف أكبر بـ 20% من مجموع المقاومات الاسمية للجوائز الملتقية بنفس العقدة على الانعطاف في الاتجاه X:

بما أن العمود C17 يقع في الجزء الوسطي من الإطار الخارجي باتجاه المحور x فستكون القوى المحورية التي يتعرض لها العمود نتيجة الهزة الأرضية بهذا الاتجاه مهملة.

باستخدام مخطط الترابط PCACOL (2) الخاص بالعمود بين المنسوبين(5) و(6) نجد من أجل حالة التحميل (1) أن :

$P_U = 435.3t \Rightarrow M_U = 85tm$

حيث تم تحديد P_u من الجدول (13) في المثال (3-16)

باستخدام مخطط الترابط PCACOL (3) الخاص بالعمود في بين المنسوبين (6) و(7) نجد من أجل حالة التحميل (1) أن :

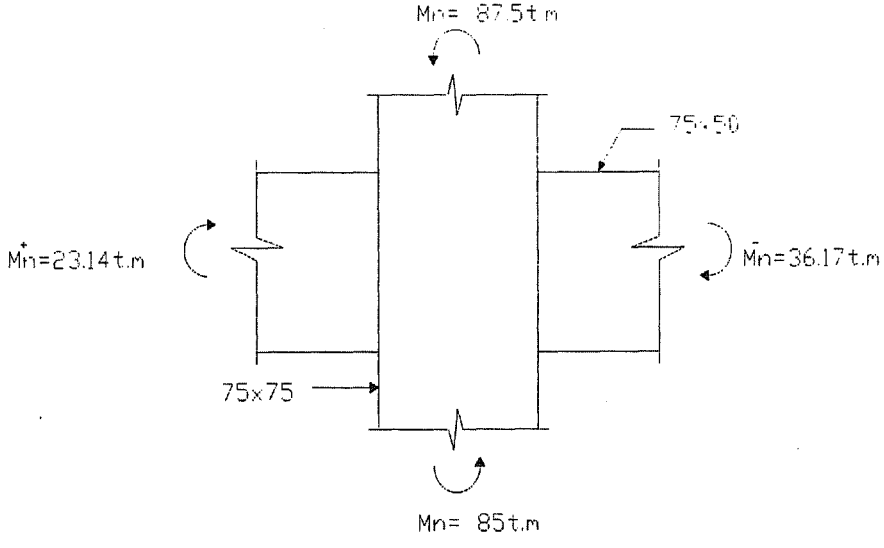
$P_U = 369.9t \Rightarrow M_U = 87.5tm$

حيث تم تحديد P_u من الجدول (11) في المثال (3-16)

و بفرض أن للجوائز في الاتجاهy نفس مقطع وتسليح الجوائز في الاتجاه X من نفس الطابق فيحدد العزمين الإسميين (السالب والموجب)عند وجه العمود كما في المثال (3-16) بما يلي :

$M_n^- = 32.55/0.9 = 36.17tm; \quad M_n^+ = 20.83/0.9 = 23.14tm$

$$\left.\begin{aligned}\sum M_c &= 85 + 87.5 = 172.5tm \\ \sum M_g &= 36.17 + 23.14 = 59.3tm\end{aligned}\right\} \Rightarrow 172.5 > 1.2 \times 59.3 = 71.18tm \ ok$$



6- تحديد متطلبات التسليح العرضي :

- يجب تنفيذ تسليح تطويق عرضي على طول قدره l_o من وجه العقدة .

$$l_0 \geq \begin{bmatrix} h_1 = 600mm \\ \frac{l_c}{6} = \frac{2900}{6} = 483mm \\ 450mm \end{bmatrix} \Rightarrow l_0 = 600mm$$

- يجب أن لايزيد التباعد بين قضبان التسليح العرضي ضمن المسافة l_0 على الأصغر مما يلي :

$$\frac{h_1}{4} = \frac{600}{4} = 150mm$$

$6d_b = 6 \times 20 = 120mm$ (d_b = قطر تسليح القضبان الشاقولية)

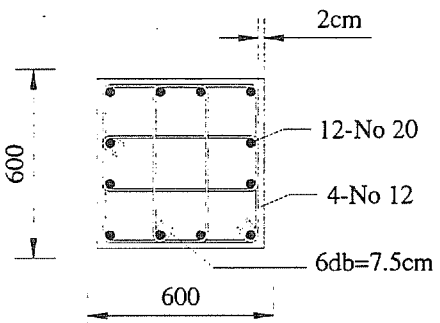
$$s_x = 100 + \frac{350 - h_x}{3} = 100 + \frac{350 - 172}{3} = 159\,mm \quad ,100 \leq s_x \leq 150mm$$

حيث : h_x أكبر مسافة بين فرعي اسوارة متجاورين .

$$h_x = \frac{600 - 2 \times 20 - 2 \times 12 - 20}{3} = 172mm$$

نختار اسوارة بأربع فروع قطر 12 mm وبتباعد s =120mm أي :

$A_{sh} = 4.22cm^2$



مقطع عرضي في العمود المدروس

- يجب أن لا تقل مساحة مقطع تسليح الأساورعن :

$$A_{sh} \geq \begin{bmatrix} 0.3\left(sh_c \times \frac{f'_c}{f_{yh}}\left[\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right]\right) = 191mm^2 \\ 0.09sh_c \frac{f'_c}{f_{yh}} = 387mm^2 \end{bmatrix} \Rightarrow A_{sh}^{\min} = 3.87cm^2$$

$$s = 120mm$$

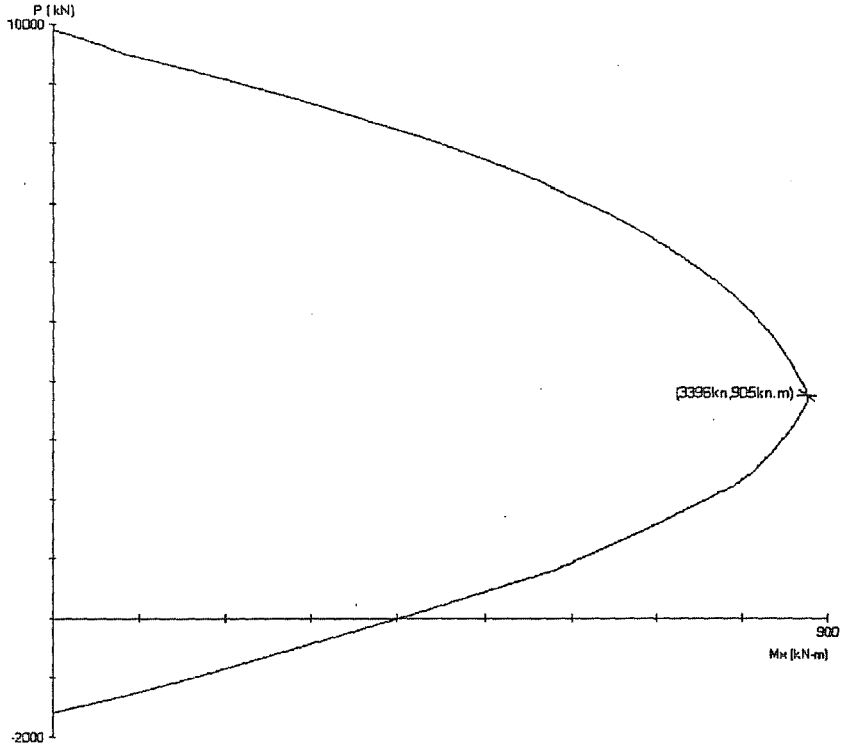
$$h_c = 600 - 2 \times (20 + 6) = 548mm$$

$$A_{ch} = [600 - 2 \times 20]^2 \times 10^{-2} = 3136cm^2$$

$$A_g = (600)^2 \times 10^{-2} = 3600cm^2$$

7- حساب التسليح العرضي من مقاومة القص التصميمية :

كما هو الحال في تصميم الجوائز على القص لاتصمم الأعمدة على القص المصعد الناتج عن التحليل الإنشائي تحت تأثير القوى الجانبية بل على القص المرافق لطاقة تحمل الأعمدة على الانعطاف. و يمكن فرض أن أكبر طاقة تحمل انعطاف محتمل أن يقاومها عمود تلك التي تقابل النقطة التوازنية على مخطط الترابط. وعليه يتضح من مخطط الترابط (4) أن العزم التوازني الذي يتحمله العمود هو $M_{pr} = 90.5tm$ مع اعتبار $\Omega = 1, f_{yp} = 1.25f_y = 525Mpa$



مخطط الترابط (4)

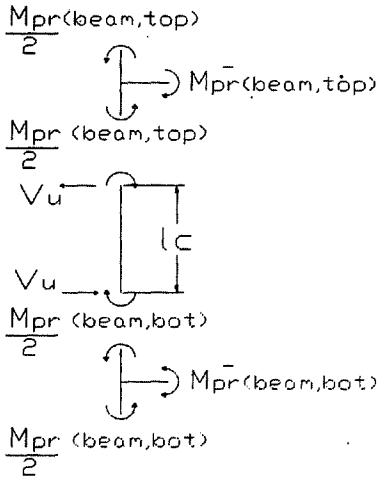
كما هو مبين في الشكل (3-16) يحسب القص المرافق للعزم M_{pr} كما يلي :

$$V_U = \frac{2M_{pr}}{l_c} = \frac{2 \times 90.5}{2.9} = 62.4t$$

لكن ليس من الضروري أن يكون تحمل العمود على القص أكبر من القص الناتج عن طاقة تحمل الجوائز المحتملة التي تتصل بالعقدة .

على فرض أن نفس الجائز يتكرر في المنسوبين (5) و(6) فتحدد طاقة تحمل الجائز المحتملة على العزم السالب كما جاء في المثال (3-16) :

$$M^{-}_{pr(beam,top)} = M^{-}_{pr(beam,bot)} = 44.82tm$$



وعليه تحدد قيمة V_u كما يلي :

$$V_U = \frac{\frac{M^-_{pr(beam,top)}}{2} + \frac{M^-_{pr(beam,bot)}}{2}}{lc}$$

$$= \frac{\frac{44.82}{2} + \frac{44.82}{2}}{2.9} = 15.46\,ton$$

إذاً : $V_{e-col} = 15.46\,ton$

يبين الجدول (13) من المثال (2-16) أن أصغر قوة محورية يتعرض لها العمود هي :

$$P_u = 152.7\,ton > \frac{A_g f_c^{'}}{20} = \frac{60\times 60\times 275}{20}\times 10^{-3} = 49.5\,ton$$

إذاً يمكن أخذ مساهمة الخرسانة في مقاومة القص بالحسبان وتحدد كما في الكود (ACI318M-2002) وفق العلاقة التالية :

$$V_c = \left(1+\frac{N_u}{14A_g}\right)\left(\frac{\sqrt{f_c'}}{6}\right) b_{wd}$$

$$V_c = \left(1+\frac{152.7\times 10^4}{14\times 600\times 600}\right)\left(\frac{\sqrt{27.5}}{6}\right)\times 600\times 550\times 10^{-4} = 37.6\,ton$$

$$\Omega V_c = 0.85\times 37.6 = 31.9\,ton > V_{e-col} = 15.46 \text{ ok}$$

وعليه يكون تسليح القص في العمود إنشائي ويجب أن يحقق الشرط التالي:

$$s \le \begin{bmatrix} 6d_b = 120mm \\ 150mm \end{bmatrix} \Rightarrow s = 120mm$$

نختار تسليح القص $4\phi 12/s = 120mm$ خارج منطقة التطويق .

8- طول التراكب :

يتم تراكب قضبان التسليح الطولية في النصف الوسطي من طول العمود على أن لايقل طول تراكب القضبان عن $1.3l_b$ حيث تعطى l_b حسب الكود (ACI318M-2002) بالعلاقة التالية :

$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{fy}{\sqrt{f'_c}} \times \frac{\propto \beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b$$

حيث :

$\propto = 1.0$ معامل موقع التسليح

$\beta = 1.0$ من أجل التسليح غير المطلي بالإيبوكسي

$\gamma = 1.0$ معامل قطر التسليح

$\lambda = 1.0$ للخرسانة العادية

c نصف التباعد بين القضبان الطولية أو البعد بين مركز التسليح الطولي وأقرب سطح للخرسانة أيهما أصغر :

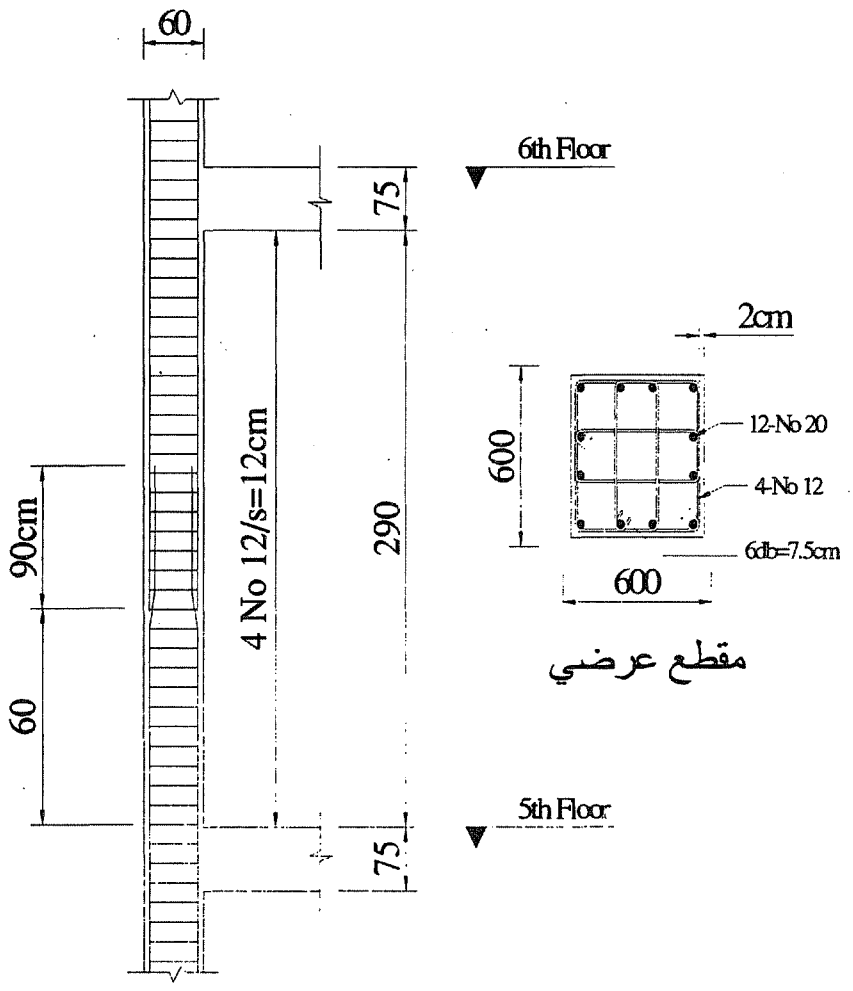
$$c = 20 + 12 + 20/2 = 42\,mm$$

k_{tr} مؤشر التسليح العرضي ويمكن أن يؤخذ $k_{tr} = 0$ للتبسيط.

$$l_b = \left[\frac{9}{10} \times \frac{420}{\sqrt{27.5}} \times \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{\frac{42}{20}} \right] \times 20 \times 10^{-3} = 0.68m$$

إذاً يجب أن لايقل طول التراكب عن :

$$1.3 \times l_b = 0.68 \times 1.3 = 0.90m$$



مقطع عرضي

مقطع طولي في العمود المدروس

مثال (5-16)

صمم العقدة الخارجية من الإطار (E) في الطابق السادس من المثال (4-16) علماً أن مقاومة الخرسانة المميزة $f'_c = 275kg/cm^2$ وحد سيلان فولاذ التسليح $f_y = 4200kg/cm^2$ وأن أبعاد مقطع الجائز $75\times50cm$ وأبعاد مقطع العمود الطرفي $60\times60cm$.

الحـــــــل:

أولاً: تحديد التسليح العرضي:

- يجب أن يستمر التسليح العرضي للعمود $4\phi12mm/s = 120mm$ في العقدة.

ثانياً: التحقق من مقاومة القص للعقدة بالاتجاهy :

- يحدد القص المصعد الذي يخضع له المستوي (x-x) من العقدة بتطبيق العلاقة التالية (انظر الشكل أدناه) :

$$V_u = f_{ypr}A'_s - V_{e-col}$$

حيث A'_s التسليح الطولي العلوي للجائز.

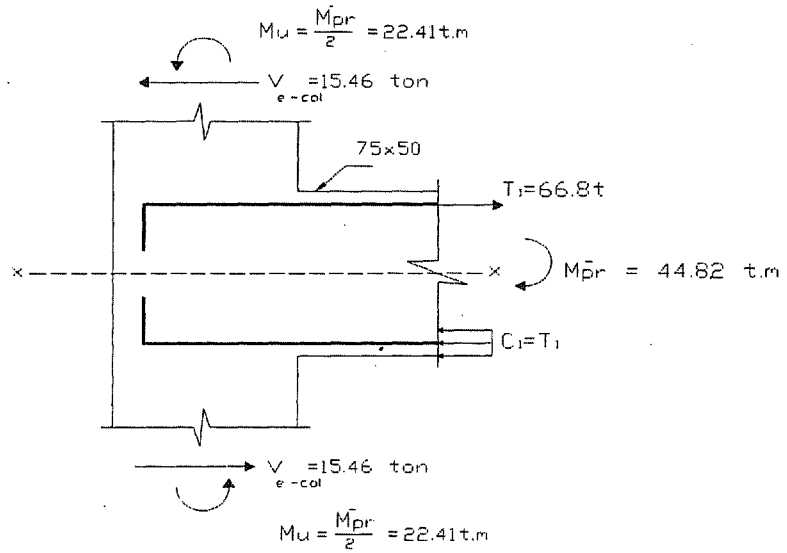
$$f_{ypr}\,A'_s = 1.25\times420\times5\times\left(\frac{\pi\times18^2}{4}\right)\times10^{-4} = 66.8t$$

يحدد V_{e-col} كما في المثال (4-16) من طاقة تحمل الجائز المحتملة المتصل بالعقدة أي :

$$V_{e-col} = 15.46ton$$

وعليه يحسب القص المطبق على المستوي (x-x) من العقدة كما يلي :

$$V_u = 66.8 - 15.46 = 51.34ton$$



تحدد مقاومة القص الأسمية لمقطع العقدة الحرج المطوقة من ثلاث جهات بالعلاقة التالية :

$$\Omega V_n = \Omega 1.25 \times \sqrt{f'_c} \times A_j$$

حيث $\Omega = 0.85$ معامل تخفيض المقاومة

A_j مساحة المقطع العرضي الفعالة للعقدة في مستوٍ موازٍ لمستوي التسليح الـذي يولد القص ويساوي جداء عمق العقدة بعرضها الفعال. انظر الشكل (16-5b).

عمق العقدة h هو بعد العمود الموازي للجائز .

عرض العقدة الفعال يساوي الأصغر من : $(b_w + h)$ أو $(b_w + 2x)$

حيث :

b_w عرض الجائز

x المسافة الصغرى من وجه الجائز إلى طرف العمـود علـى أن لا يتجـاوز العرض الفعال عرض العمود.

العرض الفعال عرض العمود.

$$b_w = 50cm, h = 60cm, x = \frac{60-50}{2} = 5cm$$

عرض العقدة الفعال يساوي الأصغر من :

$$b_w + h = 60 + 50 = 110cm$$

$$b_w + 2x = 2 \times 5 + 50 = 60cm$$

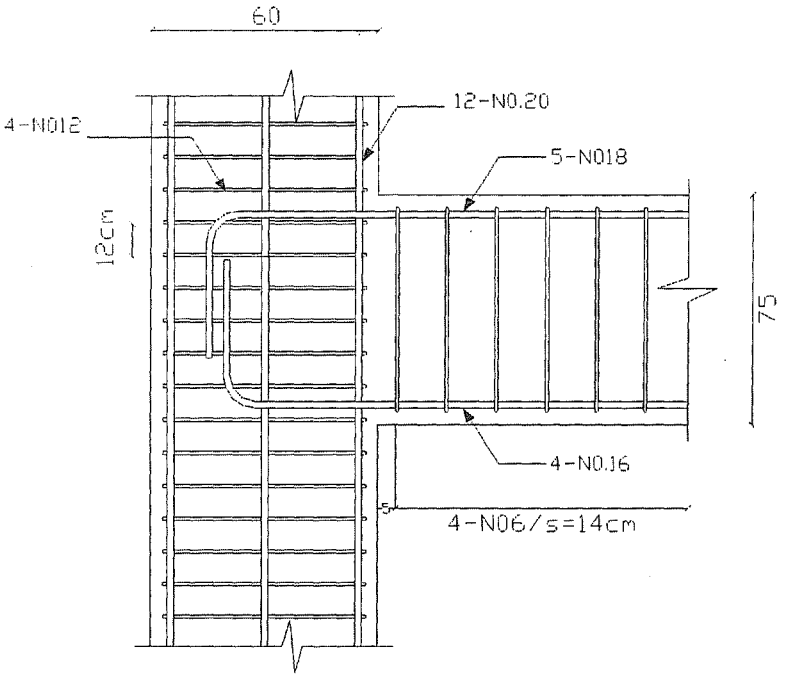
إذاً:

$$A_j = 60 \times 60 = 3600cm^2$$

$$\Omega V_n = 0.85 \times 1.25\sqrt{27.5} \times 360000 \times 10^{-4} = 0.85 \times 236 = 200.6ton$$

$$V_u = 51.34ton < \Omega V_n = 200.6ton \qquad \text{ok}$$

ويوضح الشكل التالي تسليح العقدة المدروسة:



مثال (6-16)

صمم العقدة الداخلية من الإطار (E) في الطابق السادس من المثال (3-16) علماً أن مقاومة الخرسانة المميزة $f'_c = 275kg/cm^2$ وحد سيلان فولاذ التسليح $f_y = 4200kg/cm^2$ وأن أبعاد مقطع الجائز $75\times50cm$ وأبعاد مقطع العمود الوسطي $70\times70cm$.

الحـــــــل:

أولاً: تحديد التسليح العرضي:

- يجب إضافة تسليح عرضي للعقد (أساور مغلقة) مساوٍ في الكمية للتسليح العرضي في العمود .
- تحديد التسليح العرضي للعمود الوسطي:

نفرض أن التسليح الطولي للعمود 16T25 و تسليح القص إنشائي يحسب كمايلي:

– يجب أن لايزيد التباعد بين قضبان التسليح العرضي في طرفي العمود على الأصغر مما يلي :

$$\frac{h_1}{4} = \frac{700}{4} = 175mm$$

$6d_b = 6\times25 = 150mm$ (d_b = قطر تسليح القضبان الشاقولية)

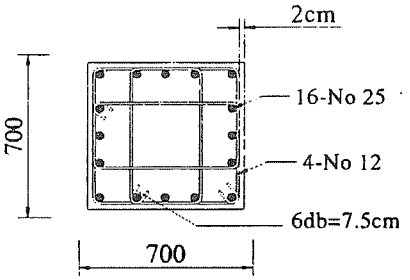
$$100 \le s_x \le 150mm \;,\quad s_x = 100 + \frac{350 - h_x}{3} = 100 + \frac{350-203}{3} = 149\,mm$$

حيث : h_x أكبر مسافة بين فرعي اسوارة متجاورين .

$$h_x = \frac{700 - 2\times20 - 2\times12 - 25}{3} = 203mm$$

نختار اسوارة بأربع فروع قطر 12 mm وبتباعد s =110mm أي:

$A_{sh} = 4.22cm^2$



مقطع عرضي

- يجب أن لا تقل مساحة مقطع تسليح الأساور المستطيلة عن :

$$A_{sh} \geq \begin{bmatrix} 0.3\left(sh_c \times \frac{f'_c}{f_{yh}}\left[\frac{A_g}{A_{ch}} - \right]\right) = 72mm^2 \\ 0.09sh_c \frac{f'_c}{f_{yh}} = 4\ 3mm^2 \end{bmatrix} \Rightarrow A_{sh}^{\min} = 4.\ 3cm^2 < 4.22$$

$$s = 110 \quad mm$$

$$h_c = 700 - 2\times(25+6) = 638mm$$

$$A_{ch} = [700 - 2\times 20]^2 \times 10^{-2} = 4356cm^2$$

$$A_g = (700)^2 \times 10^{-2} = 4900cm^2$$

- يجب أن تستمر هذه الأساور في العقدة ويمكن مضاعفة تباعدها عندما يتصل بالعقدة أربع جوائز (من الجوانب الأربع) وبحيث لا يقل عرض أي جائز عن ثلاثة أرباع عرض العمود على أن لا يزيد التباعد بين الأساور عن 150mm.

$$b_w = 50 < \frac{3}{4} \times 700 = 52.5cm$$

نلاحظ أن الشرط غير محقق وبالتالي لايمكن مضاعفة التباعد بين الأساور.

ثانياً: التحقق من مقاومة القص للعقدة بالاتجاه y :

ثانياً: التحقق من مقاومة القص للعقدة بالاتجاهy :

يحدد القص المصعد في العقدة بتطبيق العلاقة التالية عندما يلتقي في العقدة جائزان في نفس المستوي:

$$V_u = f_{ypr}(A_s + A'_s) - V_{e-col}$$

حيث A_S و A'_s التسليح الطولي السفلي والعلوي للجائز على الترتيب.

$$f_{ypr}\,A'_s = 1.25 \times 420 \times 5 \times \left(\frac{\pi \times 18^2}{4}\right) = 66.8t$$

$$f_{ypr}\,A_S = 1.25 \times 420 \times 4 \times \left(\frac{\pi \times 16^2}{4}\right) = 42.2t$$

لقد بينا في المثال (3-16) أن طاقة تحمل العزم المحتمل للجائز الموجبة والسالبة عند وجه العمود هي : $M^-{}_{pr(beam)} = 44.82tm$, $M^+{}_{pr(beam)} = 28.78tm$

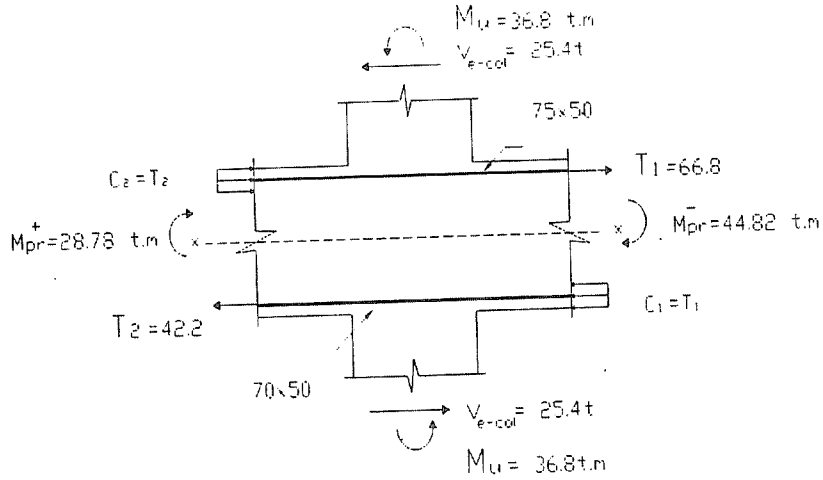
وعلى فرض تشكل مفصلين لدنيين في الجائزين على طرفي العمود فيجب أن يتحمل كل من العمودين أعلى وأسفل الجائز نصف مجموع هذين العزمين أي :

$$M_u = \frac{M^-{}_{pr}(beam) + M^+{}_{pr}(beam)}{2} = \frac{44.82 + 28.78}{2} = 36.8tm$$

وعليه يحدد القص الذي يتحمله العمود كما يلي :

$$V_{e-col} = \frac{2 \times M_u}{l_c} = \frac{2 \times 36.8}{2.9} = 25.4ton$$

$$V_u = 66.8 + 42.2 - 25.4 = 83.6ton$$



تحدد مقاومة القص الأسمية في المقطع الحرج للعقدة المطوقة بجوائز من أربع وجوه بالعلاقة التالية :

$$\Omega V_n = \Omega 1.7\sqrt{f'_c}A_j$$

حيث $\Omega = 0.85$ معامل تخفيض المقاومة

A_j مساحة المقطع العرضي الفعالة للعقدة في مستوٍ موازٍ لمستوي التسليح الـذي يولد القص ويساوي جداء عمق العقدة بعرضها الفعال.

عمق العقدة h هو بعد العمود الموازي للجائز .

عرض العقدة الفعال يساوي للأصغر من : $(b_w + h)$ أو $(b_w + 2x)$

حيث :

b_w عرض الجائز

x المسافة الصغرى من وجه الجائز إلى طرف العمـود علـى أن لا يتجـاوز العرض الفعال عرض العمود.

$$b_w = 50cm, h = 70cm, x = \frac{70-50}{2} = 10cm$$

عرض العقدة الفعال يساوي الأصغر من :

$b_w + h = 70 + 50 = 120cm$

$b_w + 2x = 2 \times 10 + 50 = 70cm$

إذاً: $A_j = 70 \times 70 = 4900cm^2$

$\Omega V_n = 0.85 \times 1.7\sqrt{27.5} \times 490000 \times 10^{-4} = 0.85 \times 436.8 = 371ton$

$V_u = 83.6ton < \Omega V_n = 371ton$ ok

الفهرس

الفصل الأول : العلم والفن في ديناميك المنشآت

1-1 مقدمة 1-1

1-2 تحليل السلوك الديناميكي للمنشآت 1-2

1-3 أنواع الأحمال الموصوفة 1-4

الفصل الثاني : النماذج الرياضية للجمل وحيدة درجة الحرية

2-1 مقدمة 2-1

2-2 عناصر النماذج ذات الثوابت المجمعة 2-2

2-3 تطبيقات قوانين نيوتن على النماذج ذات الثوابت المجمعة 2-4

مثال (2-1) 2-4

مثال (2-2) 2-6

مثال (2-3) 2-8

مثال (2-4) 2-10

2-4 تطبيقات مبدأ الانتقالات الوهمية على النماذج ذات الثوابت المجمعة 2-11

مثال (2-5) 2-13

مثال (2-6) 2-15

2-5 تطبيق مبدأ الانتقالات الوهمية على النماذج المستمرة 2-18

مثال (2-7) 2-21

مثال (2-8) 2-23

مثال (2-9) 2-28

الفصل الثالث : الاهتزاز الحر للجمل وحيدة درجة الحرية

3-1 مقدمة 3-1

3-2 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة 3-3

3-3 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية ذات تخميد لزج 3-7

مثال (3-1) 3-10

3-4 تحديد ω و ξ تجريبياً لجملة وحيدة درجة الحرية 3-14

مثال (3-2) 3-14

مثال (3-3) 3-16

3-5 الاهتزاز الحر لجملة وحيدة درجة الحرية مع تخميد احتكاك 3-18

الفصل الرابع : استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية لإثارة توافقية

4-1 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لإثارة توافقية 4-1

مثال (4-1) 4-3

4-2 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية مخمدة بشكل لزج لإثارة توافقية 4-7

مثال (4-2) 4-10

الفصل الخامس : استجابة الجمل وحيدة درجة الحرية لأشكال خاصة من الإثارة

5-1 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية مخمدة بشكل لزج لإثارة ثابتة القدر 5-1

5-2 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لإثارة متزايدة خطياً 5-3

5-3 استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثارة دورية 5-7

مثال (5-1) 5-9

الفصل السادس : استجابة جملة وحيدة درجة الحرية غير مخمدة لحمولة نبضية

6-1 مقدمة 6-1

6-2 الاستجابة الناتجة عن نبضة جيبية 6-1

6-3 الاستجابة الناتجة عن نبضة مستطيلة 6-5

6-4 الاستجابة الناتجة عن نبضة مثلثية 6-6

6-5 الاستجابة الناتجة عن نبضة قصيرة الأمد 6-9

مثال (6-1) 6-10

مثال (6-2) 6-12

الفصل السابع : استجابة جملة وحيدة درجة الحرية لإثارة ديناميكية عامة

7-1 طريقة تكامل ديوهامل 7-1

مثال (7-1) 7-4

الفصل الثامن : تحليل الاهتزاز بطريقة ريلي

8-1 أساسيات الطريقة 8-1

8-2 التحليل التقريبي لجملة عامة 8-3

8-3 اختيار شكل (نمط) الاهتزاز 8-5

مثال (8-1) 8-5

مثال (8-2) 8-9

مثال (8-3) 8-10

الفصل التاسع :النماذج الرياضية للجمل متعددة درجة الحرية

9-1 تطبيقات قوانين نيوتن على النماذج ذات الثوابت المجمعة 9-2

مثال (9-1) 9-2
مثال (9-2) 9-4
مثال (9-3) 9-5
9-2 معادلات لاغرانج 9-8
9-3 تطبيقات معادلات لاغرانج على الجمل ذات الثوابت المجمعة 9-10
مثال (9-4) 9-10
مثال (9-5) 9-12
مثال (9-6) 9-14
9-4 تطبيقات معادلات لاغرانج على النماذج المستمرة 9-16
مثال (9-7) 9-20
مثال (9-8) 9-23
مثال (9-9) 9-26

الفصل العاشر :صياغة معادلات الحركة للجمل متعددة درجة الحرية

10-1 اختيار درجات الحرية 10-1
10-2 شروط التوازن الديناميكي 10-1
10-3 تحديد قوى العطالة (مصفوفة الكتلة) 10-4
10-3-1 الكتل مجمعة 10-4
10-3-2 الكتل موزعة 10-6
10-4 تحديد قوى التخميد 10-10
10-5 تحديد القوى الخارجية 10-10
10-5-1 التوازن الساكن 10-11
10-5-2 طريقة العناصر المحدودة 10-11

الفصل الحادي عشر :اهتزاز الجمل متعددة درجات الحرية

11-1 مقدمة	11-1
11-2 تواترت الاهتزاز	11-3
مثال (11-1)	11-4
11-3 أنماط الاهتزاز	11-6
مثال (11-2)	11-8
11-4 التعامد بين أنماط الاهتزاز	11-10
11-5 مصفوفتي الصلابة والكتل النمطيتين	11-11
11-6 الاهتزاز الحر للجمل غير المخمدة	11-11
مثال (11-3)	11-13
11-7 الاهتزاز القسري للجمل غير المخمدة	11-15
مثال (11-4)	11-17
11-8 الاهتزاز الجمل المخمدة	11-19
مثال (11-5)	11-22

الفصل الثاني عشر :طبيعة الهزة الأرضية

12-1 مقدمة	12-1
12-2 زلزالية العالم	12-2
12-3 الصدوع والأمواج الزلزالية	12-2
12-4 مقاييس حجم الزلزال	12-8
12-4-1 مقياس ريختر	12-9
12-4-2 مقياس ميركالي المعدل (MM)	12-10

الفصل الثالث عشر : التحليل الديناميكي للمنشآت تحت تأثير أحمال الهزات الأرضية

13-1 مقدمة 13-1

13-2 استجابة الجمل المرنة وحيدة درجة الحرية للهزات الأرضية 13-1

13-2-1 طريقة السجل الزمني 13-5

13-2-2 طريقة أطياف الإستجابة 13-6

13-3 استجابة الجمل المرنة متعددة درجات الحرية للهزات الأرضية 13-16

مثال (13-1) 13-18

13-3-1 طريقة السجل الزمني 13-23

13-3-2 طريقة أطياف الإستجابة 13-25

مثال (13-2) 13-27

مثال (13-3) 13-29

الفصل الرابع عشر : طرائق القوى الجانبية الستاتيكية المكافئة

14-1 مقدمة 14-1

14-2 طريقة الكود السوري 14-2

14-2-1 معامل زلزالية المنطقة 14-2

14-2-2 معامل أهمية المنشأ I 14-3

14-2-3 معامل المطاوعة (السلوك اللدن) K 14-3

14-2-3 معامل الدور C 14-5

14-2-4 معامل مقطع التربة S 14-7

14-2-5 الوزن الميت W 14-7

14-2-6 توزيع القوى الجانبية 14-8

مثال (14-1) 14-9

مثال (14-2) 14-11

14-3 الطريقة الستاتيكية الثانية في ملحق الكود العربي السوري 14-13

14-3-1 الطريقة الستاتيكية المكافئة 14-13

14-3-2 معامل زلزالية المنطقة Z 14-16

14-3-3 نوع مقطع التربة S 14-16

14-3-4 معاملي القرب من المصدر N_v و N_a 14-16

14-3-5 توزيع القوى الجانبية 14-17

14-3-6 تأثير الفتل على البناء 14-17

14-3-7 معامل الوثوقية ودرجة عدم التقرير ρ 14-18

14-3-8 حدود الانتقالات الجانبية 14-22

14-3-9 عدم الانتظام الإنشائي 14-23

14-3-10توزيع القوى الزلزالية في الطابق الواحد 14-27

14-3-11 تراكبات الأحمال 14-30

14-3-12 تأثير الحركات الشاقولية على الأظفار الأفقية 14-31

مثال (14-3) 14-42

مثال (14-4) 14-43

مثال (14-5) 14-45

مثال (14-6) 14-47

مثال (14-7) 14-51

مثال (14-8) 14-53

مثال (14-9) 14-54

مثال (14-10) 14-55

مثال (14-11) 14-56

مثال (14-12) 14-59
مثال (14-13) 14-61
مثال (14-14) 14-62
مثال (14-15) 14-64
مثال (14-16) 14-65
مثال (14-17) 14-66
مثال (14-18) 14-67
مثال (14-19) 14-71
مثال (14-20) 14-73
مثال (14-21) 14-77

الفصل الخامس عشر : متطلبات التحليل الديناميكي في الكود

15-1 مقدمة 15-1
15-2 النموذج الرياضي 15-3
15-3 التحليل الديناميكي باستخدام طريقة أطياف الاستجابة 15-4
15-3-1 تخفيض عناصر الاستجابة المرنة 15-5
15-3-2 تأثيرات الاتجاه 15-5
15-3-3 تأثير الفتل 15-6
15-3-4 الجمل الثنائية 15-6
15-4 التحليل الديناميكي باستخدام السجلات (التواريخ) الزمنية 15-6
مثال (15-7) 15-7

الفصل السادس عشر: تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة لمقاومة الزلازل

16-1 مقدمة 16-1

16-2 الجمل الإنشائية الخرسانية المقاومة للقوى الجانبية 16-3

16-2-1 الإطارات الخرسانية المقاومة للعزوم 16-5

16-2-1-1 إطارات خاصة مقاومة للعزوم (SMF) 16-5

16-2-1-2 إطارات متوسطة مقاومة للعزوم 16-13

16-2-2 جدران القص الخرسانية المسلحة الخاصة 16-24

مثال (16-1) 16-31

مثال (16-2) 16-50

مثال (16-3) 16-70

مثال (16-4) 16-82

مثال (16-5) 16-100

مثال (16-6) 16-103

المراجـــع

1. ACI Standard "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-02),", American Concrete Institute, 2002
2. Bozorgnia, y,and Bertero, v.v., "Earthquake Engineering from Engineering Seismology to Performance-Based Engineering", CRC press, New York, 2004.
3. Cheng, F.Y. ," Matrix Analysis of Structural Dynamics" , Marce Dekker, INC, 2001.
4. Chopra, A.K., "Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, ", Prenthce Hall, New Jersey. 2001.
5. Clough, R.W. and Penzien, J. " Dynamics of Structures ", Mc Grav Hill , 1993
6. CRSI, "Rebar Design and Detailing Data", ACI. Concrete Reinforcing Steel Institute, Schaumberg, Illinois, 1996.
7. "Evaluation of Earthquake Damaged Concrete and Masonry Wal Buildings",1999.
8. Fedral Emergency Management Agency. FEMA, 306.
9. Ghosh, S.K., "Seismic Design Using Structural Dynamics' International Code Council, 2003
10. Hart, G.C. and Wong, K. "Structural Dynamics for Structura Engineers ", John Wiley & Sons , Inc., 2000
11. International Conference of Building Officials, "Uniform Building Code", Whitter, CA, 1997.
12. Linde burg ,M.R., " Seismic Design of Building Structures Professional Publications, Inc, Belmont, CA, 2001.
13. Naim, F., " The Seismic Design Hand book ". VAN Nostran Reinhold , Newyork 1989
14. New mark, N.M. , and Rothenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice – Hall, Inc. 1971

15. Paulay,T. and Priesley,N.J., "Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings", John Wiley and Sons, New York,1992.
16. Panlay, T.and Priesley, N.J, " Stability of Ductile Structural Walls ", ACI Structural Journal, Vol.90, No.4,1993.
17. Park,R., and Paulay,T., " Reinforced Concrete Structures", John Wiley and Sons, New York,1975.
18. Portland Cement Association, Notes on ACI 318-99 Building Code Requirements for Structural Concrete, 1999.
19. Priestley, M.J.N, Seible, F., and calvi, G.M., " Seismic Design and Retrofit of Bridges ", John Wiley & Sons, Inc. 1996
20. Structural Engineering Association of California, "Seismic Design Manual, Volume1, Code Application Examples ", Whitter, CA, 2000.
21. Taranath, B.S., " Wind and Earthquake Resistant Buildings", Marcel Dekker, New York, 2005.
22. Thomson, W.T., "Theory of Vibration", CBS Publishers, Delhi, 1988
23. Williams, A., " Seismic and Wind Forces, Structural Design Examples", International Code Council, 2003
24. Wilson, E.L., "Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures", CSI, Berkeley,2001